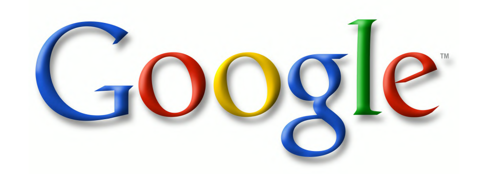


This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

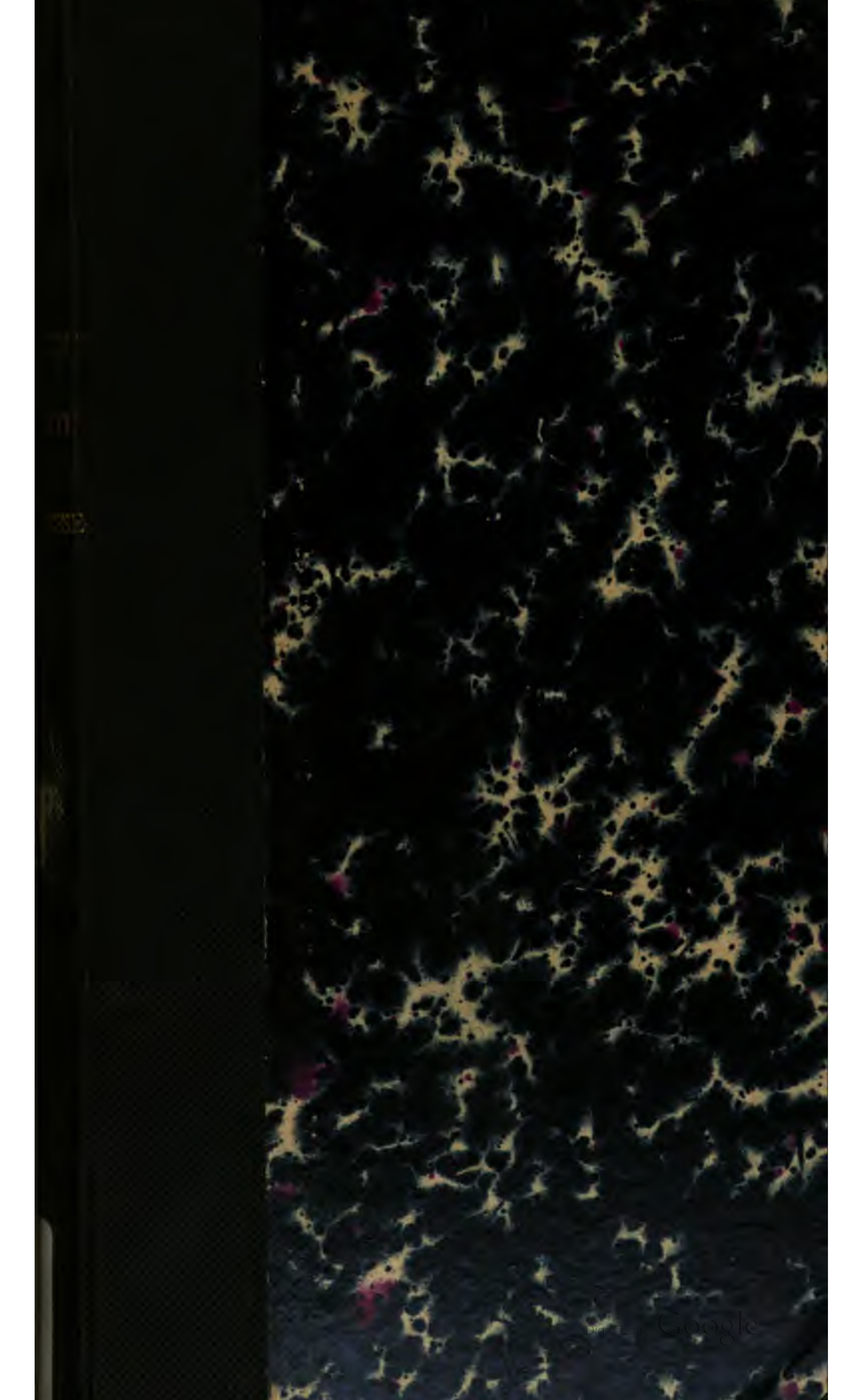
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/



AKA
0427
.9

HARVARD UNIVERSITY.



LIBRARY

OF THE

MUSEUM OF COMPARATIVE ZOÖLOGY.

132.

Exchange.

November 20, 1906.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN CLASSE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

LXVIII. BAND. II. ABTHEILUNG.

JAHRGANG 1873. — HEFT I BIS V.

(Mit 6 Tafeln und 12 Holzschnitten.)

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,

BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1874.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

ACHTUNDSECHZIGSTER BAND.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

1874.

Digitized by Google

Digitized by Google

INHALT.

Digitized by Google

Seite

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

NOV 20 1880

132

J-60-U

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

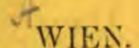
LXVIII. BAND. I. und II. HEFT.

Jahrgang 1873. — Juni und Juli.

(Mit 2 Tafeln und 5 Holzschnitten.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.



WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1873.

Digitized by Google

INHALT

des 6. und 7. Heftes (Juni und Juli 1873) des 68. Bandes, II. Abth. der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 1 fl. 50 kr. = 1 Thlr.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

6.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

Digitized by Google

Digitized by Google

XVI. SITZUNG VOM 13. JUNI 1873.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Betrachtung der allgemeinen Bewegungsform starrer Körper vom Gesichtspunkte einer Gyralbewegung“, vom Herrn Jos. Finger, Professor an der Staats-Oberrealschule zu Laibach.

„Beobachtungen am Kundt'schen Manometer“, vom Herrn V. Dvořák, Assistenten der Physik an der Prager Universität, eingesendet und empfohlen durch Herrn Prof. Dr. E. Mach.

„Über die Functionen X_n^m“, vom Herrn Prof. L. Gegenbauer in Krems.

„Die Hemmung der Darmbewegung durch den *Nervus splanchnicus*“, vom Herrn Dr. S. R. v. Basch, Privatdocenten an der Wiener Universität.

Herr Hofrath Dr. E. v. Brücke überreicht eine in seinem physiologischen Institute ausgeführte Arbeit des med. stud. Herrn Felix v. Winiwarter, betitelt: „Der Widerstand der Gefässwände im normalen Zustande und während der Entzündung.“

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academia, Real, de Ciencias medicas, fisicas y naturales de la Habana: Anales. Tomo IX. Diciembre 1872—Marzo 1873. Habana; 8⁰. — Tablas abituarias de 1872. Habana, 1873; 8⁰.

Académie Royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique: Mémoires. Tome XXXIX. Bruxelles, 1872; 4⁰. —Mémoires couronnés et autres Mémoires. Collection in 8⁰. Tome XXII. Bruxelles, 1872. — Bulletin. 39ᵉ Année, 2ᵉ

Digitized by Google

Série, Tomes XXIX & XXX (1870); 40e Année, 2e Série, Tomes XXXI & XXXII (1871); 41e Année. 2e Série, Tomes XXXIII & XXXIV (1872). 8⁰. — Annuaire. XXXVIIIe & XXXIXe Années. 1872 & 1873. Bruxelles; kl. 8⁰. — Compte rendu des séances de la Commission Royale d'histoire. 3e Série. Tome XIIe, 4e & 5e Bulletins; Tomes XIIIe et XIVe; 4e Série, Tome Ier, 1er Bulletin. Bruxelles, 1871—1873; 8⁰. — Biographie nationale. Tome IIIe, 2e Partie; Tome IVe, 1ère Partie. Bruxelles, 1872; 8⁰. — Centième anniversaire de fondation (1772—1872). Tomes I—II. Bruxelles, 1872; 8⁰. — De l'astronomie dans l'Académie Royale de Belgique. Rapport séculaire (1772—1872), par Ed. Mailly. Bruxelles, 1872; 8⁰. — Ouddietsche Fragmenten van den Parthonopeus van Bloys, door J. H. Bormans. Brüssel, 1871; 8⁰. — Speghel der Wijsheit of leeringhe der zalichede, van Jan Praet, door J. H. Bormans. Brüssel, 1872; 8⁰.

Akademie der Wissenschaften und Künste, Südslavische: Rad. Knjiga XXII. U Zagrebu, 1873; 8⁰. — *Acta coniurationem Bani Petri a Zrinio et Com. Fr. Frangepani illustrantia.* U Zagrebu, 1873; 8⁰. — Arkiv za poviestnicu jugoslavensku. Knjiga XI. U Zagrebu, 1872; 8⁰.

— — Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Januar 1873. Berlin; 8⁰.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 15—16. Wien, 1873; 8⁰.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1940—1942. (Bd. 81. 20—22.) Altona, 1873; 4⁰.

Blake, William P., Reports of the United States Commissioners to the Paris Universal Exposition, 1867. Vols. I—VI. Washington, 1870; 8⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVI, Nrs. 19—21. Paris, 1873; 4⁰.

Cosmos di Guido Cora. II. Torino, 1873; kl. 4⁰.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VIII. Bd. Nr. 10—11. Wien, 1873; 4⁰.

— Senckenbergische naturforschende: Abhandlungen. VIII. Bandes 3. & 4. Heft. Frankfurt a. M., 1872; 4⁰.

Digitized by Google

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 21—22. Wien, 1873; 4°.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik, von C. Ohrtmann, F. Müller, A. Wangerin. II. Band. Jahrgang 1869 u. 1870. Berlin, 1873; 8°.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 11. Graz, 1873; 4°.

Lese- und Redehalle der deutschen Studenten zu Prag: Jahres-Bericht. Vereinsjahr 1872—73. Prag, 1873; 8°.

Mailly, Ed., Tableau de l'Astronomie dans l'hémisphère australe et dans l'Inde. Bruxelles, 1872; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 19. Band, 1873, V. Heft. Gotha; 4°.

Nature. Nrs. 186—187, Vol. VIII. London, 1873; 4°.

Observatoire Royal de Bruxelles: Annales. Tome XXI. Bruxelles, 1872; 4°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. VIII, Nr. 2. Firenze, 1873; 4°.

Observations des phénomènes périodiques pendant l'année 1870. Par A. Quetelet. 4°. — Tables de mortalité et leur développement etc. Par A. Quetelet. Bruxelles, 1872; 4°. — L'homme considéré dans le système social: ou comme unité, ou comme fragment de l'espèce humaine. Par A. Quetelet. 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1873. XXIII. Band, Nr. 1. Wien; 4°. — Verhandlungen. Jahrgang 1873. Nr. 7. Wien; 4°.

Reslhuber, Augustin, Resultate aus den im Jahre 1870 auf der Sternwarte zu Kremsmünster angestellten meteorologischen Beobachtungen. Linz, 1873; 8°.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IIme Année. 2e Série. Nrs. 47—48. Paris, 1873; 4°.

Société Entomologique de Belgique: Annales. Tome XVe. Bruxelles, Paris, Dresde, 1871—72; gr. 8°.

Digitized by Google

Société des Ingenieurs civils: Mémoires et compte rendu des travaux. 3e Série; 25e Année, 3e & 4e Cahiers. Paris, 1872; 8⁰.

— Mathématique de France: Bulletin. Tome Ie, Nrs. 2—3. Paris, 1873; 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 21—23. Wien, 1873; 4⁰.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXV. Jahrgang, 6. & 7. Heft. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

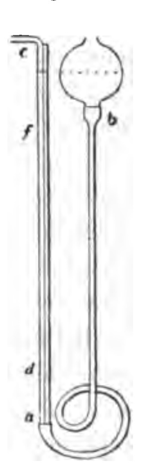
Beobachtungen am Kundt'schen Manometer.

Von Dr. V. Dvořák,
Assistenten der Physik an der Universität Prag.

(Mit 5 Holzschnitten.)

Gelegentlich einer Untersuchung mit dem Kundt'schen Schallmanometer [1], wobei viele und verschiedenartig construirte Manometer verwendet wurden, zeigte sich eine auffallende Ungleichheit in den einzelnen Angaben, selbst wenn die Manometer ganz sorgfältig angefertigt waren.

Fig. 1.



Ein Grund der Ungleichheit der Angaben bei einem und demselben Manometer ist die verschiedene Länge der Luftsäule in dem mit der Pfeife in Verbindung stehenden Manometerschenkel; manches sonst gut construirte Manometer zeigt z. B. bald eine Verdichtung, oder gar nichts, oder eine Verdünnung (selbst wenn es ein Verdichtungsmanometer ist), je nachdem man die Länge der Luftsäule ändert. Um letzteres zu erreichen, bindet man zwei Glasröhren (Fig. 1), von denen eine oben abgebogen ist, oben und unten zusammen, steckt sie bei *a* in einen Kautschukschlauch, an dessen anderes Ende bei *b* ein Glasgefäss mit Wasser angebracht ist; durch Heben und Senken dieses Glasgefässes kann man dann das Wasser in dem Manometerröhrchen sinken oder steigen lassen.

Bei meinen Versuchen waren die Röhren *ac* 55 Ctm. lang bei einem inneren Durchmesser von 3 Mm. Die meistentheils verwendete gedeckte Pfeife war von Holz, 27 Ctm. lang, 2·4 Ctm.

---

[1] Poggendorf's Annalen 1868, p. 563.

Digitized by Google

breit, 2·8 Ctm. tief, und wurde gewöhnlich mittelst eines angesetzten Kautschukschlauches mit dem Munde angeblasen, weil man so die Pfeife noch mit einem stärkeren Druck anblasen und rascher zwischen Grundton und Obertönen wechseln kann, als bei einem Blasbalge. Die Pfeife sprach auf den Grundton gut an, und gab bei starkem Blasen die beiden nächsten Obertöne sehr kräftig. An das Ende der Pfeife wurde ein Blasenventil, so wie es Kundt verwendete, eingesetzt, jedoch reichte die Röhre des Manometers fast unmittelbar an den Spalt des Ventils; der luftdichte Verschluss wurde überall mit Wachs, das durch etwas Fett erweicht war, hergestellt.

Die Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule im Manometer zeigt sich beim Grundton nicht so auffallend wie bei den Obertönen; bei diesen zeigen sich z. B. für ein Verdünnungsmanometer Stellen, wo keine oder eine kleinste Druckänderung eintritt, dazwischen liegen Verdünnungs-, manchmal, jedoch nicht immer, auch Verdichtungsmaxima. Steht das Wasser im Manometer nur wenig über einen Punkt, wo die Druckänderung $= o$ ist und oberhalb dessen sich ein Verdünnungsmaximum befindet, so steigt es beim Blasen anfangs ganz langsam, dann aber ziemlich rapid, sobald es sich dem Orte des Maximums nähert.

Ich habe sehr viele Versuche mit dem Grundton und den beiden Obertönen ausgeführt; es zeigt sich zwar eine gewisse Gesetzmässigkeit in der Vertheilung der Punkte kleinster und grösster Druckänderung, aber die geringste Änderung an der Membran, ein Feuchtwerden derselben genügte, um eine andere Vertheilung dieser Punkte und eine andere Grösse der Maxima herbeizuführen; oft gibt auch z. B. ein Verdünnungsmanometer bei schwachem Anblasen desselben Tones eine Verdünnung, bei starkem eine Verdichtung an; das Membranventil lässt für sich angeblasen gewöhnlich gar keinen Ton oder eine ganze Reihe beisammenliegender Töne hören; es ist also eine genaue Bestimmung des ganzen Vorganges nicht leicht möglich. Für den Grundton liegt der Punkt, wo die Druckänderung ein Minimum ist, gewöhnlich tief unten, etwa bei d; für den ersten Partialton liegt ein solcher Punkt nicht sehr weit vom oberen Ende der Manometerröhre, etwa bei f; diese Punkte rücken weiter hinauf,

Digitized by Google

wenn man die Pfeife verkürzt; natürlich ändert sich ihre Lage auch mit der Änderung der Spalte und Membran des Ventils.

Kundt gibt an, dass er die Membran des Ventils durch Anblasen auf den Grundton seiner über einen Fuss langen gedeckten Pfeife gestimmt hat; mir ist es trotz vieler Versuche nie gelungen, eine so kleine Membran (von Kautschuk oder Guttaperchapapier) auf einen so tiefen Ton zu stimmen; der tiefste Ton, den ich erhalten konnte, lag in der Nähe des ersten Partialtones einer solchen Pfeife. Ich fand aber, dass das Abstimmen der Membran auf den untersuchten Ton von keinem merklichen Nutzen ist, ja in einigen Fällen traf es sich, dass nach sorgfältiger Abstimmung der Membran das Manometer nur sehr geringe Druckänderungen für den betreffenden Ton zeigte, während es für die anderen Töne der Pfeife nicht unbeträchtliche Druckänderungen angab.

Verschloss ich das Ende der Manometerröhre durch ein Blech mit einer feinen Öffnung und blies den Grundton an (weil sich bei diesem der Einfluss der Luftsäule im Manometer am wenigsten zeigt), so war die Druckänderung viel kleiner, als wenn das Blech mit der Öffnung entfernt wurde, und zwar um so kleiner, je feiner die Öffnung war.

Ist ein genug grosser, z. B. cylindrischer Hohlraum zwischen dem Blech, das die Spalte trägt, und zwischen dem Ende der Manometerröhre, so zeigt sich der Einfluss der Länge der Luftsäule in der Manometerröhre nur wenig, oder gar nicht. Es kann dann z. B. ein Verdichtungsmanometer für einen Partialton der Pfeife stets dieselbe Verdünnung zeigen, wie auch das Niveau des Wassers im Manometer steht.

Im Allgemeinen zeigen Manometer mit kleinen Spalten und sehr dünnen, leicht dehnbaren Kautschukmembranen nur in geringem, oft unmerklichen Grade eine Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule; ein bei der früher angeführten Pfeife gebrauchtes Ventil mit einer 4 Mm. langen, $^3/_4$ Mm. breiten Spalte zeigte zuweilen, jedoch nicht immer, diese Eigenschaft; ein anderes Ventil, wo der Spalt schon 10 Mm. lang und 1 Mm. breit war, zeigte fast ohne Ausnahme eine bedeutende Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule im Manometer. Auch verwendete ich bei dem ersten Ventil statt der Kautschukmembran einen

Digitized by Google

2 Mm. breiten, blos an einem Ende angeklebten, gegen das andere Ende zu schmäleren Staniolstreifen oder dünnen Glimmerstreifen; hier war auch die Länge der Luftsäule von grossem Einfluss.

Für grössere Pfeifen müssen auch die Dimensionen des Ventils grösser sein (für eine 8füssige Pfeife ein etwa 3 Mm. breiter, 10 Mm. langer Spalt), weil dasselbe sonst beim Tönen der Pfeife nicht erregt wird. Für kleinere Pfeifen müssen die Dimensionen wiederum kleiner sein, weil sonst die Pfeife nur schlecht anspricht und man zu unregelmässige Resultate bekommt; ich verwandte bei einer 6 Ctm. langen Pfeife mit gutem Erfolge statt des Spaltes eine kreisrunde Öffnung von blos 1 Mm. Durchmesser, die mit einem Streifchen Goldschlägerhaut überspannt war.

Was die grösste Druckänderung betrifft, die man mit einem Schallmanometer bei einer gedeckten Pfeife erreichen kann, so gibt Kundt für den Grundton seiner etwas über einen Fuss langen Pfeife einen Druck von 8—12 Zoll Wasser an; Töpler und Boltzmann[1] finden nach einer optischen Methode bei einer sorgfältig construirten Pfeife von $13^1/_3$ Zoll Länge und ziemlich weiter Mensur folgende Druckzuwüchse:

bei schwachem Anblasen (mit 3 Mm. Quecksilberdruck) 2·3 Zoll Wasser,

bei starkem Anblasen (mit 24 Mm. Quecksilberdruck) 4·4 Zoll Wasser,

bei sehr starkem Anblasen (mit 30 Mm. Quecksilberdruck) 6·3 Zoll Wasser.

Ich fand bei meiner gleich anfangs erwähnten, mit dem Munde angeblasenen, 10 Zoll langen Pfeife als grösstes Resultat aus sehr vielen Versuchen:

für den Grundton (bei 4 Mm. Quecksilberdruck) 1 Zoll 10 Lin. Wasser,

für den ersten Oberton (bei 19 Mm. Quecksilberdruck) $4^1/_2$ Zoll Wasser,

für den zweiten Oberton (bei 40 Mm. Quecksilberdruck) 8 Zoll Wasser.

---

[1] Poggend. Annalen 1870, Nr. 11.

Digitized by Google

Ich habe noch mehrere gedeckte Pfeifen von sehr verschiedener Grösse und Mensur, die gut ansprachen, in Bezug auf den Grundton untersucht; der grösste Überdruck, den ich bekam, war blos 2—3 Zoll; freilich konnte ich die Pfeifen nicht mit einem so hohen Blasbalgdruck anblasen, wie Töpler und Bolzmann, denn die meisten übersprangen bald in den Oberton. Jedenfalls muss man, falls ein Schallmanometer wirklich den Druckzuwachs im Knoten der Pfeife angibt, den Überdruck von 12 Zoll Wasser für den Grundton als einen enormen betrachten, denn die Tonstärke wächst nach Töpler und Boltzmann mit zunehmendem Blasbalgdrucke anfangs zwar rasch, dann aber nur langsam, und es muss also Kundt, wie Töpler und Boltzmann bemerken, seine Pfeife mit einem ausserordentlich grossen Druck angeblasen haben.

Auch fand ich den Unterschied zwischen offenen und gedeckten Pfeifen bei weitem nicht so gross, wie Kundt; Kundt bekam im Knoten der offenen Pfeife 3—6 Zoll Überdruck, bei der gedeckten aber 8—12 Zoll. Ich bekam bei der obenerwähnten 10 Zoll langen Pfeife für den Grundton sogar mehr, wenn sie offen war, als wenn sie gedeckt war. Auch zeigten seitwärts gerade unter das Mundloch eingesetzte Schallmanometer mit empfindlichem Ventil beträchtliche Druckänderungen; Kundt bekam jedoch im Bauche der Pfeife nicht die geringste Druckänderung.

Kundt hat sich ebenfalls, jedoch ohne Erfolg, bemüht, mit einem in freier Luft befindlichen Schallmanometer von dem Ton einer in unmittelbarer Nähe angeblasenen Pfeife eine Anzeige zu erhalten. Dies gelingt jedoch ganz leicht, wenn man den Spalt des Ventils nur klein nimmt, etwa 3—4 Mm. lang, $^3/_4$ Mm. breit, und ihn mit einer ganz schmalen ($1^1/_2$ Mm.), sehr dünnen, fast gar nicht gespannten Kautschukmembran (oder einem nur an einer Seite angeklebten Staniolstreifchen) bedeckt. Zur Erregung nimmt man hohe, starke Töne, am besten die Obertöne einer offenen, etwa 1 Fuss langen Pfeife, die mit dem Munde angeblasen wird. Das Blech mit dem Spalt ist an einem kurzen Röhrenstückchen von Metall angelöthet; dieses Röhrenstückchen passt genau in eine weitere Röhre (von 3 Ctm. Durchmesser),

Digitized by Google

in die mittelst eines Korkes ein Manometer angesetzt wird [1]; das Röhrenstückchen kann man auch umgekehrt in die weitere Röhre stecken und erhält so nach Belieben ein Verdünnungs- oder Verdichtungsmanometer, das man mit gutem Vortheil auch bei Pfeifen verwenden kann. Man bekommt merkliche Druckänderungen, wenn die Pfeife auf 1—2 Fuss Entfernung angeblasen wird.

Das Manometer ist auf verschiedene Töne verschieden empfindlich, und man könnte wohl die Pfeife in grössere Entfernung bringen, wenn der Ton gut getroffen ist. Setzt man einen gewöhnlichen Trichter an das Manometer an, so werden die Druckänderungen bedeutend vergrössert; ich bekam in einem Falle 3 Zoll Wasser Verdünnung, wenn die Pfeife eine Handbreit vor dem Trichter angeblasen wurde.

Am besten gelingt aber der Versuch mit einem Resonator, den man an das Schallmanometer ansetzt (Fig. 2). Ich stimmte genau den ersten Oberton einer 1 Fuss langen Pfeife auf einen Resonator, der mittelst erweichtem Wachs luftdicht an das Manometer angesetzt wurde; das Manometer zeigte eine merkliche Druckänderung auf eine Distanz von 4 Meter.

Fig. 2.

Setzt man an das Ende der gedeckten Pfeife ein blosses Manometer ohne Ventil ein, so zeigt dieses beim Tönen eine kleine Verdichtung; nach Kundt soll dieses davon herrühren, dass der aus dem Spalt der Pfeife dringende Luftstrom nicht an der Kante vorbeistreift, sondern etwas in die Pfeife hineinreicht. Man kann aber diese Verdichtung leicht in eine Verdünnung verwandeln, wenn man in kleiner Entfernung über dem Spalt parallel zu diesem ein Holzleistchen L anklebt (Fig. 3); der Ton der Pfeife verliert dadurch an Reinheit und das Manometer zeigt eine

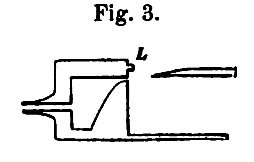


Fig. 3.

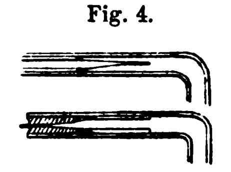
[1] Statt des Manometers kann man auch eine horizontale Glasröhre mit einem Wassertropfen ansetzen; wird das Ventil erregt, so bewegt sich der Tropfen.

Digitized by Google

kleine Verdünnung. Nimmt man immer breitere Leistchen, die immer mehr über die Mundöffnung ragen, bis diese ganz überdeckt wird, so wird der Ton immer mehr unrein, bis er ganz verschwindet; die Verdünnung steigert sich dabei immer mehr, trotzdem man glauben sollte, dass der Luftstrom jetzt noch mehr zusammengehalten und also in die Pfeife hineingetrieben wird. Auch durch blosses Überdecken der Mundöffnung mit der Hand kann man leicht eine Verdünnung in dem Manometer erzielen; der Ton ist hiebei fast ganz ausgelöscht.

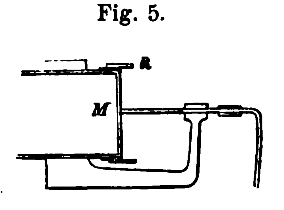
Man kann ausser dem Kundt'schen noch ein anderes Ventil für den Schall verfertigen, welches ziemlich merkwürdig ist. Ein kurzes Glasröhrchen, welches in die Röhre des Manometers passte, wurde zu einer feinen Spitze ausgezogen, mit etwas weichem Wachs in das Manometer mit der Spitze nach innen eingesetzt (Fig. 4, natürl. Grösse) und die Spitze nach und nach immer mehr abgebrochen; bei einer gewissen Grösse der Öffnung in der Spitze zeigte das in die Pfeife eingesetzte Manometer eine Verdünnung von 1—2 Linien Wasser. Kehrt man die Spitze des Trichterchens nach aussen, so zeigt das Manometer eine Verdichtung, und zwar eine ziemlich grössere, als wenn man das blosse Manometer ohne Trichterchen verwendet. Die ganze Erscheinung verschlechtert sich in dem Masse, als die Öffnung in der Spitze des Trichterchens zu fein oder zu weit wird.

Fig. 4.



Ähnliche Erscheinungen wie am Kundt'schen Manometer kann man wahrnehmen, wenn man an das Ende einer Pfeife, am besten einer Metallpfeife von kreisförmigem Querschnitt (Durchm. = 3 Ctm., Länge = 1 Fuss) eine gute Kautschukmembran *M* (Fig. 5) möglichst straff anspannt und senkrecht auf ihre Mitte ein an einem Ende ebengeschliffenes Glasröhrchen (innerer Durchm. = 2 Mm.) ansetzt; das andere Ende verbindet man mit dem in Fig. 1 dargestellten Manometer. Bläst man die Pfeife am besten auf

Fig. 5.



einen ihrer Obertöne [1] an, so bekommt man je nach der Stellung des Wasserniveau's im Manometerschenkel entweder eine Verdichtung, oder gar keine Druckdifferenz, oder eine Verdünnung bis zu einigen Centimetern. Die Erscheinung ist sehr variabel, je nach der Stellung des Glasröhrchens zur Membran.

Eigenthümliche Erscheinungen treten auf, wenn man nach Entfernung des Manometers bei vertical gestellter Pfeife oben auf die Membran eine Schichte von Wasser giesst, dessen Abfliessen ein vorstehender Rand *R* hindert; die Pfeife wird wieder mit dem Munde durch einen Schlauch angeblasen. Passt das Ende des Röhrchens nicht genau auf die Fläche der Membran, so steigt Wasser in das Röhrchen und zwar zufolge der Capillarität höher als der äussere Wasserspiegel. Bläst man nun die Pfeife auf den Grundton an, so wird gewöhnlich sofort ein Theil des Wassers bis auf einen kleinen Rest aus dem Röhrchen herausgesaugt. Zuweilen steigt beim Anblasen eines von den Obertönen das Wasser schnell im Röhrchen auf; auch machte ich dabei wiederholt die eigenthümliche Beobachtung, dass, wenn das etwa 8 Ctm. lange Röhrchen ganz mit Wasser gefüllt wurde, beim Anblasen eines bestimmten Obertones das Wasser im Röhrchen überfloss oder, wenn man eine längere Röhre ansetzte, sogar einige Zoll hoch aufstieg; liess man aber das Wasser über einen gewissen Punkt (beiläufig in der Höhe von 3 Ctm.) sinken, so kehrte sich die Erscheinung um; das Wasser wurde aus dem Röhrchen sehr schnell ausgesaugt; sobald aber das Wasser nur sehr wenig höher stand als dieser Punkt, füllte sich sogleich das Röhrchen. Alle diese Erscheinungen sind ebenfalls sehr variabel.

Die Oberfläche des Wassers zeigt beim Tönen der Pfeife die von Faraday und Mathiessen, jedoch nicht an Membranen, sondern an tönenden Platten beobachteten Wellenformen; dazu ist es gut, wenn man das Röhrchen fortnimmt. Ist schon sehr wenig Wasser auf der Membran, so strömt alles Wasser ziemlich schnell nach dem Ort der grössten Excursion, nämlich nach der Mitte zu, was bisher nur am Lycopodium beobachtet wurde; natürlich sammelt sich auch das Lycopodium bei nicht allzustarkem Blasen zu einem Häufchen auf die Mitte.

---

[1] Der Grundton ist stets tiefer, als der Grundton der gedeckten Pfeife, wie hoch man auch die Membran stimmen mag.

Digitized by Google

Nimmt man den vorstehenden Rand von der Membran weg und gibt parallel zu derselben auf etwa 2 Ctm. Entfernung einen Streifen dünnen Papiers vor dieselbe, so wird der Streifen beim Anblasen der Pfeife sofort auf die Membran gezogen; ist er nicht nahe genug, so neigt er sich blos zur Membran hin. Der Streifen kann breit oder sehr schmal sein, ja selbst ein dünner langer Glasfaden neigt sich beim Tönen zur Membran, wenn er nahe genug ist. Ähnlich hat H. Prof. Mach beobachtet, dass, wenn man im Knoten einer offenen Pfeife ein Loch macht, ein Papierstreifen beim Tönen auf das Loch hingezogen wird; ich hängte einen vor dem Luftstrom, der aus dem Kernspalt der Pfeife kommt, geschützten Zwirnfaden nahe vor eine solche runde Öffnung; der Faden wurde stets zur Mitte der Öffnung gezogen, selbst wenn er etwas seitwärts hing. Hieher gehörige Beobachtungen sind schon 1834 von Guyot, 1869 von Guthrie, dann später von Schellbach gemacht worden; eine Theorie stellten Thomson und Challis auf. (Annales de Chimie. T. XXV, pag. 199, Jahrgang 1872.) Auch in Mach's Physik für Mediciner (1862) sind S. 236 ähnliche Erscheinungen erwähnt.

Zum Schlusse will ich noch eine Erscheinung anführen, die ich am Kundt'schen Manometer zu beobachten wiederholt die Gelegenheit hatte; lässt man nämlich kleine Luftblasen in den mit der Pfeife verbundenen Manometerschenkel aufsteigen (dieses gelingt am besten, wenn man das Glasgefäss so tief herabsenkt, bis das Wasser aus den Manometerröhren ganz heraustritt, und dann schnell wieder heraufbringt), so bleiben sie knapp unter der Oberfläche des Wassers stehen; man lässt nun am besten einen Oberton der Pfeife kräftig ertönen, wobei das Manometer eine, jedoch nicht grosse, Verdichtung geben soll, was bei den vielen Abnormitäten des Kundt'schen Manometers öfters eintritt; die Luftblasen steigen sogleich unter das Niveau herab, die kleineren tiefer als die grösseren, und bleiben während des Tönens unverändert an derselben Stelle; hört der Ton auf, so steigen sie wieder auf.

Sämmtliche Versuche wurden im Prager physikalischen Laboratorium ausgeführt.

Digitized by Google

XVII. SITZUNG VOM 19. JUNI 1873.

Der Secretär legt zwei Denkmünzen vor, wovon die eine aus Anlass der Säcularfeier der k. belgischen Akademie der Wissenschaften und Künste, und die andere zur Erinnerung an den tausendjährigen Bestand des norwegischen Reiches geprägt worden ist. Erstere wurde von der Akademie zu Brüssel und letztere von der Universität zu Christiania eingesendet.

Derselbe legt ferner folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Normaler Blüthen-Kalender von Österreich-Ungarn. Reducirt auf Wien". III. Theil, vom Herrn Vice-Director K. Fritsch in Salzburg.

„Beiträge zur Chemie der Knochen", von den Herren Professor Dr. R. Maly und Dr. Jul. Donath in Innsbruck.

„Über eine neue Curve sechsten Grades", vom Herrn Jos. Weselý, Bibliothekar der polytechnischen Institute in Prag.

„Über einige Anwendungen der Luftreibung bei Messinstrumenten", vom Herrn Prof. A. Toepler in Graz.

Diese Mittheilung ist für den Anzeiger bestimmt.

Herr Prof. Dr. Ed. Suess legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung: „Die Erdbeben Nieder-Österreichs", vor.

Herr Dr. Joh. Holetschek, Assistent an der k. k. Wiener Sternwarte, überreicht eine Abhandlung: „Bahnbestimmung des ersten Kometen vom Jahre 1871".

Herr Dr. K. Heitzmann theilt die Ergebnisse von Versuchen über die Wirkung der Milchsäurefütterung auf Thiere mit.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Anstalt, k. ungar. geologische: Mittheilungen aus dem Jahrbuche. I. Band, 2. Heft. Pest, 1872; gr. 8°.

Digitized by Google

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 17. Wien, 1873; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1943—1944. (Bd. 81. 23—24.) Altona, 1873; 4°.

Ateneo Veneto: Atti. Serie II. Vol. VIII. 1870—71. Venezia, 1873; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XLVII. Nr. 185. Genève, Lausanne, Paris, 1873; 8°.

Christiania, Universität: Akademische Schriften aus den Jahren 1869—1872. 4° & 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVI, Nr. 22. Paris, 1873; 4°.

Gerdts, A. E., Rationelle Heilung des Stotterns und Kräftigung der Sprachorgane zur Selbsthilfe. Siegburg, 1873; 8°.

Gesellschaft, geographische, in Wien: Mittheilungen. Bd. XVI (neuer Folge VI), Nr. 5. Wien, 1873; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 23—24. Wien, 1873; 4°.

Hirsch, A., et E. Plantamour, Nivellement de précision de la Suisse exécuté par la Commission géodésique fédérale. 4e Livraison. Genève, Bale, Lyon, 1873; 4°.

Hoffmann, Joseph, Das Wiener k. k. allgemeine Krankenhaus. Wien, 1873; 8°.

Institut, Königl. Preuss. geodätisches: Astronomisch-geodätische Arbeiten im Jahre 1871. Leipzig, 1873; 4°.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo II°, Serie IVa, Disp. 6a. Venezia, 1872—73; 8°.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 12. Graz, 1873; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k. in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1873, Nr. 9. Wien; 8°.

Liais, Emmanuel, Climats, Géologie, Faune et Géographie botanique du Brésil. Paris, 1872; gr. 8°.

Nature. Nrs. 188—189, Vol. VIII. London, 1873; 4°.

Prochaska, A., die Firma Joh. Dav. Starck, und ihre Berg-Mineral-Werke und Fabriken. Pilsen, 1873; 8°.

Digitized by Google

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." IIe Année, 2e Série, Nrs. 49—50. Paris, 1873; 4°.

Société géologique de France: Bulletin. 2e Série, Tome XXIX. 1872. Nrs. 1—7; 3e Série, Tome Ier. 1873. Nrs. 1—2. Paris; 8°.

Society, The Royal Dublin: Journal. Vol. VI, Nr. 2. Dublin, 1872; 8°.

Verein für siebenbürgische Landeskunde: Archiv. N. F. X. Bd., 2. & 3. Heft. Hermannstadt, 1872; 8°. — Jahresbericht für das Vereinsjahr 1871/72. Hermannstadt; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang Nr. 24. Wien, 1873; 4°.

Digitized by Google

Beiträge zur Chemie der Knochen.

Von **Rich. Maly** und **Jul. Donath.**

Während die Zusammensetzung der Knochen so sehr oft Gegenstand der Untersuchung war und Tausende von analytischen Bestimmungen über den Oseïngehalt und die Aschenbestandtheile derselben vorliegen, weiss man über den Stoffwechsel im Knochen ungemein wenig. Es beschränkt sich dieses Wissen fast nur auf das experimentell constatirte vom Periost ausgehende Dickenwachsthum der Knochen und auf die von Ollier aufgefundene, unter der Beinhaut gelegene Zellenschichte, welche durch Ablagerung von Kalksalzen diese subperiostale Osteogenese besorgen soll. Chemischerseits fehlt gleichwohl völlig jeder Anhaltspunkt, auf den ein Abgelagertwerden der Knochensalze an der Peripherie oder eine Aufsaugung von der Markhöhle aus, kurz eine Bewegung — also ein Löslich- oder Unlöslichwerden — der starren Knochensubstanz bezogen werden könnte.

Es ist ferner sogar die für die Knochenchemie wichtige Frage, ob der phosphorsaure Kalk im Knochen mit dem leimgebenden Gewebe chemisch in bestimmten Proportionen verbunden ist, oder ob die Vereinigung des organischen Theiles mit dem anorganischen in anderer Weise aufzufassen ist, eine ungelöste.

Die Versuche, welche den folgenden Mittheilungen zu Grunde liegen, sind in dem Sinne angestellt worden, einen kleinen Beitrag zu diesen Fragen zu liefern.

Zunächst schien es wünschenswerth, die Körper näher kennen zu lernen, welche auf die Löslichmachung des drei-

Digitized by Google

basischen Calciumphosphats von Einfluss sein könnten. Es liegen hierüber schon manche vereinzelte Angaben vor.

Nach Dumas[1] löst sich phosphorsaurer Kalk in salmiakhältigem Wasser und namentlich auch in kohlensäurehältigem Wasser, wie schon Berzelius (bei der Untersuchung des Karlsbader Wassers) und Thénard gefunden haben. Liebig[2] bemerkt dazu, dass er auf beide Umstände schon drei Jahre früher aufmerksam gemacht hatte. Nach ihm löst sich der phosphorsaure Kalk auch in Kochsalz und schwefelsaurem Ammoniak. In Bezug auf Kochsalz gibt Lassaigne[3] an, dass 1 Liter Wasser, welcher $^1/_{12}$ seines Gewichtes Kochsalz enthält, 0·333 Grm. von basisch phosphorsaurem Kalk der Knochen löst, worauf er in physiologischer Hinsicht aufmerksam macht. Er ist der Meinung, dass das Meerwasser so viel phosphorsauren Kalk als die Conchylien etc. brauchen, in Lösung halten könne. Bobierre[4] hat sich durch Versuche überzeugt, dass der geglühte, wieder frisch gefällte phosphorsaure Kalk von einer Zuckerkalklösung aufgenommen werde. Nach Wöhler[5] tritt das Knochenmehl, welches als Düngmittel für die Landwirthschaft auf Knochenmühlen bereitet wird, an Wasser, womit es einige Zeit in Berührung bleibt, eine nachweisbare Menge von phosphorsaurem Kalk und phosphorsaurer Bittererde ab; diese Löslichkeit ist nach Wöhler nicht von der Kohlensäure des Wassers bedingt, denn auch das durch längeres Kochen von Kohlensäure befreite Wasser löst davon ab. Als man durch dieselbe Menge Knochenmehl Monate lang Wasser durchfliessen liess, nahm die Löslichkeit nicht ab, sondern wie es schien in dem Masse zu, wie die organische Substanz der Knochen in Fäulniss überging. Durch diese Thatsache hat Wöhler gelehrt, dass ohne alle künstliche Zubereitung die Knochen an das Wasser des damit gedüngten Bodens die phosphorsauren Erdsalze abtreten und so die Pflanzen versorgen. Im Wesentlichen dasselbe bemerkt Hayes[6];

---

[1] Compt. rend. T. 23.

[2] Ann. d. Chem. Bd. 61.

[3] Journ. de Chimie méd. Sér. 3, T. 4.

[4] Compt. rend. T. 32, p. 859.

[5] Ann. d. Chem. Bd. 98, p. 143.

[6] Edinb. new philosoph. Journ. Vol. V.

Digitized by Google

er fand in Wasser, worin Knochen bei 27 Grad faulten, phosphorsauren Kalk.

Ausserdem wirken noch lösend auf basisch phosphorsauren Kalk nach Mende[1] Eiweiss und Leim, nach Wittstein salpeter- und bernsteinsaures Ammoniak.

Bei unseren Versuchen wurde zunächst damit begonnen, die Löslichkeit von reinem Kalkphosphat in Wasser festzustellen und sie mit der Löslichkeit der Mineralbestandtheile im Knochen zu vergleichen; ferner wurde versucht, in vergleichbaren Bestimmungen die auflösende Wirkung verschiedener organischer und anorganischer Substanzen auf Knochenmasse festzustellen.

Zu den Bestimmungen der ersten Art wurden drei Präparate benützt:

1. Kalkphosphat, gefällt aus Kalkwasser mit verdünnter Phosphorsäure mit der Vorsicht, dass die Reaction alkalisch blieb. Der Niederschlag wurde mit ausgekochtem Wasser gewaschen, war weiss, gelatinös und wurde nicht getrocknet, sondern unter Wasser aufbewahrt.

2. Kalkphosphat, durch Einwirkung von Chlorcalcium auf mit Ammon versetztes gewöhnliches phosphorsaures Natron erhalten. Der Niederschlag wurde mehreremal mit Wasser ausgekocht, getrocknet und geglüht.

3. Ein Stück vom Ochsenfemur, nur aus compacter Knochensubstanz bestehend, wurde durch Abreiben mit Bimsstein gereinigt, ausgewässert, dann grob gepulvert, mit Wasser, Alkohol, Aether und dann wieder mit Wasser gewaschen.

Zur vergleichenden Löslichkeitsbestimmung wurde je eine Partie des Präparates im Kolben unter Schütteln mit viel destillirtem Wasser entweder einige Tage oder auch einige Wochen stehen gelassen. In jedem Falle gingen merkliche, durch Molybdänsäure, oxalsaures Ammon und Silbersalz nachweisbare Mengen von Kalk und Phosphorsäure in Lösung. Die Silbertrübung verschwand auf Zusatz von Salpetersäure, rührte also nicht von Chlor her. Der fixe Rückstand dieser Lösungen wurde durch Abdampfen in Platintiegeln bestimmt.

---

[1] Compt. rend. T. 44, p. 1108.

Digitized by Google

I. Löslichkeit von gelatinösem Kalkphosphat.

a) 100 CC. Flüssigkeit gaben 0·0019 Grm. Rückstand.
b) 200 CC. „ „ 0·0037 „ „
c) 500 CC.[1] „ „ 0·0137 „ „
d) 500 CC.[2] „ „ 0·0150 „ „

II. Löslichkeit von geglühtem Kalkphosphat.

a) 100 CC. Flüssigkeit gaben 0·0016 Grm. Rückstand.
b) 100 CC. „ „ 0·0027 „ „
c) 200 CC. „ „ 0·0032 „ „
d) 500 CC. „ „ 0·0246 „ „
e) 500 CC. „ „ 0·0100 „ „

III. Löslichkeit von Knochenpulver.

a) 100 CC. Flüssigkeit gaben 0·0026 Grm. Glührückstand (Kalkphosphat).

b) 200 CC. Flüssigkeit gaben 0·0044 Grm. Glührückstand.
c) 500 CC. „ „ 0·0173 „ „

Bei den folgenden an demselben Knochenpulver hintereinander ausgeführten Bestimmungen wurde nebst dem Glüh- auch der Trockenrückstand (bei 110° C.) bestimmt und zum Digeriren sorgfältig ausgekochtes (gasfreies) Wasser benützt.

d) 100 CC. Filtrat nach 5tägigem Stehen gaben 0·00725 Grm. Trockenrückstand und 0·00325 Grm. Glührückstand.

e) 390 CC. Filtrat nach 5tägigem Stehen gaben 0·021 Grm. Trockenrückstand und 0·0125 Grm. Glührückstand.

f) 500 CC. nach $7\frac{1}{2}$ Tagen gaben 0·0295 Grm. Trockenrückstand und 0·018 Grm. Glührückstand.

g) 500 CC. nach 5 Tagen gaben 0·022 Grm. Trockenrückstand und 0·014 Grm. Glührückstand.

Demnach lösen sich in 100000 Theilen Wasser:

1. Von gelatinösem Kalkphosph. 1·9; 1·85; 2·7; 3·0, daher im Mittel 2.36 Theile.

2. Von geglühtem Kalkphosph. 1·6; 2·7; 1·6; 4·9; 2·0, daher im Mittel 2·56 Theile.

3. Von Knochenpulver 2·6; 2·2; 3·4; 3.25; 3·2; 3·6; 2·8, daher im Mittel 3·00 Theile Phosphat.

[1] Mehrere Wochen digerirt.
[2] 5 Tage lang digerirt bei 19° C.

Digitized by Google

Dass die vorstehenden Zahlen unter einander einige Differenzen zeigen, erklärt sich wohl daraus, dass die Wägungen sich meistens auf Milligramme bezogen und dass die Temperaturänderungen nicht ausgeschlossen werden konnten; sie zeigen aber doch, worauf es uns eben ankam, dass der phosphorsaure Kalk im Knochen kein merklich verschiedenes Löslichkeitsverhalten gegen Wasser zeigt, im Vergleich mit dem reinen, mineralischen Kalkphosphat, dass also auf den mineralischen Theil des Knochens die Löslichkeitsverhältnisse des freien, unverbundenen Kalkphosphats Anwendung finden.

Indem wir zu salzhältigem Wasser übergingen, zeigte es sich bald, dass die Löslichkeit des Calciumphosphats im Knochen sich wesentlich erhöhen kann; so gaben z. B. 100000 Theile 1%-iger Salmiaklösung, worin Knochenpulver durch einige Tage digerirt wurde, 16·8 Theile Glührückstand.

Um nun für die Knochensubstanz die lösende Wirkung verschiedener Körper vergleichend festzustellen, versuchte man dies zuerst mit dem oben erwähnten gereinigten Knochenpulver. Aber obwohl dieses nur gröblich war, so zeigte es eine so grosse Hygroscopicität, dass man nicht im Stande war, es einigermassen genau zu wägen. Lufttrocken konnte man es nicht anwenden, denn Versuche zeigten, dass verschiedene Feuchtigkeitsgrade der Luft sich trefflich im Knochenpulver markirten und das Trocknen bei 100° C. oder höher wollte kein Ende nehmen.

Um doch diese Versuche auszuführen, wurden annähernd gleiche Stücke aus schön weisser, compacter Substanz, dem Mittelstück vom Ochsenfemur, gesägt und glatt polirt. Diese wurden nun durch 8 Tage lufttrocken täglich gewogen und daraus ihr mittleres Gewicht genommen, dann wurden sie in die betreffenden Lösungen gelegt, einige Tage darin gelassen, abgespült, getrocknet und wie vorher lufttrocken täglich gewogen; sowie die Wägungen nunmehr wenig differirten, wurde aus denen der letzten Tage wieder das Mittel genommen. Es zeigte sich in allen Fällen eine Gewichtsabnahme, die in verschiedenen Lösungen verschieden war und bei zwei Versuchsreihen, von denen die eine im Sommer, die andere im Winter gemacht wurde, genügend übereinstimmten. Die Lösungen, in welche die Knochenschliffe gelegt wurden, waren 2%-ig.

Digitized by Google

Name der Lösung	Knochenschliffe vor der Behandlung. Lufttrocken im Mittel		Knochenschliffe nach der Behandlung. Lufttrocken im Mittel	
	a	*b*	*a'*	*b'*
	in Grammen		in Grammen	
Gew. Natronphosphat	2·1470	2·0134	2·1416	2·0120
Rohrzucker	2·2790	2·4518	2·2583	2·4452
Salmiak	3·2940	2·8118	3·2629	2·8020
Kochsalz	4·3175	3·7352	4·2910	3·7290
Glycerin	2·8655	1·9432	2·8484	1·9390
Milchzucker	2·2585	2·0437	2·2367	2·0405
Traubenzucker	2·4660	1·5796	2·4438	1·5740
Leim	2·9840	2·2630	2·9596	2·2575
Galle	4·1250	—	4·0960	—
Doppelkohlensaures Natron . .	—	2·7340	—	2·7320
CO_2 hältiges Wasser	2·2332	—	2·1925	—
Milchsaures Natron	1·7110	—	1·6956	—
Wasser	2·7620	—	2·7360	—

Zur besseren Uebersicht könnte man diese Verluste in Procenten rechnen; da aber die Knochenschliffe ungleich schwer waren, so würde diese Berechnung unrichtige Resultate geben, zumal der Verlust an Substanz in der Lösung mehr von der Grösse der Oberfläche als vom Gewicht des Knochenstückes abhängt. Nun waren aber die Knochenschliffe von einem in der Richtung der Axe des Röhrenknochens geschnittenen Stück durch darauf senkrechte und parallele Sägeschnitte erhalten, so dass die Lamellen, wenn auch ungleich dick ausgefallen, doch eine nahezu gleiche Oberfläche hatten. Deshalb werden die direct beobachteten Gewichtsverluste eine viel annähernder richtige Scale der knochenlösenden Wirkung der Flüssigkeiten darstellen.

Digitized by Google

In der folgenden Tabelle sind diese Verluste für Reihe *a* und *b* so gestellt, dass den grösseren die kleineren folgen.

Name der Lösung	*a—a'*	Name der Lösung	*b—b'*
CO_2hältiges Wasser . .	0·0407	Salmiak	0·0098
Salmiak	0·0311	Rohrzucker	0·0066
Galle	0·0290	Kochsalz	0·0062
Kochsalz	0·0265	Traubenzucker	0·0056
Wasser	0·0260	Leim	0·0055
Leim	0·0244	Glycerin	0·0042
Traubenzucker	0·0222	Milchzucker	0·0032
Milchzucker	0·0218	Doppelt-kohlens. Natron	0·0020
Rohrzucker	0·0207	Natronphosphat	0·0014
Glycerin	0·0171		
Milchzaures Natron . . .	0·0154		
Natronphosphat	0·0054		

Wenn man diese Reihen übersieht, so fällt zuerst der absolut grössere Verlust der Knochenstücke der Reihe *a* auf, was nur darauf zu beziehen ist, dass diese im Sommer bei höherer Temperatur beobachtet wurde, während die Reihe *b* in den Winter fiel. Dessungeachtet ist in beiden Reihen beiläufig dasselbe Löslichkeitsverhältniss zu bemerken. Zuerst kommt CO_2hältiges Wasser, dann Salmiaklösung und reines Wasser[1], dann Galle, Kochsalz, Leim und die Zuckerarten; am wenigsten knochenlösend wirken doppeltkohlensaures Natron, milch- und phosphorsaures Natron, welche letzteren also das Lösungsvermögen des reinen Wassers bedeutend vermindern.

[1] Dass Wasser gleich stark an der Knochensubstanz leckt, als das kalkphosphatlösende Kochsalz, muss darauf zurückgeführt werden, dass die Salze durch Hinderung der Quellung des Leims die mineralische Knochengrundlage wenig zugänglich machen.

Digitized by Google

Die Kohlensäure löst so reichlich wie fast eine verdünnte Mineralsäure den phosphorsauren Kalk. Leitet man Kohlensäure in Wasser, worin gelatinöses Kalkphosphat suspendirt ist, und filtrirt, so scheidet das Filtrat beim Erhitzen einen reichen Niederschlag ab. 300 CC. eines solchen nach einstündigem Gaseinleiten gaben in der Platinschale abgedampft 0·1153 Grm. Rückstand, der mit Säuren nicht brauste und analysirt die Zahlen für basisch phosphorsauren Kalk gab. Es ist also die Einwirkung der Kohlensäure so, dass erst saurer kohlensaurer und saurer phosphorsaurer Kalk entstehen, während beim Eindampfen letzteres Salz das erstere wieder zerlegt unter Austreibung aller Kohlensäure.

Auf einer Doppelzersetzung beruht wohl auch die lösende Wirkung des Salmiaks.

Uebertragen wir die Erfahrungen bezüglich der knochenlösenden Substanzen auf den Organismus, so müssen wir annehmen, dass die im Serum und in den Gewebsflüssigkeiten enthaltenen Salze die Löslichkeit und damit den Umsatz der Knochensubstanz nicht zu erhöhen vermögen gegenüber der lösenden Wirkung, welche reines Wasser auf Kalkphosphat ausübt.

Letztere Wirkung im Organismus ist auch schon bekannt und durch viele Versuche erhärtet, wenngleich diese zum Theile in anderer Weise gedeutet wurden. Nach Breed schied ein Mensch, der viel Wasser trank, in 24 Stunden 4·228 Grm. Phosphorsäure aus; einer der wenig trank, 4·015 Grm. Genth fand an sich bei einer bestimmten Kost in 24 Stunden 3·729 Grm. Phosphorsäure und bei Aufnahme von 4000 CC. Wasser mehr Phosphorsäure, nämlich: 3·904 Grm. Auch Vogel[1] gibt dasselbe zu; er sagt: „Durch reichliches Wassertrinken wird in der Regel die Phosphorsäureausscheidung, gleichzeitig mit der Harnstoff- und Chlorausscheidung gesteigert, und zwar vielmehr als die durch das Wasser eingeführten phosphorsauren Salze betragen, also entweder durch Steigerung des allgemeinen Stoffwechsels oder durch eine Erhöhung der excretorischen Nierenthätigkeit oder durch beides zusammen". Die Thatsache, dass reichliches Getränk die Phosphate im Harn vermehrt, steht hiermit fest. Zu ihrer Erklärung scheint uns jedoch die einfach lösende Wirkung des Wassers auf die von demselben durchspülten

---

[1] Analyse des Harns von Neubauer und Vogel. 6. Aufl.

Knochen vollständig ausreichend, jedenfalls auch präciser und naheliegender als die Annahme eines erhöhten Stoffwechsels.

Mit einigen Substanzen, so den Zuckerarten und dann mit Salmiak, welche als kalkphosphatlösend schon lange gelten, haben wir einige kleine Versuchsreihen am lebenden Organismus ausgeführt zu einer Zeit, wo wir noch nicht constatirt hatten, dass reines Wasser diesen Lösungen an knochenlösender Kraft nicht nachsteht.

Salmiak wurde einem Hunde gegeben, nachdem die Phosphorsäuremenge in dessen Harn bei derselben Kost festgestellt worden war, es konnte jedoch nach den Salmiakgaben keine einigermassen bemerkenswerthe Phosphorsäurezunahme constatirt werden.

Die Versuche mit den Zuckern wurden am Menschen bei möglichst gleichförmiger und vorwiegender Eiweisskost angestellt und sind kurz folgende.

A schied aus:			*B* schied aus:		
Versuchstag	$P_2\Theta_5$	Bemerkung	Versuchstag	$P_2\Theta_5$	Bemerkung
1.	2·80 Grm.	Gewöhnliche Kost.	1.	2·60 Grm.	Gewöhnliche Kost.
2.	2·85 „	„ „	2.	2·70 „	„ „
3.	2·80 „	„ „	3.	2·79 „	„ „
4.	2·82 „	„ „	4.	2·88 „	„ „
5.	2·86 „	„ „	5.	3·67 „	Gew. K. + 7 Grm. Traubenzucker.
6.	2·76 „	„ „	6.	2·66 „	Gew. K.
7.	3·10 „	„ „	7.	2·47 „	„ „
8.	2·78 „	Gew. K. + 70 Gr. Rohrzucker.	8.	2·82 „	„ „ + 50 Grm. Milchzucker.
9.	3·88 „	Gew. K.	9.	2·59 „	Gew. K. + 50 Grm. Milchzucker.
10.	2·82 „	„ „	10.	2·72 „	Gew. K.
11.	2·86 „	„ „	11.	3·06 „ [1]	„ „ + 50 Grm. Traubenzucker.
12.	2·60 „	„ „ + 40 Gr. Traubenzucker.			

[1] Gefunden 3.158, aber im Traubenzucker 0.095 $P_2\Theta_5$.

Digitized by Google

Bei der Reihe *A* ist nach zweimaligem Zuckergenuss keine Phosphorsäuresteigerung nachweisbar, eher eine Verringerung, und es wird nicht unzulässig sein, dafür eine Erklärung zu suchen in dem Schutz von anderem Körpermaterial durch den genossenen Zucker. Bei der Reihe *B* fällt einmal (die Phosphorsäuresteigerung nach dem Genuss von 7 Grm. Traubenzucker kann wohl als Zufall gelten) am letzten Tage Phosphorsäuresteigerung mit Zuckergenuss zusammen, an zwei anderen Tagen aber nicht, so dass wir hierauf keinen Werth legen können und die Zuckerarten daher gegen unsere ursprüngliche Erwartung entweder keinen oder einen eher verringernden Einfluss auf die Phosphorsäureausfuhr ausüben.

Endlich wurde noch in Hinblick auf die knochenlösende Kraft der Kohlensäure ein Versuch mit Sodawasser gemacht. Die Kost wurde bei diesem Versuch aus genau gewogenen Mengen im Laboratorium bereitet[1].

Die Phosphorsäure im Harn betrug

Datum	P_2O_5	davon an alk. Erden gebunden	Bemerkung
13.—14. Jänner	1·568 Grm.	—	Kein Sodawasser.
14.—15. „	1·368 „	—	
15.—16. „	1·334 „	0·408	
16.—17. „	1·451 „	0·406	
17.—18. „	1·428 „	0·339	
18.—19. „	1·260 „	0·336	
19.—20. „	1·307 „	0·353	3 Syphons Sodawasser.
20.—21. „	1·354 „	—	2 „ „

[1] Die Kost bestand aus täglich gleichen Mengen von Thee, Milchkaffee, Käse, Fleisch (205 Grm.), Reis (130 Grm.), Fett (37 Grm.), Kochsalz (8 Grm., anfangs etwas mehr), Zucker, Pfeffer und Zimmt.


Digitized by Google

Dieser Versuch zeigt, dass auch eine Vermehrung der Kohlensäure im Blut, soweit sie sich durch den Kohlensäuregenuss bewirken lässt, keine erhebliche Abnutzung, die über den physiologischen Knochenverbrauch hinausgeht, bewirkt, und wir haben deshalb in dieser Richtung keine weiteren Versuche gemacht. Jedenfalls sind eventuelle künstlich hervorgebrachte Erhöhungen oder Retardationen im Stoffwechsel der starren Knochensubstanz nicht bedeutend genug, als dass sie in einer geänderten Zusammensetzung der Secrete sich deutlich erkennbar machen würden.

Der zweite, resultatreichere Theil unserer Versuche hat sich die Beantwortung der Frage zur Aufgabe gestellt, ob der Knochen in seinen beiden Hauptbestandtheilen, dem organischen und unorganischen, eine chemische Verbindung ist oder nicht. Die vielfachen Anläufe, die hiezu schon gemacht worden sind, und die widerstrebenden Meinungen sind Zeugen genug, welche Schwierigkeiten in der Deutung dieser scheinbar einfachen Verhältnisse liegen.

Man hat bisher eine Reihe von Gründen und Erfahrungen für und gegen eine chemische Verbindung der Knochensalze mit dem Knochenknorpel (Osseïn) geltend gemacht, aber wie ungeklärt Einiges davon war, geht z. B. daraus hervor, dass eine und dieselbe Thatsache von verschiedenen Seiten einmal für die erste, das andere Mal für die zweite Anschauung herbeigezogen wurde.

Dies ist der Fall bezüglich der innigen Durchdringung der beiden Bestandtheile, zufolge welcher nach Herauslösung des einen Knochenbestandtheiles der andere zusammenhängend zurückbleibt: nach Behandlung mit Säuren resultirt bekanntlich der Knochenknorpel mit genau den Formen des ursprünglichen Knochens, und nach der Calcination oder Behandlung mit Kali bleibt der organische Theil als Knochenpseudomorphose. So spricht sich Schlossberger[1] dahin aus,: „Die Erfahrung, dass man mit Säuren die Knochenerde etc. herausnehmen kann, ohne

---

[1] Allgem. vergleichende Thierchemie, I. Bd. p. 63.

Digitized by Google

in beiden Fällen des Knochens grobe und feine Structur wesentlich zu verändern, beweist überzeugend eine gewisse Unabhängigkeit der beiderseitigen Moleküle von einander, und spricht am meisten für eine mechanische aber soweit als möglich gehende innige Juxtaposition und durchaus gegen eine chemische Verbindung". Derselben Meinung ist auch Gorup-Besanez[1]. Hingegen wird von einem der neuesten Forscher über Knochen dies ganz im entgegengesetzten Sinne verwerthet, denn Zalesky[2] gibt in seiner Arbeit über die Zusammensetzung der Knochen folgende Meinung ab: „Wenn es nun aber den genannten Autoren (Edwards etc.) nicht geglückt ist, die chemische Verbindung zwischen den organischen und anorganischen Elementen des Knochens zu beweisen, so sind doch einige Umstände zu nennen, die für ein solches gegenseitiges Verhalten der Knochenelemente sprechen". Zalesky erwähnt dann der Formerhaltung der Knochen nach Behandlung mit Säuren oder Alkalien und sagt weiter: „Bei einer gröberen mechanischen Verbindung würde die Entfernung eines der Knochenbestandtheile die Vernichtung der Structur zur Folge haben und müssten leere Räume in dem Knochenreste sich finden. Für eine chemische Verbindung zwischen den anorganischen und organischen Knochenbestandtheilen spricht aber der Ossificationsprocess in den Knochen etc."

Übergehen wir nun diesen Punkt, welcher einander widerstrebende Deutungen erfahren hat, so bleibt noch eine Reihe von Momenten über, welche man für eine chemische Verbindung des Knochens anzuführen pflegt oder dafür anführen könnte, und in Folgendem einzeln näher besprochen werden sollen.

I.

Vor allem ist es die Unverwesbarkeit des Knochens, die als ein Moment für die chemische Verbindung des Knochens angeführt wird, denn man sagt, der Leim sowie das leimgebende Gewebe sind Repräsentanten fäulnissfähiger Körper, während anderseits der Widerstand, den die Knochen den Atmosphärilien entgegensetzen, so gross ist, dass sie sich wie mineralische

[1] Lehrb. d. phys. Chem. p. 573.

[2] Hoppe-Seyler's med. chem. Untersuchungen p. 33.

Digitized by Google

Körper verhalten. Knochen von ägyptischen Mumien, sowie sogar echt fossile Knochen verhalten sich noch wie frische und geben, wie man weiss, beim Kochen Leim. Schlossberger, nicht günstig einer chemischen Verbindung, stellte die Vermuthung auf, dass der enorme Gehalt an schwer löslichen Mineralbestandtheilen sie in so hohem Grade vor Fäulniss und Verwesung schütze. Wir können Einiges anführen, was diese Annahme bestätiget. Eine Reihe von Niederschlägen aus Leim und phosphorsaurem Kalk, welche wir nach Frerichs dargestellt haben und von denen später die Rede sein wird, wurden, mit etwas Wasser übergossen, unter fäulnissgünstige Bedingungen gebracht. Diese Niederschläge, von welchen im vorhinein hier schon bemerkt werden muss, dass sie keine chemischen Verbindungen sind, faulten nicht und zeigten selbst nach Wochen und Monaten, nachdem daneben gestellte, mit Wasser übergossene Leimstücke längst in stickende Fäulniss übergegangen waren, höchstens einen etwas dumpfigen Geruch ohne eine eigentliche Fäulnisserscheinung. Dazu kommt aber noch, dass der Knochenknorpel selbst ein weit weniger fäulnissfähiger Körper als der Leim ist, und es wird später ein Versuch, in anderem Sinne angestellt, erwähnt werden, bei dem ein Stück aschenfreien Knochenknorpels durch Monate in Wasser lag, worin nur ein wenig Calium-phosphat suspendirt war, ohne dass man ausser der Bildung einiger grüner Algen irgend eine Spur von Fäulniss beobachten konnte. Es ist demnach die Fäulnissunfähigkeit nicht einer chemischen Verbindung mit dem Phosphat zuzuschreiben, da die erwähnten Gemenge auch nicht faulten.

Ueberdies kann als fäulnissunfähig nur der ganze massige Knochen betrachtet werden; für gepulverten oder sonst feiner zertheilten Knochen lässt sich dies gar nicht behaupten, denn solcher Knochen zeigt, wie wir es in einem Versuch gefunden haben, unter den günstigsten Bedingungen, d. i. bei Blutwärme, immerhin schwache Fäulnisserscheinung, wenigstens in dem Masse, als hier Leim gebildet wird.

Endlich hat neuestens Aeby[1] in Bern eine neue Vorstellung zur Erklärung dieser merkwürdigen Unverwesbarkeit in glück-

[1] Centrbl. f. d. med. Wiss. 1871. — Jahresber. f. Thierchemie I, 251.

Digitized by Google

licher Weise eingeführt, eine Vorstellung, die namentlich insofern unsern Beobachtungen zu Hilfe kommt, als die kurze Dauer eines Fäulnissversuches verschwindend ist gegen die geologischen Zeiten, denen ein Knochen Stand hält. Aeby sagt, die Knochen sind ein relativ trockenes Gewebe mit nur etwa 12% Wasser im frischen Zustande. Dieses Wasser, an die organische Grundlage des Knochens gebunden, ist ungenügend als Fäulnissvermittler einzutreten; die Knochenunveränderlichkeit sei also durch seine Trockenheit gegeben, und dies selbst unter Wasser: in Folge der physikalischen Verhältnisse des Knochens. Jede Wasseraufnahme geht mit Quellung einher, welche aber hier der mechanische Widerstand der anorganischen Knochenmasse hindert, und so ist durch die Verhinderung der Wasseraufnahme die Grundlage organischer Zersetzung ausgeschlossen.

Diese Auffassung Aeby's mag plausibel genug erscheinen; sie führt die Unverwesbarkeit auf mechanische Ursachen zurück. Die starre Phospatumhüllung schützt das ohnedies weniger fäulnissfähige Osseïnmolekül vor den äusseren Einflüssen wie die Blechbüchse das Fleisch bei der Appert'schen Conservirungsmethode; dazu kommt noch die fäulnissungünstige Wirkung, welche die innige Einlagerung von 60—70% schwer löslicher Mineralsalze thatsächlich hervorbringen, sogar dann, wenn, wie bei unseren Fäulnissversuchen, die Quellung nicht verhindert ist.

II.

Die analytischen Resultate über die Knochen könnte man neuerdings seit Zalesky ebenfalls versucht sein, für die Annahme von chemisch gebundenem Kalkphosphat im Knochen anzuführen. Bei den zahlreichen älteren Analysen zeigten sich sehr mannigfache Proportionen zwischen organischer und anorganischer Substanz, je nach dem Thier, den physiologischen Verhältnissen etc. Zalesky [1] suchte dann in seiner Knochenarbeit zu zeigen, dass bei sorgfältig gereinigtem Material und bei Anwendung genauer Methoden das Verhältniss der anorganischen zu den organischen Bestandtheilen der Knochen ein nahezu constantes ist, so dass man die geringen gefundenen Verschieden-

[1] l. c.

Digitized by Google

heiten auf einen verschiedenen Gehalt der Knochen an Sehnenfasern, Gefässchen und Knochenkörperchen, die nicht entfernt werden konnten, schieben darf.

In der That sind die Zalesky'schen Resultate, soweit sie sich auf eine Thierspecies beziehen, so weit übereinstimmend, als man es bei derartigem Materiale erwarten kann. Es betrug z. B. die organische Substanz im Ochsenknochen nach sechs Bestimmungen zwischen 31·3 und 32·99%. Die Zahlen des Osseïns im Menschenknochen stimmen unter einander noch besser, sind jedoch im Mittel um 2·5% höher[1].

Sieht man aber selbst von solchen nicht unbeträchtlichen Differenzen ab, und übergehen wir die bedeutenden Differenzen der älteren Autoren, so lässt sich nach unserer Meinung aus einer gleichen Zusammensetzung des Knochengewebes nicht auf ein Vorhandensein einer chemischen Verbindung schliessen, da ein wichtiges Moment, auf Grund dessen analytische Resultate zu solcher Folgerung benützt werden dürfen, hier fehlt, und das ist die äussere Eigenschaft eines chemischen Individuums. Bei einem krystallisirten Körper wird die Constanz seiner Zusammensetzung einen kaum irregehenden Schluss zulassen auf die Einheit seiner chemischen Constitution; bei einem Gewebe, wie dem Knochen, wird man einen solchen Schluss zu ziehen noch nicht berechtigt sein. Denn wir müssen ja annehmen, dass die chemische Zusammensetzung gleicher Theile von Individuen der gleichen Species eine und dieselbe ist. Das Bestreben, eine richtige Stickstoffzahl im Muskel für die Untersuchungen der Stickstoffbilanz im Thierkörper zu finden, zeigt, dass diese Ansicht eine allgemeine ist, und doch wird sich deshalb Niemand das Muskelgewebe als einen einheitlichen chemischen Körper denken.

III.

An den vorstehenden Punkt schliesst sich eine Reihe wichtiger physiologisch-chemischer Experimente, jene bezüglich des

---

[1] Noch viel höher fand Zalesky die organische Substanz in den Knochen der Tauben, was aber hier unberücksichtigt bleiben kann, da Z. selbst sagt, dass bei diesen eine genügende Reinigung von sehnigen und dgl. Theilen nicht gelang.

Digitized by Google

Verhaltens der Knochenzusammensetzung bei einseitiger Nahrung, wie Kalk- und Phosphorsäurehunger, respective Ueberschuss. Diese Experimente, zumeist allerdings in anderer Absicht unternommen und durch Zalesky[1] an Tauben und besonders durch Weiske[2] an Ziegen zu interessantem Abschluss geführt, haben das gegenüber den nicht vertrauenswürdigen Angaben von Chossat[3] und Papillon sichere Resultat geliefert, dass unter den bezeichneten Umständen die Zusammensetzung der Knochen sich möglichst gleich erhält, dass also weder Entziehung von Phosphorsäure oder von Kalk, oder Steigerung derselben, Thiere liefert mit von normal ernährten Thieren abweichend zusammengesetzten Knochen.

Auf den ersten Blick liessen sich derlei Resultate, an denen nun nicht mehr gezweifelt werden kann, vielleicht im Sinne einer chemischen Bindung des Knochenmaterials deuten, allein wir glauben, dass sie für diese Frage nicht mehr Gewicht haben als die sub II besprochenen Verhältnisse; sie sagen vielmehr nur nach einer ganz anderen Richtung etwas aus, nämlich in Bezug auf den Punkt, dass innerhalb einer gewissen Breite des physiologischen Zustandes der Organismus die Fähigkeit hat, die Constanz seiner Zusammensetzung aufrecht zu erhalten. Man erinnert sich dabei leicht als naheliegend der Eigenschaft des Blutes trotz aller Zufuhr freier Säuren (F. Hofmann[4], Gäthgens[5]) seine alkalische Reaction zu bewahren, seiner Eigenschaft, fremdartige Körper aus sich auszuscheiden und andererseits das ihm Eigenthümliche, z. B. Kochsalz, zurückzuhalten auch dann, wenn die Einfuhr unter die Norm sinkt.

So ist selbst der procentische Hämoglobingehalt des Blutes beim Hunde nach den von Vict. Subbotin[6] im Voit'schen Laboratorium angestellten Untersuchungen am 38. Hungertage nicht kleiner als am ersten Hungertag. Noch manche andere Er-

---

[1] l. c.

[2] Zeitschr. f. Biologie VII, 179 und VII 333. — Jahresb. f. Thierchemie I, 255.

[3] Compt. rend. 1842.

[4] Zeitschr. f. Biologie VII, 338.

[5] Centrbl. f. d. med. Wiss. 1872.

[6] Zeitschr. f. Biologie VII, 185.

Digitized by Google

fahrungen liessen sich ausser den genannten dafür anführen, welch erstaunliche Beharrlichkeit der Organismus entwickelt in der Fähigkeit, seine chemische Zusammensetzung constant zu erhalten, und was vom Blute gilt, gilt nach den eben citirten Untersuchungen auch vom Knochen, bei welchem letzteren in Folge seines minder raschen Stoffwandels es uns nicht einmal in diesem Maasse zu überraschen braucht.

Diese Ueberlegung reicht hin zu zeigen, dass ein bekräftigender Grund für die einheitliche chemische Natur des Knochens aus den Ernährungsversuchen nicht gezogen werden kann. Würde dies aber dennoch jemand wollen, so zeigen Knochenanalysen von Individuen *jenseits* physiologischer Zustände, dass die Knochen in ihrer qualitativen Zusammensetzung *sehr wohl veränderlich* sind und gerade das Verhältniss zwischen organischer und anorganischer Substanz sich mannigfach ändern kann, zumeist in der Art, dass die Knochensalze vermindert, die organische Grundlage erhöht erscheint. Beispiele dafür geben die zahlreichen Analysen der pathologischen Knochen.

IV.

In manchen Lehrbüchern und Abhandlungen über Knochen findet sich die Angabe, dass im ossificirenden Knochen das Knochenstück um das *punctum ossificationis* herum schon gleich von vornherein dieselbe Zusammensetzung zeige wie der fertige Knochen. Diese mehrfach ohne Gewährsmann citirte Angabe rührt von *Frémy*[1] her, und man könnte ihr eine gewisse Wichtigkeit in unserer Frage nicht absprechen, wie das auch theilweise geschehen ist. Merkwürdiger Weise aber stellt gerade *Frémy* in derselben Abhandlung, wo er diese Angabe macht, die These auf: Das Osseïn ist, wie es scheint, in den Knochen frei vorhanden, es ist nicht mit dem phosphorsauren Kalk chemisch gebunden! Die analytischen Grundlagen über die ersten ossificirenden Knochenlammellen dürften daher nicht sehr umfangreich gewesen sein, da *Frémy* selbst so wenig Werth darauf legt. Auch die schon öfter gemachte, zwar widerrufene,

[1] Compt. rend. T. XXXIX.

Digitized by Google

neuestens aber von Eugen Wildt[1] durch zahlreiche analytische Resultate bekräftigte Behauptung, dass im wachsenden Thiere (Kaninchen) der Osseïngehalt proportional mit dem zunehmenden Alter fällt und erst im ausgewachsenen Zustand eine bis auf individuelle Verschiedenheiten constante Grösse erreicht, ist nicht günstig der Annahme, dass schon die erste Ossification ebenso mineralreich ist als der ausgewachsene Knochen.

V.

Endlich sind im Gegensatz zu diesen zumeist analytischen noch synthetische Resultate anzuführen, welche vor allen anderen benützt wurden und auch geeignet erscheinen konnten, der Erörterung über die Art der Bindung zu Hilfe zu kommen. Man verdankt die Idee zu diesen Versuchen Frerichs[2], der sie zuerst angestellt hat. Sie gingen darauf hinaus, in einer salzsauren, phosphorsauren Kalk enthaltenden Glutinlösung mit Ammoniak einen Niederschlag zu erzeugen, wobei nicht phosphorsaurer Kalk allein ausfiel, sondern ein Körper, der auch gut ausgewaschen, neben dem Phosphat noch viel Leim enthielt. Bei einem ersten Versuch mit Tischlerleim resultirte eine Verbindung, die getrocknet 18·6% Leim enthielt. Bei ähnlichen andern Versuchen und bei Anwendung von aus Knochenknorpel bereitetem Leim, dessen Lösung im Ueberschuss mit der salzsauren Lösung der Knochenerde vermischt und mit Ammoniak gefällt wurde, enthielt der Niederschlag 24·4—28·2% Leim. Ein Jahr später hat Bibra und dann auch Milne Edwards solche Verbindungen gemacht; nur fanden beide den Leimgehalt durchschnittlich etwas kleiner als Frerichs.

Der Zweck dieser Versuche war, den Knochen als chemische Verbindung ansprechen zu können. Der von einer Seite gemachte Einwurf, dass die genannten Versuche nichts taugen, weil die Bedingungen der Knochenentwicklung im Organismus wesentlich verschieden von dem Verfahren zur Erzeugung dieser Niederschläge sind, ist nicht stichhältig, weil, ganz abgesehen davon,

---

[1] Landwirthschaftliche Versuchsstationen. Bd. XV, p. 404. Auch Inauguraldiss. Leipzig 1872.

[2] Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. 43.



dass man von der Knochenbildung im Organismus nichts weiss, ein und derselbe Körper auf verschiedene Weise dargestellt werden kann.

Was hingegen mehr gegen diese Versuche sprechen würde, wäre, dass dabei von einem Material ausgegangen wird, das im Knochen bestimmt nicht enthalten ist. Andererseits aber ist das leimgebende Gewebe dem Leim so nahe stehend, als es irgend welche Substanzen sein können, etwa wie Stärke und Dextrin, denn man weiss, dass leimgebendes Gewebe nach seiner durch Kochen erfolgten Umwandlung ein gleiches Gewicht Leim gibt. Beide sind auch procentisch vollkommen gleich zusammengesetzt, also isomer. Chevreuil, Frémy sowie Scherer und neuestens De Bary stimmen in dieser Beziehung überein. Es bleibt deshalb diesen von Frerichs angebahnten Versuchen immer noch ein gewisses Gewicht in der Beurtheilung der einheitlichen oder Gemengsnatur des Knochens.

Wir haben deshalb längere Zeit unter verschieden abgeänderten Bedingungen uns damit beschäftigt, ähnliche Verbindungen mit Beziehung auf die discutirte Frage zu untersuchen. Ihre Beschreibung und die Resultate, zu denen sie geführt haben, folgen weiter unten.

Vorher sollen noch einige andere Experimente angeführt werden, welche ebenfalls hierher gehören und bei welchen wir uns bestrebten, nicht mit fertig gekochtem Leim, sondern mit Hilfe des leimgebenden Gewebes der Knochen, dem Osseïn selbst, synthetisch zu einer knochenartigen Verbindung zu gelangen. Das Material dazu, der Knochenknorpel, ist leicht aschefrei zu erhalten. Von röhrigen Ochsenknochen wurden prismatische Stücke gesägt und in oft erneute, verdünnte Salzsäure gelegt, bis die Säure keinen Kalk mehr anzeigte, und dann mit Wasser ausgelaugt. Die so völlig aschefrei erhaltenen Knochenkorpel (welche noch vollkommen die äussere Gestalt der Knochenstücke und bekanntlich auch deren mikroskopische Structur erkennen lassen) müssen nach dem gegenwärtigen Dafürhalten die vollkommen unveränderte organische Knochengrundlage darstellen. Es war deshalb zu vermuthen, dass solcher Knochenknorpel

Digitized by Google

noch leichter und im höhern Grade seine chemische Affinität zum Kalkphosphat geltend macht als Leim, wenn ihm dasselbe in passender gelöster Form dargeboten wird.

Da wir früher gesehen haben, dass basisch phosphorsaurer Kalk in Wasser ein wenig löslich ist und die Löslichkeit noch grösser wird, wenn man von der Luft nicht abgeschlossenes, also ein wenig kohlensäurehältiges Wasser nimmt, so wurde ein Versuch derart angestellt, dass Stücke von aschefreiem Knochenknorpel in Wasser gelegt wurden, worin gelatinöses Kalkphosphat aufgeschwemmt war. Ein anderes Stück desselben Knochenknorpels wurde gleichfalls in suspendirtes Kalkphosphat versenkt, aber zugleich noch etwas Salmiak hinzugesetzt. Man wird wohl darin keinen Widerspruch im Versuch finden, dass, während wir einerseits gefunden haben, dass Salmiak etwas Knochenmasse löst, hier nun umgekehrt der Salmiak benutzt werden sollte, um unter dem Einfluss einer eventuellen Verwandtschaft des Knochenknorpels zum Kalkphosphat eine Bindung zu veranlassen. Denn die Verhältnisse sind dabei durch die Mengen der angewandten Bestandtheile nicht dieselben; im letzteren Falle ist der dargebotene phosphorsaure Kalk im Überschuss, der Knorpel kann davon aus der Lösung aufnehmen und letztere sich wieder sättigen.

Versuch. Von drei aus demselben Osseïn geschnittenen Stücken wurde das eine *(a)* zur Controle auf seinen Aschengehalt untersucht, das zweite *(b)* zu in Wasser vertheiltem, das dritte *(c)* zu in verdünnter Salmiaklösung vertheiltem Calciumphosphat gesetzt. Beide blieben bei Zimmertemperatur 3 Monate stehen, während mitunter aufgerüttelt wurde. Nach dieser Zeit waren diese Osseïnstücke noch weich und elastisch wie vorher, sichtlich ohne bedeutenden Mineralgehalt, nur von etwas Schleim und grünen Algen überzogen. Es wog:

Knorpelstück *a* bei 114° C. getrocknet 0·4361 Grm. und enthielt anorganisches 0·0007 Grm. = 0·16%;

Knorpelstück *b* bei 114° C. getrocknet 0·4962 Grm. und enthielt anorganisches 0·0011 Grm. = 0·22%.

Auch das Knorpelstück *c* enthielt nur eine Spur von feuerbeständigen Salzen, und man sieht also, dass unter im ganzen als günstig zu bezeichnenden Bedingungen der unversehrte

Digitized by Google

Knochenknorpel keine irgend nennbare chemische Verwandtschaft zum Kalkphosphat ausübt.

Um in einem andern Versuche den Knochenknorpel mit in statu nascendi befindlichem Kalkphosphat in Wechselwirkung zu bringen, wurden aschefreie Knorpelstücke abwechselnd in verdünnte Lösungen von Chlorcalcium und von basischem Natronphosphat gelegt und mit diesem Wechsel täglich durch mehrere Wochen fortgefahren. Das Resultat war, dass diese Knorpelstücke an ihrer Oberfläche und namentlich an den Kanten verkalkt und rauh geworden waren, ohne dass aber die incrustirende Substanz ins Innere der nur einige Linien dicken Stücke eingedrungen war, welche weich und biegsam blieben. Mikroskopisch ergaben sich Kalkkrümeln ohne Amalgamirung mit der Osseïnmasse.

Es wurde endlich noch der Versuch gemacht, eine Lösung von Kalkphosphat durch Druck in den aschefreien Knochenknorpel hineinzupressen, und zwar war es wünschenswerth, eine Lösung zu diesem Zweck ausfindig zu machen, die erst dann, sobald sie in den Knorpel eingedrungen war, Calciumphosphat entstehen liess. Diese Bedingungen erfüllt eine Lösung des phosphorsauren Kalks in kohlensäurehältigem Wasser. Presst man eine solche mittelst Luftdruck durch eine Scheibe von Knochenknorpel, der an seiner untern Seite mit einem luftverdünnten Raum in Verbindung steht, so muss, während der Druck die Flüssigkeit in den Knorpel presst, durch die Luftverdünnung zugleich Kohlensäure entweichen, Calciumphosphat sich abscheiden, und dieses kommt so in die Lage, sich in statu nascendi im Knorpel fixiren zu können. Mehrfach in dieser Weise angestellten Versuchen stellte sich jedoch das unerwartete Hinderniss entgegen, dass auch dünnere Knorpelschichten Flüssigkeit bei einem Druck von circa 600—700 Mm. nicht hindurchliessen.

Nachdem auf diese Weise Resultate erhalten waren, welche im Ganzen einer chemischen Verbindung nicht günstig waren, wurde noch eine längere Reihe von Versuchen aufgenommen mit fertigem Leim, analog denen, welche Frerichs angestellt hat. Denn zeigten sich hier, wie einige Forscher vermuthet haben, entschieden Verhältnisse, die als eine chemische Verbindung von Leim und Phosphat zu deuten wären, so würden sie immerhin

Digitized by Google

einen Rückschluss der Wahrscheinlichkeit auf das isomere Osseïn erlauben, während anderseits, wenn auch hier die Untersuchung der Niederschläge die Probe nicht aushielt, jedweder Anhaltspunkt vorläufig fehlte, eine derlei chemische Verbindung zu supponiren.

Es wurde theils reiner, weisser Tischlerleim, theils Fischleim (Hausenblase) angewendet und so verfahren, dass zu der in der Regel lauen, immer filtrirten Leimlösung einerseits eine Chlorcalciumlösung, anderseits eine ammoniakalische Lösung von gewöhnlichem Natriumphosphat gesetzt wurden. Die beiden letzteren Lösungen waren von der Concentration, dass sich gleiche Volume eben vollständig zu dreibasischem Calciumphosphat umsetzten, und zwar gaben je 40 CC. derselben zusammengemischt 1·9615 Grm. trockenes $Ca_3(PO_4)_2$.

Der weisse, gelatinöse, immer leimhältige Niederschlag wurde stets sorgfältig gewaschen, bis jede Reaction auf Leim sowie Chlor im Filtrat verschwunden war, oder eine Probe des Filtrats beim Abdampfen nichts zurückliess. Die getrockneten Niederschläge waren grau oder gelblichweiss, brüchig, von flach-muscheligem Bruch und ziemlich hart, in der Regel entflammten sie beim Glühen und liessen dann weisses Calciumphosphat. Trocken ins Wasser geworfen, knistern sie. Zur Analyse wurden sie bei 110—120° C. getrocknet. In den folgenden Reihen werden einige Niederschläge mit gleichen Mengen Kalkphosphat und wechselnden Leimmengen angeführt.

I. Reihe.

Die Leimlösung enthielt 1·70% Leim. Eine bestimmte Menge derselben wurde mit 40 CC. obiger Chlorcalciumlösung gemischt und dann 40 CC. ammoniakalische Phosphatlösung hinzugefügt.

a) 800 CC. Leimlösung; der Niederschlag enthielt 25·94% Leim.

b) 600 CC. Leimlösung; der Niederschlag enthielt 20·60% Leim.

II. Reihe.

Die Leimlösung hielt 1·13% Leim. Die Componenten zur Kalkphosphatbildung in den Mengen wie oben.

Digitized by Google

a) 160 CC. Leimlösung. Der Niederschlag enthielt Leim 16·01% (getrocknet bei 115° C.).

b) 200 CC. Leimlösung. Der Niederschlag enthielt Leim 20·24% (getrocknet bei 120° C.).

c) 400 CC. Leimlösung. Der Niederschlag enthielt Leim 19·55 % (getrocknet bei 120° C.).

Man sieht, dass die Niederschläge in dem Maasse leimreicher werden, als mehr Leim geboten wird, ohne dass aber, wenn nur geringere Mengen Leim vorhanden sind, dieser genügend ausgenützt wird, denn eine einfache Rechnung zeigt, dass z. B. beim Niederschlag II *a*, der nur 16% Organisches enthielt, eine beträchtlich grössere Menge Leim, als im Niederschlag überhaupt enthalten war, der Fällung entging. Dieselbe Menge Calciumphosphat 1·96 Grm. riss daher mit:

in I *a*	von	13·6 Grm.	vorhandenem Leim	0·67 Grm.
„ I *b*	„	10·2 „	„ „	0·50 „
„ II *b*	„	2·3 „	„ „	0·49 „
„ II *c*	„	4·5 „	„ „	0·47 „
„ II *a*	„	1·8 „	„ „	0·37 „

Ein solches Verhältniss spricht für keine chemische Verbindung.

III. Reihe.

In gleicher Weise und mit wachsenden Mengen von Hausenblasenleim dargestellte Niederschläge enthielten andauernd bei 100° getrocknet:

16·11; 22·84 und 33·62% Leim.

IV. Reihe.

Die Leimlösung (Tischlerleim) enthielt 0·92% Leim. Chlorcalcium- und Phosphatlösung wie oben.

Digitized by Google

Nr.	Leimlösung CC.	Phosphatlös. CC.	Chlorcalciumlösung CC.	Niederschl. hält Organisches %
1	100	100	100	6·83
2	200	100	100	15·14
3	200	100	100 (kochend gefällt)	12·04
4	300	100	100	15·89
5	100	50	Cl_2 Ba (dem Phosphat entsprechend)	3·04
6	100	50	Mg SO_4 (dem Phosphat entsprechend)	30·79

Diese letzteren Zahlen in Verbindung mit den vorhergehenden Reihen zeigen ferner noch, dass die Leimmenge, welche in den Niederschlag eingeht, nicht allein abhängig ist von der absolut vorhandenen Leimmenge, sondern auch von der Concentration der Leimlösung, wie aus der Vergleichung der Reihen I, II und IV deutlich hervorgeht.

Aus den Angaben in Reihe IV ist ausserdem ersichtlich, dass das Kalkphosphat die Eigenschaft, Leim bei der Fällung mitzunehmen, noch mit andern Phosphaten (Barium und Magnesium) theilt.

Es musste dies zu dem Gedanken führen, dass man es hier keineswegs mit einer specifisch chemischen Verwandtschaft des Leims zum Phosphat zu thun hat, und dass nur die gelatinöse, einhüllende Beschaffenheit des dreibasischen Kalkphosphats es ist, welche bewirkt, dass bei dessen Ausfällung eine gewisse, je nach Concentration und Volum schwankende Leimmenge mitgerissen wird. Es kommt diese Thatsache sehr unserer Vorstellung zu Hilfe, welche wir von einer Leimlösung im Gegensatz zu echten Lösungen haben.

Um dies völlig klar zu stellen, wurde noch eine Reihe verschiedener gelatinöser Niederschläge innerhalb einer Leimlösung erzeugt, nämlich jene von Thonerde-, Eisenoxyd-, Kieselerde- und Zinkoxydhyrat.

Digitized by Google

1. Thonerde. Aus Alaun mit Ammoniak in einer Leimlösung von circa 1% Leim gefällt. Der wohlgewaschene, getrocknete Niederschlag bildet blassbräunliche, krümliche Massen, die beim Erhitzen Horngeruch verbreiten und 19·98% Leim enthielten. Letzterer wurde gefunden nach Abzug von Wasser unter der Voraussetzung, dass im Niederschlag die Thonerde als $Al_2(\Theta H)_6$ enthalten war.

2. Eisenoxyd. Leimlösung wurde mit Eisenchlorid gemischt und mit Ammoniak versetzt. Der schwer filtrirbare Niederschlag wurde zuerst auf Leinwand gesammelt, abgepresst, dann aufs Filter gebracht und mit heissem sowie kaltem Wasser gewaschen bis zum Verschwinden jeder Reaction im Filtrate. Der Glühverlust des getrockneten Niederschlages betrug 64%. Nach Abzug der dem Eisenhydroxyd entsprechenden Menge Wasser, selbst unter der Voraussetzung, dass das über 100° C. getrocknete Hydroxyd noch die Zusammensetzung $F_2(\Theta H)_6$ gehabt hätte, berechnet sich noch immer für den Niederschlag der Leimgehalt zu 51·8%.

3. Kieselerde. Filtrirte Leim- und Wasserglaslösung wurden gemengt und mit Salzsäure ein Niederschlag erzeugt. Nach der Behandlung mit grossen Wassermengen, bis jede Reaction auf Salzsäure oder Leim verschwunden war, und nach dem Trocknen bleiben grauliche Stücke, die beim Erhitzen mit Horngeruch verkohlten. Der Glühverlust betrug 40·5%. Davon muss das Wasser in Abzug gebracht werden, welches eine 59·5 Theilen wasserfreier Kieselsäure entsprechende Menge bei 120° getrocknetes Kieselsäurehydrat beim Glühen abgibt. Nach Rose verlieren 100 Theile bei 150° getrockneten Hydrates 4·85 Thl. Wasser. Diese Zahl zu Grunde gelegt, enthält der Kieselerdeleimniederschlag immer noch 37·5% Leim.

4. Zinkoxyd. Ueberschüssige Leimlösung wurde mit Zinkvitriol versetzt und mit Ammoniak gefällt; der schwer sich absetzende Niederschlag sank zu Boden, als nachträglich noch etwas Zinkvitriol hinzugefügt wurde. Gut gewaschen und getrocknet, bleiben gelbweisse Stücke, die noch ein wenig Schwefelsäure enthielten. Beim Erhitzen entflammte und verkohlte der Niederschlag wie die übrigen unter Horngeruch. Sein Leimgehalt

Digitized by Google

berechnete sich nach Abzug des dem Zn $(\Theta H)_2$ entsprechenden Wassers zu 47·8%.

Nachdem wir so gezeigt haben, dass man mit Hilfe der verschiedensten Niederschläge, welche man innerhalb Leimlösungen erzeugt, wenn diese Niederschläge nur genügend gallertig sind, leimreiche Füllungen hervorbringen kann, denen sich durch Wasser der Leim nicht mehr entziehen lässt, blieb noch nachzusehen, ob diese Eigenschaft nur der Knochenleim hat, oder ob auch andere Leimarten oder ob überhaupt organische colloide Körper, welche keine echte Lösung geben, das Gleiche thun. Es wurden deshalb Niederschläge von dreibasischem Kalkphosphat erzeugt in Chondrin- und Hühnereiweisslösung, sowie in Gummi- und Salepschleim. Darstellung dieser Niederschläge wie oben.

Der Niederschlag aus der Eiweisslösung enthielt nach sorgfältigem Auswaschen in trockenem Zustande 32·41% organische Substanz, der aus einer verdünnten Chondrinlösung (Kalbsrippen) 4·05%.

G u m m i. Der in der filtrirten Gummilösung erzeugte Niederschlag von $\text{Ca}_3 (P\Theta_4)_2$ setzt sich schwer ab. Nach längerem Stehen und anhaltendem Auswaschen, bis eine Filtratprobe keinen Abdampfrückstand mehr zeigte, wurde bei 130° getrocknet und dann calcinirt. Der Gehalt an Gummi betrug 27·7%.

S a l e p. Der im filtrirten Salepdecoct wie vorher erzeugte Niederschlag enthielt 15·25% Organisches.

Uebersieht man dies alles, zumal den reichen Gehalt organischer, gequollener Substanz, welchen gelatinöse Niederschläge mit sich reissen, so kann man nicht mehr annähernd an eine Verbindung chemischer Art denken, sondern muss diese Erscheinung i n i h r e r A l l g e m e i n h e i t a l s r e i n m e c h a n i s c h e r N a t u r a u f f a s s e n. Die beobachteten Thatsachen, nach welchen einerseits gelatinöse Niederschläge, anderseits unechte Lösungen gleichzeitig zusammenwirken müssen, während pulverige Niederschläge eine Mitreissung gequollener organischer Substanz n i c h t bewirken, lassen diese mechanische Auffassung deutlich genug erscheinen.

Bezüglich der letzteren Angabe sei noch das Verhalten des rein pulverigen kohlensauren Kalks, den man in einer Leimlösung

Digitized by Google

entstehen lässt, erwähnt. Derselbe schwärzte sich beim Glühen nicht, und 0·7575 Grm. verloren im Gasgebläse 0·339 Grm., während die Rechnung für eine gleiche Menge Calciumcarbonat 0·334 Grm. Verlust verlangt. Dieser Niederschlag war also leimfrei.

Gleichwohl die vorher beschriebenen Leimniederschläge nur Gemenge sind, so zeigen sie doch einige Eigenschaften, welche unter diesen Umständen bemerkenswerth sind. Es ist dies erstens die Widerstandsfähigkeit gegen Fäulniss, von der schon vorher die Rede war, zweitens die schon von Edwards beobachtete Eigenschaft, dass sie den Leim beinahe so fest wie Knochenpulver zurückhalten und ihn selbst bei andauernder Behandlung mit heissem Wasser nur ganz allmälig abgeben. Wir haben darüber auch quantitative Versuche angestellt. Ein Niederschlag von Leim und Calciumphosphat mit 17·16% Leim enthielt nach mehrtägiger Behandlung mit heissem Wasser noch 13·7% Leim, während das Filtrat nach dem Abdampfen einen Rückstand mit 88% Leim liess. Ein zweiter Versuch gab ähnliches Resultat.

Es entfällt daher auch die angebliche Nachbildung einer der Knochenmasse ähnlichen Verbindung als Stütze für die chemische Bindung im Knochen.

VI.

Diesen negativen Beweisen gegenüber lässt sich aber aus den vorher von uns angeführten Löslichkeitsbestimmungen auch ein positiver ableiten. Es ist klar, dass wenn der phosphorsaure Kalk im Knochen in einer Verbindung mit Osseïn vorhanden ist, dass dieser dann auch gegen Lösungsmittel, welche die eventuelle Verbindung nicht zersetzen, andere Löslichheitsverhältnisse zeigen wird, als unverbundener phosphorsaurer Kalk.

Da Wasser die Knochenmasse sicher nicht zersetzt, so ist es zu diesem Vergleiche geeignet. Nun löst aber reines Wasser unter gleichen Verhältnissen vom Knochen ebensoviel auf als vom Calciumphosphat, denn wir haben gefunden das Löslichkeitsverhältniss des gelatinösen Phosphats, des geglühten Phos-

Digitized by Google

phats und des Knochenphosphats, beziehungsweise zu: 2·36; 2·56 und 3·00. Da diese Zahlen sich auf 100000 Theile Wasser beziehen, kann man sie als fast gleich betrachten.

Die Resultate dieser Untersuchung ergeben daher, dass wir durchaus keinen Grund vorläufig kennen, die Knochensubstanz für eine chemische Verbindung zu halten, dass im Gegentheile es höchst wahrscheinlich ist, dass man es hier nur mit einer mechanischen, natürlich höchst feinen Mengung zu thun hat.

Medic. chem. Laboratorium in Innsbruck. Juni 1873.

Digitized by Google

Bahnbestimmung des ersten Kometen vom Jahre 1871.

Von Dr. **Johannes Holetschek,**
Assistent an der k. k. Sternwarte in Wien.

Am 7. April 1871 fand Dr. A. Winnecke in Karlsruhe einen kleinen blassen Kometen im Sternbild des Perseus, der in Folge sofortiger telegraphischer Anzeige bereits am 8. April an den meisten deutschen und österreichischen Sternwarten beobachtet wurde. Unabhängig davon entdeckte ihn Borelly in Marseille am 13. und Lewis Swift in Marathon (New-York) am 15. April. Die Beobachtungen des Kometen erstrecken sich vom 7. April bis zum 16. Mai, umfassen also einen Zeitraum von vierzig Tagen, in welchem er nur an einem einzigen (21. April) nicht beobachtet werden konnte. Mitte Mai verschwand er in der Abenddämmerung und zog nach dem Süden, passirte am 10. Juni sein Perihel und hätte nach der Rechnung für die südliche Halbkugel eine glänzende Erscheinung werden sollen, da seine Entfernung von der Erde im Juli auf 0·6 derjenigen herabsank, die er zur Zeit seiner Entdeckung hatte; doch scheint der Komet nicht mehr gesehen worden zu sein, wenigstens ist keine Nachricht über seine Wiederauffindung bekannt geworden.

Der Komet zeigte sich als rundlicher Nebel mit einem kurzen Schweif und einem hellen Kern, der während der ganzen Zeit der Sichtbarkeit des Kometen wie ein Stern der 8. bis 9. Grösse erschien. Die Coma hatte einen scheinbaren Durchmesser von etwa 2 Minuten; Dr. Pechüle in Hamburg bemerkt, dass sie nicht gleichmässig erhellt war, sondern an der einen Seite nicht fern vom Schweif einige hellere Lichtpunkte zeigte. Director J. Schmidt in Athen, welcher die Dimensionen der Coma genauer bestimmte, hat dafür (Astronomische Nachrichten Nr. 1852) folgende Grössen gegeben: Ist d der scheinbare, d der aus der Entfernung 1 gesehene, D der wahre Durchmesser

Digitized by Google

der Coma in Erddurchmessern, so hat man, wenn die Sonnenparallaxe zu 8"9 angenommen wird, jedesmal für 8^h Berliner Zeit:

Mai 6	$d = 132''$	$d' = 229''$	$D = 12\cdot9$
„ 9	127	220	12·3
„ 13	128	219	12·3
„ 16	118	201	11·3

Der wahre Durchmesser betrug demnach etwa 21500 geographische Meilen.

Der Schweif des Kometen war von der Sonne abgewendet; seine Länge war anfangs ungefähr 4 Minuten und stieg im Mai bis 10 Minuten; vom 13. Mai an war er in der hellen Dämmerung nicht mehr zu erkennen.

H. Vogel in Bothkamp wendete auf den Kometen die Spectral-Analyse an (Astr. Nach. Nr. 1840, 1842. 1864, 1908); ebenso W. Huggins in Tulse Hill (Proceedings of the Royal Society Vol. XIX, pag. 490). Es zeigten sich zwei (nach Huggins drei) helle Streifen in Gelb und Grün, denen eine Wellenlänge von 0·000557 respective 0·000511 Mm. zukam; der zweite, also der in Grün gelegene Streifen, war bedeutend heller als der erste. Die Bänder erschienen unabhängig von der Öffnung des Spaltes im Spectroscop an den Rändern stets verschwommen und wurden bei Verengung des Spaltes im Gegensatz zu den Spectren der Nebelflecke nicht linienartig.

Ausser diesem discontinuirlichen war noch ein schwaches continuirliches Spectrum zu erkennen, welches der helle Kern lieferte; dieses nahm aber in der zweiten Aprilhälfte so an Helligkeit zu, dass es sich vom Roth bis weit über die Linie *F* hinaus verfolgen liess. Eine Übereinstimmung des Kometenspectrums mit demjenigen, welches Kohlenwasserstoffgas liefert, wenn es durch den elektrischen Funken zum Glühen gebracht wird, zeigte sich nicht.

Ein ähnliches Spectrum gab Brorsen's Komet (I. 1868).

Bald nach der Entdeckung des Kometen wurden seine Elemente berechnet und zwar umfassen die von Dr. Winnecke, Prof. Weiss, Dr. Tietjen und C. F. W. Peters einen Zeitraum von vier Tagen, während sich die von J. R. Hind auf fünf,

Digitized by Google

die von Dr. Pechüle und ein zweites Elementensystem von Prof. Weiss auf sechs Tage erstrecken; später berechnete Prof. A. Hall in Washington Elemente aus 15tägiger Zwischenzeit und im Jahre 1872 solche, welche auf drei Normalorten und 26 Beobachtungen beruhen, die auf einen Zeitraum von 34 Tagen vertheilt sind.

Sobald die letzte Beobachtung des Kometen in Wien angestellt war, leitete ich ein Elementensystem ab, welches den grössten Bogen umfasst und auf folgenden drei Orten beruht:

	mittl. Berlin. Zt.	AR	Decl.
1871 April	8·41667	2h 32m 12s02	+53°24′24″1
„	27·38822	3 51 53·93	+42 39 15·7
Mai	14·36766	4 44 41·33	+30 35 11·5

Der erste Ort ist das Mittel aus sieben, an verschiedenen Sternwarten am 8. April angestellten Beobachtungen, der zweite das Mittel aus zwei Beobachtungen von Krakau und der letzte eine einzelne Wiener Beobachtung; sie sind bereits von dem Einflusse der Aberration befreit, weil mir dies durch eine von Prof. Weiss gerechnete Ephemeride ermöglicht war.

Nachdem ich durch den ersten und dritten Ort die entsprechende Parabel gelegt hatte, blieb im zweiten ein Fehler von —5″2 in Länge und +79″0 in Breite. Ich nahm nun eine erste Verbesserung der gefundenen Elemente vor nach der von Prof v. Oppolzer in seinem „Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten“ gegebenen Methode durch Variation des Verhältnisses der Distanzen. Das sich so ergebende zweite Elementensystem liess im mittleren Ort einen Fehler von +20″9 in Länge und +16″4 in Breite übrig. Aus beiden Systemen wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Elemente ermittelt:

$$T = 1871 \text{ Juni } 10\cdot58108 \text{ mittl. Berliner Zt.}$$

$$\left.\begin{aligned} \pi &= 141°53'51''3 \\ \Omega &= 279\ 20\ 25\cdot2 \\ i &= 87\ 33\ 21\cdot6 \end{aligned}\right\} \text{mittl. Äquinoctium } 1871\cdot0$$

$$\log q = 9\cdot815146$$

Digitized by Google

In der mittleren Beobachtung blieb der Fehler von +24"0 in Länge und +9"8 in Breite. Eine weitere Verbesserung der Elemente wurde vorläufig nicht vorgenommen, sondern damit folgende Ephemeride gerechnet, welche sich über die Dauer der Sichtbarkeit des Kometen für die nördliche Halbkugel erstreckt. Sie gilt für den Berliner Mittag; die Sonnenorte sind dem Berliner Jahrbuche entnommen, und der Aberrationszeit liegt die Constante von Struve zu Grunde.

1871	Scheinbare		Log. Entfernung ☄ von ♁	Aberrationszeit
	Rectascension	Declination		
April 8	2h 30m 9s47	+53°36'17"1	0·259478	15m 5s
9	35 2·51	53 7 32·3	0·258642	3
10	39 50·91	52 38 9·7	0·257826	1
11	44 34·72	52 8 9·9	0·257030	15 0
12	49 13·97	51 37 34·7	0·256255	14 58
13	53 48·68	51 6 24·5	0·255500	57
14	2 58 18·92	50 34 39·9	0·254764	55
15	3 2 44·75	50 2 21·1	0·254046	54
16	7 6·19	49 29 29·1	0·253344	52
17	11 23·26	48 56 4·6	0·252658	51
18	15 36·05	48 22 8·4	0·251987	49
19	19 44·66	47 47 40·9	0·251329	48
20	23 49·07	47 12 42·3	0·250683	47
21	27 49·34	46 37 13·1	0·250048	45
22	31 45·61	46 1 13·6	0·249424	44
23	35 37·94	45 24 45·1	0·248809	43
24	39 26·37	44 47 47·5	2·248201	42
25	43 10·94	44 10 21·1	0·247599	40
26	46 51·75	43 32 26·3	0·247001	39
27	50 28·87	42 54 3·2	0·246407	38
28	54 2·37	42 15 12·3	0·245815	37
29	3 57 32·31	41 35 53·8	0·245222	36
April 30	4 0 58·75	40 56 7·7	0·244627	34
Mai 1	4 21·77	40 15 54·2	0·244030	33
2	7 41·45	39 35 13·7	0·243429	32
3	10 57·86	38 54 6·3	0·242821	31
4	14 11·07	38 12 32·0	0·242205	30
5	17 21·18	37 30 30·9	0·241579	28
6	20 28·11	36 48 3·0	0·240941	27
7	23 32·09	36 5 8·4	0·240289	26
8	26 33·18	35 21 47·0	0·239620	24
9	29 31·30	34 37 59·0	0·228931	23
10	32 26·67	33 53 44·3	0·238222	22
11	35 19·31	33 9 2·6	0·237490	20
12	38 9·28	32 23 52·8	0·236732	19
13	40 56·63	31 38 17·0	0·235944	17
14	43 41·42	30 52 14·3	0·235124	16
15	46 23·70	30 5 44·1	0·234268	14
Mai 16	4 49 3·51	+29 18 46·6	0·233375	14 12

Digitized by Google

Bis hieher hatte ich die Arbeit bereits im Jahre 1871 fertig; ich wollte aber immer noch Beobachtungen aus dem Süden abwarten, um eine definitive Bahnbestimmung, wenn möglich mit Zugrundelegung einer Ellipse, liefern zu können; da aber seither zwei Jahre verstrichen sind, ohne dass eine Nachricht von der Auffindung des Kometen eingetroffen wäre, so entschloss ich mich zu einer Bahnbestimmung aus dem immerhin reichhaltigen Beobachtungsmateriale, welches der Zeit vor dem Perihel entstammt.

Mit der obigen Ephemeride verglich ich nun sämmtliche Beobachtungen, welche in „Astronomische Nachrichten“ und „Monthly Notices“ enthalten sind; ausserdem standen mir Beobachtungen aus Krakau und Wien zur Verfügung. Vorerst aber wurden noch die Positionen der Vergleichssterne, soweit mir dieselben bekannt waren, einer Revision unterzogen, und ich spreche jenen Herren, die mir auf besonderes Ansuchen Beobachtungen des Kometen und Neubestimmungen von Vergleichssternen mitgetheilt haben, meinen Dank aus.

Ich gebe hier das Verzeichniss der angenommenen Positionen; sie sind unmittelbar aus den Katalogen gerechnet, d. h. an dieselben wurde keine constante Correction angebracht.

Mittlere Positionen der Vergleichssterne für 1871·0.

*	α	δ	
1	2h 16m 10s68	+56° 1' 22"0	Robinson 518, Radcliffe 701.
2	2 32 6·54	53 20 47·1	Argelander-Oeltzen 3013.
3	2 33 15·04	53 37 21·2	Argel. +53° 560.
4	2 33 54·72	52 58 26·0	Groombridge 540 (1/2 Gewicht), Radcliffe 766, B. A. C. 819.
5	2 38 28·99	53 23 56·7	Struve 268, Argel.-Oe. 3148 (1/2).
6	2 41 26·87	52 24 45·7	Berliner Meridian-Beobachtung.
7	2 42 38·97	52 59 48·0	Rümker 714, Argel.-Oe. 3221, Radcl. 806.
8	2 45 7·32	52 13 56·0	Rob. 613, Radcl. 816, 12 Year Cat. 248.
9	2 47 49·00	50 44 17·8	Lalande 5342 (1/2), Piazzi 206 (1/2), Groombr. 1810 (1/2), Rob. 624, Radcl. 834.
10	2 48 12·50	51 58 40·4	Berliner M.-B.
11	2 55 27·29	50 51 31·5	Argel. +50° 691.
12	2 59 9·18	50 21 46·7	Berliner M.-B.
13	2 59 18·34	50 40 4·5	Argel.-Oe. 3458.
14	3 1 16·09	50 26 13·6	Berliner M.-B.
15	3 3 4·48	+49 46 21·7	„ „

Digitized by Google

*	α			δ			
16	3h	4m	53s·61	+49°	53'	39"·1	Scheinbarer Ort, Bonn; bestimmt durch Argel. +49° 899.
17	3	6	59·59	50	27	24·6	Fedorenko 527 (1/2), Groombr. 631 (1/2), Rümker 808, Radcl. 907, B. A. C. 995.
18	3	8	32·26	49	53	4·1	Argel. +49° 895.
19	3	9	36·63	49	17	42·8	Groombr. 638 (1/2), Argel.-Oe. 3633; Radcl. 918.
20	3	12	43·81	48	36	20·8	Rümker 841, Radcl. 930.
21	3	12	52·20	48	44	53·3	Mailand, Mikrometer-Vergleichung mit Radcl. 935.
22	3	13	51·75	49	14	59·2	Argel. +49° 911.
23	3	14	42·62	48	8	27·7	Argel.-Oe. 3727.
24	α Persei						Berliner Jahrbuch.
25	3	18	53·12	48	36	39·0	Groombr. 668.
26	3	21	29·30	47	32	49·6	Rümker 863, Radcl. 981, B. A. C. 1071.
27	3	23	2·31	47	34	51·7	Mädler 483.
28	3	24	18·41	46	58	58·4	Berliner M.-B.
29	3	25	12·60	46	50	14·3	Argel.-Oe. 3903.
30	3	28	0·33	46	49	42·6	Washington. Vergl. mit 29.
31	3	32	22·79	45	44	55·5	Berliner M.-B.
32	3	35	39·06	45	41	19·3	Argel.-Oe. 4062.
33	3	36	33·96	44	56	43·8	„ „ 4080.
34	3	36	52·69	45	11	33·6	„ „ 4084 (1/2) Radcl. 1051, Rümker n. F. 1891.
35	3	39	4·78	44	57	8·1	Argel.-Oe. 4141.
36	3	40	6·58	43	56	44·5	Bonn, bestimmt durch B. C. 1071.
37	3	41	6·02	44	34	16·9	Lalande 6981 (1/2), Groombr. 743 (1/2), Bessel — Weisse 882, Radcl. 1076. B. A. C. 1172.
38	3	43	16·50	43	53	46·8	Argel. +43° 833.
39	3	47	9·30	43	3	15·0	Athen, Mikrom. Vergl.
40	3	48	31·49	42	56	23·9	B. Z. 510.
41	3	49	20·92	42	43	42·4	B. W. 1042.
42	3	50	8·07	43	16	0·4	Argel. +43° 854.
43	3	51	51·29	42	37	10·2.	Berliner M. B.
44	3	53	8·70	42	43	29·7	B. W. 1122.
45	3	54	46·65	41	59	58·9	Argel. +41° 804.
46	3	55	51·77	42	3	48·1	„ +42° 831.
47	3	59	30·07	41	8	30·5	B. W. 1251 (1/2), Argel. +41° 815.
48	4	0	7·88	41	9	26·3	B. W. 1269. 70 (1/2), Argel. +41° 818.
09	4	2	9·16	40	39	8·5	B. W. 1313 (1/2), Rümker n. F. 2136.
45	4	2	39·32	40	34	27·0	B. W. 1326, 27, 28.
51	4	3	58·45	40	19	1·0	B. W. 20.
52	4	4	19·33	+40	1	31·7	Lalande 7757.

Digitized by Google

*	α			δ			
53	4h	5m	1·42	+39°	20'	49"7	Berliner M. B.
54	4	6	6·82	40	9	16·4	B. W. 74, 75, 76, Taylor 1448, Rob. 885, Radcl. 1170.
55	4	11	6·23	38	58	51·9	B. W. 188, 89. 90.
56	4	12	38·74	37	55	50·4	B. W. 234.
57	4	12	52·44	38	39	20·5	Berliner M. B.
58	4	13	56·98	38	42	46·0	Argel. +38° 878.
59	4	21	57·45	35	49	30·2	Bonn. Vergl. mit Argel. +36° 895.
60	4	22	41·59	36	52	35·3	B. W. 465.
61	4	23	22·54	36	27	50·5	Lalande 8447 (1/2), Piazzi IV 96 (1/2), Taylor 1566 (1/2), Rob. 957 (1/2) (nur δ) Radcl. I. 1249, Radcl. II. 510.
62	4	24	3·40	35	39	4·2	Argel. +35° 880.
63	4	26	55·02	35	4	13·4	„ +35° 884.
64	4	26	59·38	34	14	13·3	„ +34° 892.
65	4	28	28·83	34	41	5·8	B. W. 585.
66	4	32	42·35	33	30	23·6	Washingt. Beob.
67	4	32	52·91	34	24	44·3	B. W. 691.
68	4	34	40·50	33	40	52·0	Berliner M. B.
69	4	35	28·24	32	37	12·0	Piazzi IV 161 (1/2), B. W. 750.
70	4	40	56·74	31	12	38·7	B. W. 889.
71	4	42	31·66	31	20	21·9	„ 925.
72	4	43	55·89	30	56	50·6	Lalande 9072 (1/2), B. W. 960.
73	4	44	46·03	30	36	33·7	Hamburg, Vergl. mit Argel. +30° 719.
74	4	49	49·58	29	55	16·7	B. W. 1098.
75	4	53	0·94	+29	8	22·9	B. W. 1173, 4.

Das Ergebniss der Vergleichung der Beobachtungen mit der Ephemeride ist im nachstehenden Verzeichnisse zusammengestellt und zwar im Sinne: Beobachtung — Rechnung.

Nr.	1871	Beobachtungsort	dα	dδ	*
1	April 8	Mannheim	—0·39	+ 3"0	2
2	8	Wien (Josefstadt)	—0·43	+ 5·3	5
3	8	Hamburg	—0·08	— 2·4	3
4	8	Wien (Sternwarte)	—0·28	— 0·3	5
5	8	Altona	+0·73	— 4·0	1
6	8	Bonn	—0·92	+10·4	5
7	8	Krakau	+0·77	0·0	—
8	8	Leipzig	—0·73	— 1·8	2
9	8	Hamburg	—1·15	— 3·5	2
10	9	Wien (Josefstadt)	—0·15	+ 3·3	4

Digitized by Google

Nr.	1871	Beobachtungsort	$d\alpha$	$d\delta$	*
11	April 9	Mannheim	−0·39	+ 3·1	4
12	9	Karlsruhe	+0·73	+ 8·8	—
13	9	Wien (Sternwarte)	−0·14	+ 3·2	4
14	9	Kremsmünster	(−2·26)	+13·1	4
15	9	Altona	+0·48	+ 6·5	8
16	9	Hamburg	−1·05	+ 3·1	4
17	10	»	−0·26	+ 2·0	7
18	10	Altona	+0·54	+ 3·6	8
19	10	Berlin	−0·03	− 0·8	6
20	10	Twickenham	−0·44	+12·6	—
21	10	Bothkamp	−0·54	+ 1·5	—
22	10	Leipzig	−0·60	+ 6·2	7
23	11	Wien (Josefstadt)	+0·28	+ 4·7	10
24	11	Bothkamp	−0·32	+ 4·1	—
25	11	Berlin	+0·01	+ 1·2	10
26	11	Wien (Josefstadt)	−0·11	+14·4	10
27	11	Karlsruhe	+0·64	+15·5	—
28	11	Wien (Sternwarte)	+0·39	+ 9·9	10
29	11	Altona	+0·76	+ 4·2	8
30	11	Wien (Sternwarte)	0·00	+ 8·0	10
31	11	Königsberg	+0·45	+10·2	8
32	11	Hamburg	−0·20	− 1·1	10
33	11	»	−0·07	+ 2·2	10
34	11	Leipzig	−0·13	+ 6·1	10
35	11	Hamburg	−0·15	+ 5·4	10
36	12	Krakau	+1·11	+15·8	—
37	13	Marseille	+0·94	+ 8·0	9
38	13	Hamburg	−0·29	+ 2·7	11
39	14	Wien (Sternwarte)	+0·93	+ 5·4	14
40	14	Berlin	+0·46	+ 0·2	12
41	14	Leipzig	+0·49	+ 5·6	14
42	14	Altona	+1·30	+ 2·8	24
43	14	Berlin	+0·45	− 0·5	14
44	14	Hamburg	+0·18	+ 5·5	14
45	14	Wien (Sternwarte)	+0·68	+ 8·4	14
46	14	Bonn	+0·54	− 3·6	14
47	14	Krakau	+1·63	− 0·1	—
48	14	Marseille	+1·15	+ 5·2	17
49	14	Wien (Sternwarte)	+0·28	+ 3·6	14
50	14	Königsberg	+1·20	+ 5·0	13
51	15	»	+0·93	+21·9	18

Digitized by Google

Nr.	1871	Beobachtungsort	$d\alpha$	$d\delta$	*
52	April 15	Leipzig	+0ˢ36	+ 2ʺ3	15
53	15	Bonn	+1·41	+ 5·7	16
54	15	Berlin	+0·46	+ 1·9	15
55	16	Mailand	+0·52	+ 6·4	19
56	16	„	(+2·54)	+ 4·2	19
57	16	Bonn	+1·07	+ 2·4	19
58	16	Wien (Sternwarte)	+0·11	+ 4·2	22
59	17	Mailand	+0·99	+ 8·8	21
60	17	„	+1·29	+ 3·9	21
61	17	Hamburg	0·00	+ 2·4	20
62	18	Mailand	−0·22	— 0·5	23
63	18	Krakau	+2·08	+ 5·4	—
64	18	Lund	+0·95	— 1·4	23
65	18	Königsberg	(+5·48	+69·9)	25
66	19	Wien (Sternwarte)	+1·11	+ 4·3	27
67	19	Kremsmünster	+0·59	— 1·5	26
68	19	Hamburg	+0·59	+ 0·9	26
69	19	Krakau	+0·95	+ 3·8	—
70	19	Wien (Sternwarte)	+1·04	+ 3·3	27
71	19	Leipzig	+0·71	— 7·3	26
72	19	Berlin	+1·11	— 0·6	26
73	19	Krakau	+0·83	+11·1	—
74	20	Leipzig	+0·53	+20·2	28
75	20	Berlin	+0·88	+ 1·5	28
76	20	Mailand	+0·63	+ 3·8	28
77	20	Lund	+0·82	+ 2·3	28
78	20	Wien (Sternwarte)	+1·65	+ 9·8	28
79	20	Washington	+0·89	— 6·7	29
80	20	„	+0·74	— 6·4	30
81	22	Wien (Sternwarte)	+1·39	+ 7·2	31
82	22	Hamburg	+0·99	+ 3·1	32
83	22	Mailand	+1·76	+18·3	32
84	22	Krakau	+1·13	+12·3	—
85	22	Berlin	+1·03	+ 0·9	31
86	23	Lund	+0·29	+ 8·1	34
87	23	Mailand	+0·12	+ 7·2	34
88	23	Washington	+0·82	+ 2·6	33
89	23	„	+0·96	— 0·2	35
90	24	Athen	+0·94	+ 7·2	37
91	24	Mailand	+1·03	+15·0	37
92	24	Washington	+0·72	+ 3·1	37

Digitized by Google

Nr.	1871	Beobachtungsort	$d\alpha$	$d\delta$	*
93	April 25	Wien (Sternwarte)	+1·80	+ 1·1	38
94	25	Bonn	+1·65	+10·2	36
95	26	Athen	0·00	+ 3·6	39
96	26	Mailand	+0·64	+12·6	42
97	26	Wien (Sternwarte)	+1·30	+10·5	42
98	26	Königsberg	+1·43	+10·6	40
99	26	Leipzig	+1·30	+18·3	42
100	27	Athen	+0·28	+ 6·4	41
101	27	Krakau	+1·80	+ 6·0	—
102	27	„	+1·72	+22·1	—
103	27	Leipzig	+1·00	+ 5·5	44
104	27	Königsberg	+0·81	+26·8	40
105	27	Lund	+0·99	+13·0	41
106	27	Berlin	+1·05	+ 6·9	43
107	28	Mailand	+0·41	+11·9	45
108	28	Lund	+0·41	+12·7	45
109	28	Hamburg	+1·06	+12·4	46
110	29	Athen	+0·64	+10·8	47
111	29	„	+1·41	+11·2	48
112	29	Krakau	+2·38	+32·5	—
113	29	Königsberg	+0·09	. . . .	47
114	29	Washington	+0·70	+10·7	47
115	29	„	+1·11	+ 9·6	48
116	30	Athen	+1·03	+13·6	50
117	30	Mailand	+1·36	+22·2	49
118	30	Lund	+0·77	+13·3	49
119	Mai 1	Athen	+1·12	+13·2	51
120	1	„	+0·97	. .	54
121	1	Mailand	+0·47	+23·2	52
122	2	„	+0·87	+13·2	53
123	2	Berlin	+1·03	+17·2	53
124	2	Hamburg	+0·46	+16·3	53
125	3	Athen	+0·77	+13·4	55
126	3	„	+0·80	+24·6	57
127	3	Berlin	+0·96	+16·3	57
128	3	Lund	+0·37	+15·5	58
129	4	Athen	+0·68	+12·6	56
130	6	„	+0·39	+22·4	60
131	6	„	+2·24	+24·0	61
132	6	Mailand	+0·67	+25·7	61
133	6	Lund	+0·53	+24·9	61

Digitized by Google

Nr.	1871		Beobachtungsort	$d\alpha$	$d\delta$	*
134	Mai	6	Hamburg	+0·29	+26·5	61
135		7	Mailand	+0·25	+26·7	59
136		7	Bonn	+1·51	+36·3	50
137		7	Washington	—1·24	+25·5	62
138		8	Mailand	—0·58	+41·8	63
139		9	Athen	+0·42	+27·6	67
140		9	"	+0·73	+29·2	65
141		9	Lund	+0·39	+40·3	67
142		9	Hamburg	+0·26	+32·7	64
143		10	Berlin	+0·63	+31·8	68
144		10	Athen	+0·45	+27·4	68
145		10	Bonn	+0·88	+11·0	68
146		10	Washington	—0·27	+29·9	66
147		11	Bonn	—0·21	(—29·7)	69
148		13	Athen	+0·05	+39·5	70
149		13	"	+0·44	+33·1	71
150		14	Wien (Sternwarte)	+0·12	+ 4·1	72
151		14	Hamburg	+0·38	. . .	73
152		14	"	. . .	+52·8	73
153		15	"	(+8·38)	+14·8	74
154		16	Athen	+0·42	+58·8	75

Einige Beobachtungen mussten, weil die Position des Vergleichssternes nicht hinlänglich bekannt war, und die Jahreszeit eine Bestimmung desselben nicht gestattete, von der Vergleichung ausgeschlossen werden; nämlich eine Beobachtung zu Leipzig am 3. Mai und je eine aus Athen und Washington vom 5. Mai; ebenso blieben drei Beobachtungen aus Stonyhurst (Mai 8, 9, 10) als zu stark abweichend unberücksichtigt. Die Mailänder Beobachtungszeit vom 24. April (9^h 34^m 7^s) wurde um eine Stunde verkleinert, da alle Umstände zu der Annahme 8^h 34^m 7^s nöthigen. Die Königsberger Beobachtung vom 18. April weicht deshalb so weit von den übrigen ab, weil der Komet wegen eines Nordlichtes nur mit grösster Mühe zu sehen war; dasselbe Nordlicht zeigte sich auch während der Beobachtung in Krakau.

Am 9. April war der Komet gleichfalls in Folge eines sehr hellen Nordlichtes beträchtlich schwächer erschienen.

Digitized by Google

Vom Beginn des Mai an sind die Beobachtungen unsicher, weil der Komet schon in den Tag hineinrückte und daher nur bei tiefem Stand in der hellen Abenddämmerung beobachtet werden konnte; so hatte er beispielsweise am 15. Mai während der Beobachtung in Hamburg nur mehr eine Höhe von $3^1/_2{}^\circ$; am 17. Mai war er ebendaselbst, obgleich bei sehr heiterer Luft auf ihn eingestellt wurde, nicht mehr zu sehen.

Für die weitere Rechnung wurden alle mehrfachen Beobachtungen einer Sternwarte von demselben Tage in eine zusammengezogen; die in Klammern eingeschlossenen Abweichungen sind in die Rechnung nicht mit aufgenommen.

Wenn man die obigen Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung untereinander vergleicht, so treten auffallende constante Unterschiede zwischen den einzelnen Sternwarten auf. Der richtige Weg zur Ausgleichung dieser Differenzen wäre wohl der, alle Beobachtungen auf das Mittel der Abweichungen zu reduciren; da aber die Rechnung verwickelt wäre, und es mir nur darum zu thun war, überhaupt Gleichmässigkeit in die Beobachtungen zu bringen, so reducirte ich alles auf eine beliebig gewählte Sternwarte, an deren Beobachtungen also keine Correction angebracht wurde und zwar nahm ich Berlin. Ich bildete nun die Differenzen zwischen den Sternwarten von jedem Tage, nahm aus den Differenzen jeder Combination das Mittel und suchte aus allen sich ergebenden Combinationen nach der Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichste Correction, die an die einzelnen Sternwarten anzubringen war. Zu diesem Zwecke wurde die Summe der Quadrate der einzelnen Differenzen gebildet, jedes Quadrat mit seinem Gewicht, d. h. mit der Zahl der Vergleichungen, aus denen es entstanden war, multiplicirt, diese Summe nach den einzelnen darin vorkommenden Sternwarten differenzirt, und jeder solche Differentialquotient gleich Null gesetzt. Demnach entstanden so viele Gleichungen mit so viel Unbekannten, als Sternwarten auf Berlin zu reduciren waren, nämlich eilf, da diejenigen Sternwarten, von denen nur wenige Beobachtungen vorliegen, weggelassen wurden. Ich bin mir sehr wohl bewusst, dass die so entstandenen Gleichungen nicht ganz von einander unabhängig sind, suchte aber diesem Übelstande dadurch abzuhelfen, dass ich dann, wenn an einem Tage

Digitized by Google

Beobachtungen auf drei oder mehr Sternwarten gemacht wurden, jene Combinationen wegliess, welche sich aus zwei anderen ergaben. Ebenso blieben alle nur einmal vorkommenden Combinationen weg, d. h. solche, die aus zwei Sternwarten entstanden, an denen nur an einem einzigen Tage zugleich beobachtet wurde.

Ich fühle mich hier verpflichtet, Herrn Prof. Weiss, der mir bei dieser Arbeit mit Rath und That zur Seite stand, für seine Freundlichkeit und Bereitwilligkeit meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

Die Auflösung der eilf Gleichungen stiess auf Schwierigkeiten, da die Unbekannten daraus unsicher zu bestimmen waren. Daher theilte ich die Beobachtungen in drei Gruppen, von denen jede zwei der später zu bildenden Normalorte umfasste; I. April 8—19, II. April 20—30, III. Mai 1—16. Dies geschah besonders deshalb, weil man doch nicht von vornherein die Differenzen zwischen den Sternwarten für die ganze Beobachtungsdauer als constant annehmen kann. Da in der dritten Gruppe die Beobachtungen weniger zahlreich sind, als in den zwei ersten, so wurden auch die einfachen Combinationen in die Rechnung aufgenommen; desgleichen in der zweiten Gruppe die einfachen Combinationen mit Berlin.

Ich erhielt so drei Systeme von Gleichungen; jede derselben hatte, da die Correctionen für Rectascension und Declination gesondert, also unabhängig von einander gerechnet wurden, rechts vom Gleichheitszeichen zwei Theile. Die Buchstaben bezeichnen die Correctionen an die Beobachtungen der einzelnen Sternwarten, um sie mit Berlin zu vergleichen, und zwar: *a* Altona, *A* Athen, *B* Bonn, *C* Krakau, *H* Hamburg, *K* Königsberg, *L* Leipzig, *l* Lund, *M* Mailand, *V* Washington, *W* Wien (Sternwarte).

I.

a	B	C	H	K	L	W		α	δ
	− 3B	− 3C	− 5H	− 3K	+19L		=	+ 7·41	+27·8
− 5a		− 3C	+24H	− 2K	− 5L	− 5W	=	+13·47	+17·7
	− 3B	− 3C	− 5H	− 2K		+16W	=	+ 0·16	−32·7
+14a	− 2B	− 2C	− 5H	− 2K			=	−10·30	+ 3·6
− 2a	+14B	− 2C		− 2K	− 3L	− 3W	=	+ 3·18	+ 3·6
− 2a	− 2B	+15C	− 3H		− 3L	− 3W	=	−11·93	−15·4
− 2a	− 2B		− 2H	+14K	− 3L	− 2W	=	− 5·73	−98·3

Digitized by Google

II.

+3H								−2M	=	+0·16	+12·5
	+12L	−2W	− 2l		− 2A		−2K	− 2M	=	−0·84	−67·8
	− 2L	+7W						− 3M	=	−3·56	+10·8
	− 2L		+12l	−2V	− 2A			− 4M	=	+0·21	− 9·7
			− 2l	+8V	− 2A			− 3M	=	−0·82	+56·8
	− 2L		− 2l	−2V	+14A	−2C	− 2K	− 3M	=	+8·76	+96·4
					− 2A	+4C			=	−3·64	−47·6
	− 2L				− 2A		+5K		=	−1·66	−60·5
−2H	− 2L	−3W	− 4l	−3V	− 3A			+19M	=	+0·62	−81·4

III.

+7H	−2l		−2A		−2M	=	+2·14	− 6·4
−2H	+5l		− A		− M	=	+0·77	− 0·9
		+5V	− A	−2B	− M	=	+7·01	− 7·5
−2H	− l	− V	+9A	− B	−2M	=	−1·04	− 0·6
		−2V	− A	+5B	− M	=	−5·84	+35·7
−2H	− l	− V	−2A	− B	+8M	=	−0·71	+ 9·8

Dass die Werthe der Unbekannten wohl nicht zu stark von den ursprünglich zwischen Berlin und jeder Sternwarte gefundenen Differenzen abweichen werden, besonders wenn die Zahl der Beobachtungen an einem Tage nicht zu gering ist, liess sich von vornherein erwarten. Ich stelle daher zur Vergleichung beide Zahlenreihen neben einander und bezeichne mit (1) die ursprünglichen, mit (2) die durch Auflösung der Gleichungen gefundenen Correctionen; zugleich setze ich die Zahl der Beobachtungen, auf denen die einzelnen Differenzen beruhen, unter N bei.

I.

	AR		Decl.		
	(1)	(2)	(1)	(2)	N
a	−0ˢ72	−0ˢ79	− 3″5	− 3″3	3
B	−0·51	−0·05	− 0·2	− 3·8	2
C	−0·47	−0·83	− 4·1	− 4·1	2
H	+0·29	+0·27	− 2·7	− 2·9	4
K	−0·55	−0·46	−11·4	− 9·7	3
L	+0·24	+0·25	− 2·3	− 2·1	5
W	−0·10	−0·13	− 6·0	− 5·6	3

Digitized by Google

II.

	AR (1)	AR (2)	Decl. (1)	Decl. (2)	N
A	+0ˢ77	+0ˢ60	+ 0″5	— 0″3	1
C	—0·40	—0·61	— 9·2	—12·1	2
H	+0·04	+0·14	— 2·2	— 0·2	1
K	+0·24	—0·10	—19·9	—16·6	1
L	+0·20	—0·01	— 8·6	—11·0	2
l	+0·06	+0·18	— 3·4	— 4·3	2
M	—0·24	+0·13	— 9·8	— 6·6	2
V	+0·07	+0·14	+ 8·0	+ 3·5	1
W	—0·56	—0·46	— 7·3	— 4·4	2

III.

	AR (1)	AR (2)	Decl. (1)	Decl. (2)	N
A	+0·18	+0·19	+ 0·9	+ 3·3	2
B	—0·25	—0·58	+20·8	+10·4	1
H	+0·57	+0·56	+ 0·9	+ 2·0	1
l	+0·59	+0·47	+ 0·8	+ 2·2	1
M	+0·16	+0·24	+ 4·0	+ 4·7	1
V	+0·90	+1·26	+ 1·9	+ 4·3	1

Die Correctionen (2) wurden nun an die einzelnen Beobachtungen angebracht, und ich stelle hier die directen und die corrigirten Differenzen nebeneinander. In diesem Verzeichnisse sind schon alle Beobachtungen weggelassen, die zur Bildung der Normalorte nicht verwendet wurden. Die Differenzen jener Sternwarten, die wegen zu kleiner Beobachtungszahl in die vorige Rechnung nicht mit einbezogen wurden, sind auch im corrigirten System unverändert beibehalten.

1871		Beobachtungsort	$d\alpha$		$d\delta$	
			direct	corrig.	direct	corrig.
I.	April 8	Mannheim	—0ˢ39	—0ˢ39	+ 3″0	+ 3″0
	8	Wien (Josefstadt) ..	—0·43	—0·43	+ 5·3	+ 5·3
	8	Hamburg	—0·61	—0·34	— 3·0	— 5·9
	8	Wien (Sternwarte) ...	—0·28	—0·41	— 0·3	— 5·9
	8	Altona	+0·73	—0·06	— 4·0	— 7·3
	8	Bonn	—0·92	—0·87	+10·4	+ 6·6
	8	Krakau	+0·77	—0·06	0·0	— 4·1
	8	Leipzig	—0·73	—0·48	— 1·8	— 3·9
	9	Wien (Josefstadt) ...	—0·15	—0·15	+ 3·3	+ 3·3
	9	Mannheim	—0·39	—0·39	+ 3·1	+ 3·1

Digitized by Google

	1871		Beobachtungsort	dα		dδ	
				direct	corrig.	direct	corrig.
I.	April	9	Karlsruhe	+0·73	+0·73	+ 8·8	+ 8·8
		9	Wien (Sternwarte)	−0·14	−0·27	+ 3·2	− 2·4
		9	Altona	+0·48	−0·31	+ 6·5	+ 3·2
		9	Hamburg	−1·05	−0·78	+ 3·1	+ 0·2
		10	„	−0·26	+0·01	+ 2·0	− 0·9
		10	Altona	+0·54	−0·25	+ 3·6	+ 0·3
		10	Berlin	−0·03	−0·03	− 0·8	− 0·8
		10	Twickenham	−0·44	−0·44	+12·6	+12·6
		10	Bothkamp	−0·54	−0·54	+ 1·5	+ 1·5
		10	Leipzig	−0·60	−0·35	+ 6·2	+ 4·1
		11	Wien (Josefstadt)	+0·08	+0·08	+ 9·5	+ 9·5
		11	Bothkamp	−0·32	−0·32	+ 4·1	+ 4·1
		11	Berlin	+0·01	+0·01	+ 1·2	+ 1·2
		11	Karlsruhe	+0·64	+0·64	+15·5	+15·5
		11	Wien (Sternwarte)	+0·20	+0·07	+ 8·9	+ 3·3
		11	Altona	+0·76	−0·03	+ 4·2	+ 0·9
		11	Königsberg	+0·45	−0·01	+10·2	+ 0·5
		11	Hamburg	−0·14	+0·13	+ 2·2	− 0·7
		11	Leipzig	−0·13	+0·12	+ 6·1	+ 4·0
		12	Krakau	+1·11	+0·28	+15·8	+11·7
		13	Marseille	+0·94	+0·94	+ 8·0	+ 8·0
		13	Hamburg	−0·29	−0·02	+ 2·7	− 0·2
II.	April	14	Wien (Sternwarte)	+0·61	+0·48	+ 5·8	+ 0·2
		14	Berlin	+0·46	+0·46	− 0·2	− 0·2
		14	Leipzig	+0·49	+0·74	+ 5·6	+ 3·5
		14	Altona	+1·30	+0·51	+ 2·8	− 0·5
		14	Hamburg	+0·18	+0·45	+ 5·5	+ 2·6
		14	Bonn	+0·54	+0·49	+ 3·6	− 7·4
		14	Krakau	+1·63	+0·80	− 0·1	− 4·2
		14	Marseille	+1·15	+1·15	+ 5·2	+ 5·2
		14	Königsberg	+1·20	+0·74	+ 5·0	− 4·7
		15	„	+0·93	+0·47	+21·9	+12·2
		15	Leipzig	+0·36	+0·61	+ 2·3	+ 0·2
		15	Bonn	+1·41	+1·36	+ 5·7	+ 1·9
		15	Berlin	+0·46	+0·46	+ 1·9	+ 1·9
		16	Mailand	+0·52	+0·52	+ 6·4	+ 6·4
		16	Bonn	+1·07	+1·02	+ 2·4	− 1·4
		16	Wien (Sternwarte)	+0·11	−0·02	+ 4·2	− 1·4
		17	Mailand	+1·14	+1·14	+ 6·3	+ 6·3
		17	Hamburg	0·00	+0·27	+ 2·4	− 0·5

Digitized by Google

	1871		Beobachtungsort	dα direct	dα corrig.	dδ direct	dδ corrig.
II.	April	18	Mailand	$-0^{s}22$	$-0^{s}22$	$-0''5$	$-0''5$
		18	Krakau	+2·08	+1·25	+ 5·4	+ 1·3
		18	Lund	+0·95	+0·95	− 1·4	− 1·4
		19	Wien (Sternwarte)	+1·08	+0·95	+ 3·8	− 1·8
		19	Kremsmünster	+0·59	+0·59	− 1·5	− 1·5
		19	Hamburg	+0·59	+0·86	+ 0·9	− 2·0
		19	Krakau	+0·89	+0·06	+ 7·5	+ 3·4
		19	Leipzig	+0·71	+0·96	+ 7·3	− 9·4
		19	Berlin	+1·11	+1·11	− 0·6	− 0·6
III.	April	20	Leipzig	+0·53	+0·52	+20·2	+ 9·2
		20	Berlin	+0·88	+0·88	+ 1·5	+ 1·5
		20	Mailand	+0·63	+0·76	+ 3·8	− 2·8
		20	Lund	+0·82	+1·00	+ 2·3	− 2·0
		20	Wien (Sternwarte)	+1·65	+1·19	+ 9·8	+ 5·4
		20	Washington	+0·81	+0·95	− 6·5	− 3·0
		22	Wien (Sternwarte)	+1·39	+0·93	+ 7·2	+ 2·8
		22	Hamburg	+0·99	+1·13	+ 3·1	+ 2·9
		22	Mailand	+1·76	+1·89	+18·3	+11·7
		22	Krakau	+1·13	+0·52	+12·3	+ 0·2
		22	Berlin	+1·03	+1·03	+ 0·9	+ 0·9
		23	Lund	+0·29	+0·47	+ 8·1	+ 3·8
		23	Mailand	+0·12	+0·25	+ 7·2	+ 0·6
		23	Washington	+0·89	+1·03	+ 1·2	+ 4·7
		24	Athen	+0·94	+1·54	+ 7·2	+ 6·9
		24	Mailand	+1·03	+1·16	+15·0	+ 8·4
		24	Washington	+0·32	+0·86	+ 3·1	+ 6·6
		25	Wien (Sternwarte)	+1·80	+1·34	+ 1·1	− 3·3
		25	Bonn	+1·65	+1·65	+10·2	+10·2
IV.	April	26	Athen	0·00	+0·60	+ 3·6	+ 3·3
		26	Mailand	+0·64	+0·77	+12·6	+ 6·0
		26	Wien (Sternwarte)	+1·30	+0·84	+10·5	+ 6·1
		26	Königsberg	+1·43	+1·33	+10·6	− 6·0
		26	Leipzig	+1·30	+1·29	+18·3	+ 7·3
		27	Athen	+0·28	+0·88	+ 6·4	+ 6·1
		27	Krakau	+1·76	+1·15	+14·0	+ 1·9
		27	Leipzig	+1·00	+0·99	+ 5·5	− 5·5
		27	Königsberg	+0·81	+0·71	+26·8	+10·2
		27	Lund	+0·99	+1·17	+13·0	+ 8·7
		27	Berlin	+1·05	+1·05	+ 6·9	+ 6·9

Digitized by Google

1871			Beobachtungsort	dα		dδ	
				direct	corrig.	direct	corrig.
IV.	April	28	Mailand	+0'41	+0'54	+11'9	+ 5'3
		28	Lund	+0·41	+0·59	+12·7	+ 8·4
		28	Hamburg	+1·06	+1·20	+12·4	+12·2
		29	Athen	+1·02	+1·62	+11·0	+10·7
		29	Krakau	+2·38	+1·77	+32·5	+20·4
		29	Washington	+0·90	+1·04	+10·2	+13·7
		30	Athen	+1·03	+1·63	+13·6	+13·3
		30	Mailand	+1·36	+1·49	+22·2	+15·6
		30	Lund	+0·77	+0·95	+13·3	+ 9·0
V.	Mai	1	Athen	+1·04	+1·23	+13·2	+16·5
		1	Mailand	+0·47	+0·71	+23·2	+27·9
		2	Mailand	+0·87	+1·11	+13·2	+17·9
		2	Berlin	+1·03	+1·03	+17·2	+17·2
		2	Hamburg	+0·46	+1·02	+16·3	+18·3
		3	Athen	+0·78	+0·97	+19·0	+22·3
		3	Berlin	+0·96	+0·96	+16·3	+16·3
		3	Lund	+0·37	+0·84	+15·5	+17·5
		4	Athen	+0·68	+0·87	+12·6	+15·9
		6	„	+0·39	+0·58	+23·2	+26·2
		6	Mailand	+0·67	+0·91	+25·7	+30·4
		6	Lund	+0·53	+1·00	+24·9	+27·1
		6	Hamburg	+0·29	+0·85	+26·5	+28·5
		7	Mailand	+0·25	+0·49	+26·7	+31·4
		7	Bonn	+1·51	+0·93	+36·3	+46·7
		7	Washington	—1·24	+0·02	+25·5	+29·8
		8	Mailand	—0·58	—0·34	+41·8	+46·5
		9	Athen	+0·57	+0·76	+28·4	+31·7
		9	Lund	+0·39	—0·86	+40·3	+42·5
		9	Hamburg	+0·26	+0·82	+32·7	+34·7
VI.	Mai	10	Athen	+0·45	+0·64	+27·4	+30·7
		10	Berlin	+0·63	+0·63	+31·8	+31·8
		10	Bonn	+0·88	+0·30	+11·0	+21·4
		10	Washington	—0·27	+0·99	+29·9	+34·2
		13	Athen	+0·25	+0·44	+36·3	+39·6
		14	Wien (Sternwarte)	+0·12	+0·12	+ 4·1	+ 4·1
		14	Hamburg	+0·38	+0·94	+52·8	+54·8
		16	Athen	+0·42	+0·61	+58·8	+62·1

Digitized by Google

Wie man sieht, wurden durch diese Ausgleichung die Unterschiede bedeutend herabgemindert, und die hie und da dennoch auftretenden Sprünge können nur den zufälligen Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden; blos gegen das Ende der Beobachtungsreihe scheint das Ziel nicht mehr ganz erreicht worden zu sein; dies findet jedoch in der schon erwähnten Thatsache, dass die Beobachtungen in dieser Zeit an Unsicherheit zunehmen, eine einfache Erklärung.

Ich bildete nun auf die im Schema bereits ersichtlich gemachte Weise sechs Gruppen, wobei jede Beobachtung gleiches Gewicht erhielt.

Die ganze folgende Rechnung wurde für das directe und das corrigirte System durchgeführt. Die Abweichungen in Rectascension sind bereits in Bogensecunden verwandelt.

	1871		direct $d\alpha$	direct $d\delta$	corrigirt $d\alpha$	corrigirt $d\delta$
I.	April	10·0	— 0"19	+ 4"72	— 1"84	+ 2"46
II.	„	16·5	+11·86	+ 3·18	+10·14	+ 0·01
III.	„	22·5	+15·04	+ 6·63	+15·08	+ 3·41
IV.	„	28·0	+14·92	+13·42	+16·21	+ 7·70
V.	Mai	5·5	+ 7·27	+23·92	+11·71	+27·26
VI.	„	12·5	+ 5·36	+31·51	+ 8·76	+34·84

Durch Anbringung dieser Abweichungen an die entsprechenden Ephemeridenorte entstehen folgende auf das mittlere Äquinoctium 1871·0 bezogenen Normalorte:

	1871		direct α	direct δ	corrigirt α	corrigirt δ
I.	April	10·0	39°57'48"4	+52°38'15"8	46"8	13"5
II.	„	16·5	47 19 5·1	+59 12 55·2	3·4	52·0
III.	„	22·5	53 25 52·4	+45 43 10·2	52·4	7·0
IV.	„	28·0	58 30 52·8	+42 15 26·5	54·1	20·8
V.	Mai	5·5	64 43 53·6	+37 9 44·8	58·0	48·1
VI.	„	12·5	69 53 24·7	+32 1 40·2	28·1	48·5

Auf Störungen wurde wegen des verhältnissmässig kurzen Zeitraumes, den die Beobachtungen umfassen, und weil der Komet immer in beträchtlicher Entfernung von den Hauptkörpern unseres Sonnensystems blieb, keine Rücksicht genommen;

Digitized by Google

nur der Venus näherte er sich im Mai auf eine Distanz, die der halben Entfernung der Erde von der Sonne gleichkommt, aber die in dieser Zeit angestellten Beobachtungen sind zu unsicher, als dass ich eine Berücksichtigung dieser immerhin geringen Störungen für nöthig erachtet hätte.

Um die obigen Fehler so viel als möglich wegzuschaffen, wurden die entsprechenden Differentialquotienten gerechnet, und zwar, nach den von Professor v. Oppolzer im 49. Bande der Sitzungsberichte (Märzheft 1864) angegebenen Formeln. Da ich die Bahn als Parabel beibehalten wollte, so fielen die Excentricitätsglieder weg. Es wurden vorerst die Elemente von der Ekliptik auf den Äquator übertragen und gefunden:

$$T = 1871 \text{ Juni } 10{\cdot}58108 \text{ mittl. Berliner Zeit.}$$

$$\left.\begin{aligned} \pi' - \Omega' &= 199^\circ\ 25'\ 21''3 \\ \Omega' &= 279\ \ 32\ \ 33{\cdot}0 \\ i' &= 91\ \ 27\ \ 24{\cdot}8 \end{aligned}\right\} \text{mittl. Äquator } 1871{\cdot}0$$

$$\log q = 9{\cdot}815146$$

Der in der erwähnten Abhandlung als σ bezeichnete Winkel ist: $\sigma = 336^\circ\ 51'\ 55''$.

Man erhält nun folgende zwölf Bedingungsgleichungen, in welchen $d\omega'$, $d\Omega$, di' in Bogensecunden, dT in Einheiten der vierten Decimale des mittleren Tages, $d \log q$ in Einheiten der sechsten Decimale zu nehmen sind; die Coëfficienten sind die Logarithmen der Differentialquotienten.

Für die Rectascensionen:

di'	$d\Omega'$	$d\omega'$	dT	$d\log q$	direct	corrigirt
9·56112	+8·98296	+9·79051	$+8^n\cdot95143$	+9·45503	= − 0''11	+ 1''12
9·60508	9·15886	9·71257	$8^n\cdot89506$	9·39920	= + 7·74	+ 6·59
9·61554	9·27740	9·62737	$8^n\cdot82760$	9·33820	= +10·50	+10·53
9·60448	9·36208	9·53660	$8^n\cdot74874$	9·27431	= +11·05	+12·00
9·55889	9·45123	9·38835	$8^n\cdot60033$	9·17457	= + 5·80	+ 9·34
9·47923	9·51354	9·21290	$8^n\cdot37527$	9·06768	= + 4·55	+ 7·42

Digitized by Google

Für die Declinationen:

di'	$d\Omega'$	$d\omega'$	dT	$d \log q$		direct	corrigirt
9·68274 di'	+9·20101 $d\Omega'$	+$9{\cdot}63080_n$ $d\omega'$	+9·24387 dT	+$9{\cdot}30539_n$ $d \log q$	=	+ 4·72	+ 2·46
9·58277	9·20825	$9{\cdot}67830_n$	9·30004	$9{\cdot}35691_n$	=	+ 3·18	+ 0·01
9·47207	9·19482	$9{\cdot}69980_n$	9·34405	$9{\cdot}38272_n$	=	+ 6·63	+ 3·41
9·35282	9·16665	$9{\cdot}70639_n$	9·37948	$9{\cdot}39224_n$	=	+13·42	+ 7·70
9·15585	9·10369	$9{\cdot}70104_n$	9·42229	$9{\cdot}38678_n$	=	+23·92	+27·26
8·92186	9·01652	$9{\cdot}68564_n$	9·45807	$9{\cdot}36341_n$	=	+31·51	+34·84

Um diese Coëfficienten in Bezug auf ihre Richtigkeit zu prüfen, änderte ich die Elemente und bestimmte die dadurch hervorgerufenen Änderungen der geocentrischen Coordinaten einerseits durch directe Rechnung, andererseits mittelst der vorliegenden Differentialquotienten; auf beiden Wegen musste sich dasselbe Resultat zeigen. Ich prüfte zuerst die Coëfficienten von dT und $d \log q$, hernach die von $d\omega'$, $d\Omega'$ und di'; beide Resultate stimmten in der That innerhalb der Unsicherheitsgrenzen der Rechnungen ganz befriedigend überein.

Die zwölf Bedingungsgleichungen wurden nach der Methode der kleinsten Quadrate in fünf Normalgleichungen zusammengefasst, und dabei dem sechsten Normalort in Bezug auf die anderen nur halbes Gewicht gegeben wegen der geringen Anzahl und Unsicherheit der Beobachtungen, auf denen er beruht.

di'	$d\Omega'$	$d\omega'$	dT	$d \log q$		direct	corrigirt
+1·34447 di'	+0·65567 $d\Omega'$	+0·11546 $d\omega'$	+0·19764 dT	+0·08604 $d \log q$	=	+27·863	+25·211
+0·65567	+0·37092	+0·00202	+0·11762	+0·02366	=	+16·964	+16·776
+0·11546	+0·00202	+2·30805	—0·76019	+1·12812	=	—19·372	—14·633
+0·19764	+0·11762	—0·76019	+0·31161	—0·36856	=	+14·783	+12·983
+0·08604	+0·02366	+1·12812	—0·36856	+0·55389	=	— 8·649	— 6·173

Digitized by Google

Daraus ergeben sich folgende Werthe der Unbekannten:

		direct	corrigirt
dT	=	+314·69	+377·03
$d\omega'$	=	—451"83	—615"41
$d\Omega'$	=	—144·04	—185·57
di'	=	+ 11·94	+ 10·72
$d\log q$	=	+1118·3	+1499·4

Die Elemente sind daher

I. direct

T = 1871 Juni 10·61255 mittl. Berliner Zeit.
$\pi'-\Omega'$ = 199° 17′ 49"5 }
Ω' = 279 30 9·0 } mittl. Äquator 1871·0
i' = 91 27 36·7 }
$\log q$ = 9·816264

II. corrigirt

T = 1871 Juni 10·61878 mittl. Berl. Zeit.
$\pi'-\Omega'$ = 199° 15′ 5"9 }
Ω' = 279 29 27·4 } mittl. Äquator 1871·0.
i' = 91 27 35·5 }
$\log q$ = 9·816645.

Das erste Elementensystem stellt die Normalorte in folgender Weise dar:

	nach den Bedingungsgleichungen		nach der directen Rechnung	
	$d\alpha \cos d\delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
I.	—2"4	—0"5	—2"8	—0"3
II.	+1·1	—1·9	+0·9	—1·9
III.	+1·9	—0·2	+1·9	—0·6
IV.	+2·2	+2·6	+1·9	+2·6
V.	—1·9	+2·8	—2·0	+2·6
VI.	—1·5	—5·8	—1·6	—5·9

$$\Sigma(d\alpha \cos \delta)^2 = 22"4$$
$$\Sigma(d\delta)^2 = 52·4$$

Summe der übrigbleibenden Fehlerquadrate $\Sigma(vv) = 74"8$.

Digitized by Google

Die Elemente II lassen folgende Fehler übrig:

	nach den Bedingungsgleichungen		nach der directen Rechnung	
	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I.	−1ʺ1	+0ʺ6	−1ʺ3	+0ʺ7
II.	+0·2	−1·7	0·0	−1·7
III.	+0·9	−0·3	+0·7	−0·7
IV.	+1·3	−0·9	+1·0	−1·1
V.	−0·7	+5·7	−1·0	+5·4
VI.	−1·1	−7·2	−0·9	−7·6

$$\Sigma(d\alpha \cos\delta)^2 = 5''0$$
$$\Sigma(d\delta)^2 = 92\cdot0$$
$$\Sigma(vv) = 97\cdot0$$

Der schon hervorgehobene Umstand, dass die im Mai angestellten Beobachtungen theilweise unzuverlässig sind, macht sich auch hier in den Declinationen bemerkbar.

Nun sind die Elemente vom Äquator auf die Ekliptik zu übertragen, und man hat nachstehende Differentialformeln, in welchen die Coëfficienten für beide Systeme noch in den vier ersten Stellen übereinstimmen:

$$d\Omega = 9\cdot9638\, d\Omega' + 9\cdot5947\, di'$$
$$d\sigma = 8\cdot8106 \quad + 8\cdot2245$$
$$di = 9^n5941 \quad + 9\cdot9636.$$

Die schliesslichen Elemente sind:

I.

T = 1871 Juni 10·61255 mittl. Berliner Zeit.
π = 141° 44′ 20ʺ8
Ω = 279 18 17·4 } mittl. Äquinoctium 1871·0.
i = 87 34 29·2
$\log q$ = 9·816264

II.

T = 1871 Juni 10·61878 mittl. Berliner Zeit.
π = 141° 41′ 1ʺ2
Ω = 279 17 38·7 } mittl. Äquinoctium 1871·0.
i = 87 34 44·3
$\log q$ = 9·816645.

Digitized by Google

Da die Darstellung der sechs Normalorte keine zu grossen Fehler übrig lässt, besonders wenn man die Unsicherheit der letzten Beobachtungen bedenkt, und da überdies der Komet während seiner Sichtbarkeit jenen Theil der Bahn durcheilte, in dem die wahre Anomalie nahezu 90° beträgt, wo man bekanntlich über den Charakter der Bahn kein sicheres Urtheil fällen kann, so hielt ich eine Bestimmung der Excentricität für zwecklos. Sollten übrigens wider Erwarten noch Beobachtungen aus der zweiten Sichtbarkeitsperiode des Kometen bekannt werden, so will ich die Bahn verbessern, auch genauer in Bezug auf ihre Excentricität untersuchen und dabei die Störungen mit in Rechnung ziehen.

Digitized by Google

XVIII. SITZUNG VOM 26. JUNI 1873.

Herr Dr. K. Heitzmann legt eine Abhandlung: „Über die Lebens-Phasen des Protoplasmas“ vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei: Atti. Anno XXVI, Sess. 4ª. Roma, 1873; 4º.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 18. Wien, 1873; 8º.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1945. (Bd. 82. 1.) Kiel, 1873; 4º.

Buffalo Society of Natural Sciences: Bulletin. Vol. I. Nr. 1. Buffalo, 1873; 8º.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVI, Nr. 23. Paris, 1873; 4º.

Gesellschaft der Wissenschaften, Königl. böhmische: Abhandlungen vom Jahre 1871—1872, VI. Folge. V. Band. Prag, 1872; 4º. — Sitzungsberichte. Jahrgang 1871; Jahrgang 1872, Januar—Juni. Prag; 8º. — Základy starého místopisu Pražského. Oddíl III, IV, V. W Praze, 1872; 4º. *Regesta diplomatica nec non epistolaria Bohemiae et Moraviae. Pars II. Vol. 1 & 2. Pragae, 1872;* 4º.

— Deutsche geologische: Zeitschrift. XXIV. Band, 4. Heft; XXV. Band, 1. Heft. Berlin, 1871 & 1873; 8º.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VIII. Band, Nr. 12. Wien, 1873; 4º.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrg. Nr. 25. Wien, 1873; 4º.

Horsford, E. N., Address at the Morse Memorial Meeting in Faneuil Hall, April 16, 1872. Boston, 1872; 8º.

Digitized by Google

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie & verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XXXIX, Heft 4. Speyer, 1873; 8°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band VII, 4. Heft. Leipzig, 1873; 8°.

Lipschitz, R., Extrait de six mémoires publiés dans le Journal de mathématique de Borchardt. Paris; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 19. Band, 1873, Heft VI. Gotha; 4°.

Moniteur scientifique du Dr. Quesneville. 17e Année, 3e Série. Tome III. 378e Livraison. Paris, 1873; 4°.

Nature. Nr. 190, Vol. VIII. London, 1873; 4°.

Pettenkofer, Max von. Über Nahrungsmittel im Allgemeinen und über den Werth des Fleischextractes als Bestandtheil der menschlichen Nahrung insbesondere. Braunschweig, 1873; 8°.

Redtenbacher, Anton, Die Cephalopodenfauna der Gosauschichten in den nordöstlichen Alpen. (Abhlgn. der k. k. geolog. Reichsanstalt. Bd. V, Heft Nr. 5.) Wien, 1873; Folio.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. IIe Année, 2e Série, Nr. 51. Paris, 1873; 4°.

Scacchi, Arcangelo, Note mineralogiche. Memoria prima. Napoli, 1873; 4°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'Orient. XVIIe Année, Nr. 2. Constantinople, 1873; 4°.

Strohecker, J. Rud., Über die Krystallisation des Wassers. (Aus „Die Natur“ Jahrg. 1873, Nr. 10—12.) 4°.

Tommasi, D., Sur les dérivés acides de la naphtylamine. Paris; 4°.

Verein, naturwissenschaftlicher, in Hamburg: Abhandlungen. V. Band. 3. Abth. Hamburg, 1872; 4°. — Übersicht der Ämtervertheilung und wissenschaftl. Thätigkeit des Vereins im Jahre 1871. 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 25. Wien, 1873; 4°.

Woldřich, J., Geologischer Bericht über den Brüxer Schädel etc. Wien, 1873; 8°.

Wolf, Rudolf, Astronom. Mittheilungen. XXXIII. März 1873; 8°.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

7.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

Digitized by Google

Digitized by Google

XIX. SITZUNG VOM 10. JULI 1873.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Die Atakamit-Krystalle aus Süd-Australien", vom Herrn Oberbergrathe und Prof. Dr. V. R. v. Zepharovich.

„Ursachen des Erdbebens", vom Herrn Jos. Kregau, Diurnist beim Landesausschusse in Görz.

Herr Regierungsrath Dr. K. v. Littrow berichtet über eine neuerliche, durch Herrn W. Tempel in Mailand am 3. Juli d. J. gemachte Entdeckung eines teleskopischen Kometen.

Herr Oskar Simony, stud. phil., macht eine vorläufige, für den Anzeiger bestimmte Mittheilung über eine neue Moleculartheorie unter Voraussetzung Einer Materie und Eines Kraftprincipes.

Herr Prof. Dr. Jos. Boehm legt eine Abhandlung: „Über das Keimen von Samen in reinem Sauerstoffgase" vor.

Herr Dr. Karl Heitzmann überreicht eine Abhandlung: „Über die Entwickelung der Beinhaut, des Knochens und des Knorpels."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg: Mémoires. VIIe Série, Tome XIX, Nrs. 3—7. St. Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Februar 1873. (Nr. 1.) Berlin; 8⁰.

Annalen der Chemie & Pharmacie, von Wöhler, Liebig, Kopp, Erlenmeyer & Volhard. N. R. Band XCI, Heft 1—3. Leipzig & Heidelberg, 1873; 8⁰.

Apotheker-Verein, Allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 19. Wien, 1873; 8⁰.

Digitized by Google

Astronomische Nachrichten. Nr. 1946—1948 (Bd. 82. 2—4). Kiel, 1873; 4⁰.

Comitato, R., geologico d'Italia: Bollettino. Anno 1873, Nr. 5 & 6. Firenze; 8⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVI. Nrs. 24—25. Paris, 1873; 4⁰.

Gesellschaft der Wissenschaften, k. böhm. in Prag: Sitzungsberichte. 1873, Nr. 3. Prag; 8⁰.

— geographische, in Wien: Mittheilungen. Band XVI (neuer Folge VI). Nr. 6. Wien, 1873; 8⁰.

— Oberhessische, für Natur- und Heilkunde: XIV. Bericht. Giessen, 1873; 8⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang. Nr. 26—27. Wien, 1873; 4⁰.

Hamburg, Stadtbibliothek: Gelegenheitsschriften. 1872 & 1873. 4⁰.

Institution, The Royal, of Great Britain: Proceedings. Vol. VI, Parts 5—6. London, 1872; 8⁰.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Memorie. Vol. XVII°, Parte 3ª. Venezia, 1873; 4⁰.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie etc., von Alex. Naumann. Für 1870. 3. Heft. Giessen, 1873; 8⁰.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 13. Graz, 1873; 4⁰.

Löwen, Universität: *Annales Academiae Lovaniensis.* 1817—1826 (10 Bände). 4⁰. — Annuaire. 1872. XXXVIᵉ Année. Louvain; 12⁰. — Choix de Mémoires de la Société littéraire. XI. Louvain, 1872; 8⁰. — Revue catholique. Tomes VII & VIII. Louvain, 1872; 8⁰. — Theses. 8⁰.

Mittheilungen des k. k. techn. & administr. Militär-Comité. Jahrgang 1873, 4. Heft. Wien, 1873; 8⁰.

Museum, Geological, Calcutta: *Palaeontologia Indica.* Vol. IV, 1—2. Calcutta, 1872; 4⁰. — Memoirs in 8⁰. Vol. VIII, Parts 1 & 2; Vol. IX, Parts 1 & 2. — Records. Vol. V, Parts 1—4. 1872. Calcutta; kl. 4⁰.

Nature. Nrs. 191—192, Vol. VIII. London, 1873; 4⁰.

Naturforscher-Verein zu Riga: Correspondenzblatt. XIX. Jahrgang. Riga, 1872; 8⁰. — Die Bildung des Knochengewebes. Festschrift, von Ludwig Stieda. Leipzig, 1872; 4⁰.

Digitized by Google

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bollettino meteorologico. Vol. VIII, Nr. 3. Torino, 1873; 4⁰.

Programm des k. k. Gymnasiums zu Meran. 1872/73. Meran, 1873; 8⁰.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatschrift für Forstwesen. XXIII. Band. Jahrgang 1873. Jänner — Juni-Heft. Wien; 8⁰.

Repertorium für Experimental-Physik etc., von Ph. Carl. IX. Band, 2. Heft. München, 1873; 8⁰.

„Revue politique et littéraire", et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". II[e] Année, 2[e] Série, Nr. 52; III[e] Année, 2[e] Série. Nr. 1. Paris, 1873; 4⁰.

Société Botanique de France: Bulletin. Tome XIX[e], Revue bibliogr. E. Paris; 8⁰.

— Entomologique de France: Annales. IV[e] Série. Tome X[e], Partie supplémentaire. 2[e] & 3[e] Cahiers; V[e] Série. Tome II[e]. Paris, 1872; 8⁰.

— Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Tome XLVI, Année 1873, Nr. 1. Moscou; 8⁰.

Verein für vaterländische Naturkunde in Württemberg: Naturwissenschaftliche Jahreshefte. XXIX. Jahrgang, 1—3. Heft. Stuttgart, 1873; 8⁰.

Vierteljahresschrift, österr., für wissenschaftliche Veterinärkunde. XXXIX. Band, 2. Heft. Wien, 1873; 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 26—27. Wien, 1873; 4⁰.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXV. Jahrgang, 8. Heft. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

XX. SITZUNG VOM 17. JULI 1873.

Herr Prof. Dr. Camil Heller in Innsbruck dankt für die ihm zum Zwecke der Untersuchung der Tunicaten des Adriatischen Meeres gewährte Subvention von 300 fl.

Herr Dr. L. J. Fitzinger überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Die Gattungen der europäischen Cyprinen nach ihren äusseren Merkmalen."

Herr Prof. Dr. Jos. Boehm legt eine Abhandlung: „Über den Einfluss der Kohlensäure auf das Ergrünen und Wachsthum der Pflanzen" vor.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften und Künste, Südslavische: Rad. Knjiga XXIII. U Zagrebu, 1873; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt.) 11. Jahrgang, Nr. 20. Wien, 1873; 8°.

Arbeiten des kais. botanischen Gartens zu St. Petersburg. Band I, Lieferung 2; Band II, Lieferung 1. Petersburg, 1872 & 1873; 8°.

Bardot, Ad., Base d'une théorie générale des parallèles sans postulatum. Paris, 1873; 8°.

Centralbureau für die Europäische Gradmessung: General-Bericht für das Jahr 1872. Berlin, 1873; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVI, Nr. 26. Paris, 1873; 4°.

Dalton, Edward Tuite, Descriptive Ethnology of Bengal. Calcutta, 1872; 4°.

Evans, F. J., Elementares Handbuch über die Deviationen des Compasses mit besonderer Rücksichtnahme auf Eisenschiffe. Wien, 1873; 8°.

Digitized by Google

Gesellschaft, gelehrte estnische, zu Dorpat: Verhandlungen. VII. Band, 3. & 4. Heft. Dorpat, 1873; 8⁰. — Sitzungsberichte. 1872. Dorpat, 1873; 8⁰.

— österr. für Meteorologie: Zeitschrift. VIII. Band, Nr. 13. Wien, 1873; 4⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 28. Wien, 1873; 4⁰.

Instituut, k., voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch Indië: Bijdragen. III. Volgreeks. VII. Deel, 3e en 4e Stuk. 's Gravenhage, 1873; 8⁰.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 14. Graz. 1873; 4⁰.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1873, Nr. 10. Wien; 8⁰.

Matković, Peter, Kroatien-Slavonien nach seinen physischen und geistigen Verhältnissen. Denkschrift zur Wiener Weltausstellung 1873. Agram, 1873; 8⁰.

Moniteur scientifique du Dteur Quesneville. 3e Série, Tome III, 379e Livraison. Paris, 1873; 4⁰.

Nature. Nr. 193, Vol. VIII. London, 1873; 4⁰.

Paić, Moses, Neueste, leichtfassliche Veranschaulichungsmittel für die mathematische Geographie etc. Wien, 1873; 8⁰.

Plantamour, E., Observations faites dans les stations astronomiques suisses. Genève, Bale, Lyon, 1873; 4⁰. — Résumé météorologique de l'année 1872 pour Genève et le Grand Saint-Bernard. Genève, 1873; 8⁰.

Protocoll über die Verhandlungen der XLIX. General-Versammlung der Actionäre der a. pr. Kaiser Ferdinands-Nordbahn. Wien, 1873; 4⁰.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1873, Nr. 9. Wien; 4⁰.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatschrift für Forstwesen. XXIII. Band, Jahrgang 1873. Juli-Heft. Wien; 8⁰.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. IIIe Année, 2e Série, Nr. 2. Paris, 1873; 4⁰.

Schrauf, Albrecht, Atlas der Krystallformen des Mineralreiches. IV. Lieferung. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Mémoires. Tome IX, 1er Cahier. Paris & Bordeaux, 1873; 8°.

— Linnéenne du Nord de la France: Bulletin mensuel. Nrs. 5—9. November 1872—Mars 1873. Amiens; 8°.

Society, The Asiatic, of Bengal: Journal 1872. Part I, Nrs. 3 & 4; Part II, Nr. 14. Calcutta; 8°. — Proceedings. 1872, Nr. X; 1873, Nr. I. Calcutta; 8°. — *Bibliotheca Indica.* New Series, Nrs. 272 & 273. Calcutta, 1873; 8°.

— The Royal Geographical, of London: Proceedings. Vol. XVII, Nr. 2. London, 1873; 8°.

Verein, k. ungar. naturwissenschaftlicher: Közlöny. IV. Kötet, 29—40ik füzet. Pest, 1872; kl. 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 28. Wien, 1873; 4°.

Ziegelfabriks- und Bau-Gesellschaft, Die Wienerberger, zur Zeit der Wiener Weltausstellung 1873. Wien, 1873; gr. 8°.

Digitized by Google

Experimental-Untersuchung über die elektrostatische Fernwirkung dielektrischer Körper.

Von Dr. **Ludwig Boltzmann** in Wien.

(Mit 2 Tafeln.)

I.

Faraday entdeckte bekanntlich, dass ein Condensator, wenn man zwischen die beiden Platten desselben, ohne deren Gestalt und Distanz zu verändern, statt der Luft eine andere isolirende Zwischenschicht dazwischenbringt, bedeutend mehr Elektricität aufnimmt, wenn in beiden Fällen die eine Platte mit Elektricität von derselben Spannung (demselben Potentiale) geladen wird, während die andere zur Erde abgeleitet ist. Den Quotienten der Elektricitätsmenge, welche die nicht abgeleitete Platte aufnahm, als Luft dazwischen war, in die, welche sie jetzt aufnimmt, nennt man die specifische inductive Capacität oder kürzer „die Dielektricitätsconstante" des Isolators [1]. Dieses von Faraday entdeckte Phänomen erklärt man sich zumeist dadurch, dass man annimmt, in einem vollkommenen Isolator können die elektrischen Fluida keine endlichen Wege zurücklegen, wohl aber wird durch die elektrischen Kräfte innerhalb jedes kleinsten Theiles (Moleküls) desselben die positive Elektricität nach der einen, die negative nach der andern Seite getrieben, gerade so, wie man sich vorstellt, dass in den

[1] Vorausgesetzt ist hiebei, dass der Raum zwischen den Condensatorplatten ganz mit jener isolirenden Substanz erfüllt wurde und dass die Distanz der Condensatorplatten so klein ist, dass die an den Zuleitungsdrähten, am Rande der Condensatorplatten etc. aufgehäufte Elektricität gegen die an den vis à vis stehenden Flächen befindliche verschwindet.

Digitized by Google

Molekülen des weichen Eisens durch magnetische Kräfte die magnetischen Fluida getrennt werden. Man nennt den Zustand, in den der Isolator hiedurch versetzt wird, die „dielektrische Polarisation“ desselben. Die durch die dielektrische Polarisation erzeugten Phänomene unterscheiden sich total von den durch Spuren von Leitung hervorgerufenen. Denn erstens kann die dielektrische Polarisation nie einen elektrischen Strom durch oder über den Körper hervorrufen, sondern sobald die Moleküle vollständig dielektrisch polarisirt sind, hört jede Elektricitätsbewegung auf. Zweitens tritt die dielektrische Polarisation (wenigstens beim Schwefel) unmessbare Zeit nach dem Beginne der Wirksamkeit der elektrischen Kräfte auf und ändert dann ihre Intensität, wenn die Kräfte constant bleiben, nicht weiter, während die durch unvollkommene Leitung bewirkten Phänomene erst einige Zeit nach dem Beginne der Wirksamkeit der Kräfte auftreten und mit wachsender Zeit an Intensität zunehmen [1]. Wenn nun diese Hypothese richtig ist, dass in den Molekülen der Isolatoren durch elektrische Kräfte die positive Elektricität nach der einen, die negative nach der andern Seite verschoben wird (welche übrigens genau dieselben Resultate liefert, wie die Hypothese, dass die Moleküle der Isolatoren schon ursprünglich polarelektrisch sind und durch die elektrischen Kräfte nur gerichtet werden), so muss ein ursprünglich unelektrischer isolirender Körper, den man in die Nähe eines mit Elektricität geladenen Körpers bringt, von dem letzteren angezogen werden und zwar blos vermöge dieser dielektrischen Polarisation der Moleküle, ganz ohne dass sich durch Leitung die

---

[1] Bei anderen Isolatoren nimmt auch die dielektrische Polarisation mit der Zeit der Einwirkung zu, was Faraday „elektrische Absorption“ nennt; ich möchte es lieber „dielektrische Nachwirkung“ nennen wegen der Ähnlichkeit mit der elastischen Nachwirkung. Obwohl bei unvollkommener Leitung das Gesetz der Veränderlichkeit der Elektrisirung mit der Zeit ein ganz anderes ist, so ist dann doch die dielektrische Polarisation schwerer von unvollkommener Leitung zu unterscheiden, nur durch die erste im Texte genannte Eigenthümlichkeit ist die dielektrische Polarisation characterisirt, dass nach einiger, wenn auch längerer Zeit die Moleküle vollständig dielektrisch polarisirt sind und dann jede Elektricitätsbewegung aufhört, wenn auch der Isolator mit zwei Leitern von verschiedenem elektrischen Potentiale in Verbindung steht.

Digitized by Google

Elektricitäten auf dem Isolator fortbewegen, gerade so wie ein Stück weichen Eisens durch einen Magneten angezogen wird. Ich will dieses Phänomen kurz die „dielektrische Fernwirkung" nennen [1].

Die in dieser Abhandlung zu beschreibenden Versuche hatten nun den Zweck, den experimentellen Nachweis zu liefern, dass dieses als dielektrische Fernwirkung bezeichnete Phänomen in der That stattfindet, sowie dasselbe quantitativ zu bestimmen. Ich befestigte zu diesem Zwecke Kugeln aus verschiedenen isolirenden Substanzen an den einen Hebelarm einer sehr empfindlichen Drehwage und mass die Anziehung, welche sie durch eine in die Nähe gebrachte elektrische Metallkugel erfuhren (die ich immer die „wirkende Metallkugel" nennen werde). Am schlagendsten waren die mit Schwefelkugeln angestellten Versuche.

Ob nämlich die wirkende Metallkugel während des ganzen über eine Minute dauernden Versuches immer positiv oder immer negativ oder abwechselnd $^1/_{200}$ Secunde positiv, das nächste 200tel Secunde negativ, dann wieder $^1/_{200}$ Secunde positiv geladen wurde u. s. w., sobald nur die Mengen der positiven und negativen Elektricität bei der dauernden und bei der alternirenden Ladung jedesmal dieselben waren, wurde die Schwefelkugel jedesmal genau gleich stark angezogen, was ein deutlicher Beweis war, dass die Anziehung nur von einer momentan sich herstellenden dielektrischen Polarisation der Moleküle, nicht aber daher rühren konnte, dass sich die Kugeln, weil sie Spuren von Leitungsvermögen besassen, durch Influenz luden, denn im letzteren Falle hätte die Anziehung bei der alternirenden Ladung vielmal kleiner als bei der dauernden sein müssen. Um die Intensität der Kraft, mit welcher die Schwefelkugel angezogen wurde, in absolutem Masse zu bestimmen, wäre es ein wenig empfehlenswerther Weg gewesen, diese Kraft direct durch lauter absolute Einheiten zu bestimmen. Weit besser war da folgender Weg. Ich wählte die Schwefelkugel so klein, dass man annehmen

---

[1] Dass diese dielektrische Fernwirkung stattfinden muss, lässt sich übrigens auch ohne jede Hypothese über das Wesen der Dielektricität aus den Faraday'schen Entdeckungen über die specifische inductive Capacität mittelst des Princips der Erhaltung der Kraft nachweisen.

Digitized by Google

konnte, sie befinde sich in einem homogenen elektrischen Felde; und nun hing ich an ihre Stelle eine genau gleich grosse und gleich schwere mit Staniol überzogene Schwefelkugel, die ich kurz die „Staniolkugel“ nennen will. Dieselbe war ursprünglich unelektrisch. Wurde sie in die Nähe der elektrischen Kugel gebracht, welche ich die wirkende nannte, so wurde sie durch Influenz elektrisch und daher ebenfalls von der wirkenden Kugel angezogen. Ich bestimmte nun blos das Verhältniss der Anziehung der Schwefelkugel zu der, welche die Staniolkugel unter genau denselben Umständen erfuhr. Da die letztere Anziehung ohne Schwierigkeit theoretisch bestimmt werden kann, so war damit auch die Anziehung der Schwefelkugel in einem von den speciellen Dimensionen des Apparates völlig unabhängigem Masse bestimmt. Es zeigte sich, dass die Anziehung der Schwefelkugel zu der einer gleich grossen leitenden isolirten, ursprünglich unelektrischen, die sich unter denselben Umständen befand und also blos durch Influenz elektrisirt wurde, nahezu wie 1 zu 2 verhält. Es lässt sich aus diesem Verhältnisse, wie ich später zeigen werde, ebenfalls die Dielektricitätsconstante des Schwefels bestimmen (gerade so, wie aus der Anziehung einer Eisenkugel deren Magnetisirungsconstante), und zwar steht die hieraus erhaltene in guter Übereinstimmung mit der von mir aus Condensatorversuchen erhaltenen Dielectricitätsconstante des Schwefels. Bei allen anderen von mir untersuchten Isolatoren gestalten sich die Verhältnisse wegen der bereits erwähnten dielektrischen Nachwirkung etwas complicirter. Ich schreite nun zur detaillirten Beschreibung meiner Versuche.

§. 1. Vorversuche.

Der erste von mir zu diesem Zwecke zusammengestellte Apparat ist in Fig. 1, Taf. I, dargestellt. An zwei etwa 2 Meter langen Coconfäden hingen zwei Kugeln von etwa 7 Mm. Durchmesser, die eine aus reinem Schwefel, die andere gleich gross und gleich schwer, aber mit Staniol überzogen. Die Distanz der Centra beider Kugeln betrug etwa 90 Mm. Möglichst genau in der Mitte zwischen beiden befand sich eine fixe Metallkugel (die wirkende Metallkugel) von 26 Mm. Durchmesser, von der ein isolirter Draht wegführte, der bald mit einer geladenen Leydnerflasche,

Digitized by Google

bald mit der Erde leitend verbunden werden konnte, wodurch die wirkende Kugel geladen und wieder entladen wurde. Wurde die wirkende Kugel geladen, so zog sie beide pendelnden Kugeln etwas näher heran, wurde sie wieder entladen, so entfernten sich wieder beide. Um wie viel sich beide Kugeln heranbewegt hatten, wurde dadurch gemessen, dass hinter beiden Coconfäden etwas oberhalb der Kugeln eine Millimeterscala aufgestellt war. Durch zwei Fernröhre, welche auf beide Coconfäden visirten, sah man dieselben vor der Skala auf- und abpendeln; und es wurden immer, sowohl wenn die wirkende Kugel geladen, als auch wenn sie ungeladen war, die Theilstriche abgelesen, bei denen die Coconfäden rechts und links umkehrten (ich will dieselbe im Folgenden kurz die Umkehrpunkte nennen). Zehntel von Theilstrichen wurden geschätzt. Hiedurch konnte bestimmt werden, um wie viel die beiden pendelnden Kugeln herangezogen wurden, wenn man die wirkende Kugel lud; und zwar verfuhr ich da folgendermassen:

Es wurde zuerst, während die wirkende Kugel unelektrisch war, in beiden Fernröhren aufs genaueste bestimmt, mit welchem Theilstriche die Coconfäden coincidirten. Dieser Theilstrich soll Ruhelage heissen; er ist in der folgenden Tabelle immer in der ersten Zeile angeführt und ist ihm links das Zeichen *R* beigefügt, Dann wurde der zur wirkenden Kugel führende Draht mit der inneren Belegung einer geladenen, auf einen Isolirschemel stehenden Leidnerflasche verbunden, deren äussere Belegung gleichzeitig mit der Erde verbunden wurde. Dadurch wurde die wirkende Kugel geladen und beide beweglichen Kugeln geriethen in Schwingungen. Es wurden jetzt zwei sich folgende Umkehrpunkte abgelesen, welche in den folgenden Tabellen in der zweiten und dritten Zeile stehen; links ist ihnen das Zeichen der wirkenden Elektricität beigefügt. Da die Dämpfung der Pendelbewegung klein war, so ist das arithmetische Mittel beider der Theilstrich, welchen der Coconfaden decken würde, wenn die daran befestigte Kugel unter dem Einflusse der Elektricität der wirkenden Kugel in Ruhe wäre. Möglichst rasch nach dem Momente, wo die pendelnden Kugeln das zweite Mal umkehrten, wurde die wirkende Kugel mit der äusseren Belegung der Flasche verbunden und jetzt die innere zur Erde abgeleitet, so dass also

Digitized by Google

jetzt die wirkende Kugel nahe gleich stark, aber mit der entgegengesetzten Elektricität geladen war. Jetzt wurden vier sich folgende Umkehrpunkte abgelesen. Aus dem ersten und zweiten, sowie aus dem dritten und vierten dieser vier Umkehrpunkte wurde wieder der Theilstrich berechnet, um welchen der Faden während der Einwirkung der Elektricität schwang. Dann wurde die Ladung der wirkenden Kugel in derselben Weise wieder in die entgegengesetzte verwandelt und wieder vier sich folgende Umkehrpunkte notirt u. s. w. Subtrahirt man von dem Theilstriche, um die der Coconfaden schwang, während die wirkende Kugel elektrisch war, denjenigen, den er vor Beginn der Versuche gedeckt hatte, so erhält man die Anzahl der Theilstriche, um welche der Coconfaden durch die Einwirkung der Elektricität verschoben wurde und welche ich die Ablenkung der betreffenden Kugel nennen will. Die aus je zwei Umkehrpunkten berechneten Ablenkungen sind in den folgenden Tabellen immer zwischen den beiden Umkehrpunkten, aus denen sie berechnet wurden, angemerkt. Da die Ladung der Flasche immer abnahm, so mussten natürlich auch die Ablenkungen bei jeder Versuchsreihe immer abnehmen. Da die Ablenkungen sehr klein waren, so musste die Kraft, mit welcher irgend eine der pendelnden Kugeln angezogen wurde, der Ablenkung derselben proportional sein. Zum Schlusse überzeugte man sich, so gut es ging, dass, wenn die wirkende Kugel wieder zur Erde abgeleitet wurde, die Coconfäden in die alte Ruhelage einspielten. Versuchsreihen, wo dies nicht der Fall war, wurden verworfen. Es zeigte sich jedoch bald, dass mittelst dieses Apparates keine grosse Genauigkeit zu erzielen war; denn erstens waren die Ablenkungen meist nicht viel grösser als ein Theilstrich und ist die genaue Bestimmung einer so kleinen Grösse schwierig. Zweitens war es sehr schwierig, die wirkende Kugel absolut in die Mitte zwischen die beiden pendelnden zu bringen, und modificirt ein kleiner Fehler hierin, wie wir sehen werden, schon das Verhältniss der beiden Anziehungen bedeutend. Drittens störten Luftströmungen die Bewegungen der Kugeln. Viertens isolirten die Coconfäden nicht hinreichend. Fünftens wichen die hiebei angewandten Kugeln, da ich sie in einer ganz rohen Kugelform gegossen hatte, erheblich von der Kugelgestalt ab. Die folgenden Tabellen geben als

Digitized by Google

Muster vier mit zwei verschiedenen Schwefelkugeln angestellte Beobachtungsreihen. Die wirkende Kugel wurde zu Beginn jeder Beobachtungsreihe neu in die Mitte gestellt. Zum Schlusse ist immer das Verhältniss der mittleren Ablenkungen der Schwefelkugel und Staniolkugel beigefügt, was also zugleich das Verhältniss der Anziehungen darstellt, welche beide Kugeln erfuhren.

Erste Schwefelkugel.

Schwefelkugel		Staniolkugel	
R 58		*R* 36	
+56 +57·8	1·1	+32·5 +36	1·75
—57 57·4	0·8	—32·2 —35·8	2·0
56·6 —58	0·7	—32·2 —36·2	1·8
+56·2 57·8	1·0	+34 35	1·5
56·8 +57·5	0·85	33·9 +35·2	1·45
—57 58	0·5	—33 36	1·5
57 —57·8	0·6	33 —36	1·5
+56·8 57·4	0·9	+34 36	1·0
56·8 +57·8	0·7	33·2 +36·6	1·1
Mittl. Ablenk....	0·794	Mittl. Ablenk...	1·51

$$\frac{\text{Anzieh. der Staniolk.}}{\text{Anzieh. d. Schwefelk.}} = 1\cdot 90$$

Digitized by Google

Schwefelkugel		Staniolkugel	
R 58		*R* 36	
+57	0·5	+33·5	1·25
+58		+36	
—57	0·5	—33·2	1·35
58		36·1	
57	0·5	34·4	1·0
58		—35·6	
+57·1	0·5	+34·1	1·0
57·9		35·9	
57·2	0·4	34·1	1·05
+58		+35·8	
—57	0·5	—34	1·0
—58		36	
—57·1	0·5	34·8	0·8
—57·9		—35·6	
+57·2	0·4	+34	0·95
58		36·1	
57·2	0·4	34·6	0·8
+58		+35·8	
Mittl. Ablenk....	0·467	Mittl. Ablenk....	1·02

$$\frac{\text{Anzieh. der Staniolk.}}{\text{Anzieh. d. Schwefelk.}} = 2\cdot 19$$

Zweite Schwefelkugel.

Schwefelkugel		Staniolkugel	
R 46		*R* 47	
+44·5	0·8	+44	1·6
+45·9		+46·8	
—44·8	0·6	—44	1·6
46		46·8	
44·8	0·5	44·5	1·05
—46·2		—47·4	
+44·2	0·9	+44	1·5
46		47	
44·5	0·85	43·8	1·3
+45·8		+47·6	

Digitized by Google

Schwefelkugel		Staniolkugel	
R 46		*R* 47	
—45·3	0·5	—44·2	1·15
45·7		47·5	
45·3	0·5	45·2	0·9
—45·7		—47	
+44·8	0·75	+44·4	1·3
45·7		47	
44·8	0·6	44·5	1·25
+46		+47	
Mittl. Ablenk...	0·667	Mittl. Ablenk...	1·32

$$\frac{\text{Anzieh. der Staniolk.}}{\text{Anzieh. d. Schwefelk.}} = 1·98$$

Schwefelkugel		Staniolkugel	
+44·2	1·5	+41	2·5
+46·8		+46	
46·5	0·35	—41·8	1·1
46·8		48	
45·9	0·55	43	1·1
—47		—46·8	
+44·9	1·05	+41	2·6
47		46	
45·2	1·1	42	2·4
+46·6		+45·2	
—45·9	0·45	—43·8	0·85
47·2		46·5	
45·8	0·5	45	0·5
—47·2		—46	
+45	1·0	+43	2
47		45	
44·8	1·0	41·5	2
+47·2		+46·5	
Mittl. Ablenk...	0·833	Mittl. Ablenk...	1·67

$$\frac{\text{Anzieh. der Staniolk.}}{\text{Anzieh. d. Schwefelk.}} = 2·00$$

Digitized by Google

Dass die wirkende Kugel abwechselnd positiv und negativ geladen wurde, geschah, damit durch eine etwa auf den pendelnden Kugeln vorhandene Ladung kein Fehler im Resultat herbeigeführt werde. Meist wurden die pendelnden Kugeln bei positiver und negativer Ladung gleich stark angezogen, was also ein Beweis ist, dass sie ursprünglich nicht elektrisch waren. Ein Beispiel des Gegentheils ist die letzte mit der zweiten Schwefelkugel angestellte Beobachtungsreihe, welche angestellt wurde, nachdem soeben lange mit den beiden Kugeln experimentirt worden war. Bei dieser Versuchsreihe wurden beide Kugeln von der positiven Elektricität viel stärker angezogen als von der negativen; beide waren also negativ geladen. Da ich jedoch abwechselnd bald positive, bald negative Elektricität wirken liess, so musste das Mittel aller Anziehungen, welche jede der pendelnden Kugeln erfuhr, gerade so gross ausfallen, als ob dieselbe unelektrisch gewesen wäre, da sich die Wirkung auf die in der pendelnden Kugel vorhandene Ladung offenbar zu der, welche in Folge der Influenz stattfindet, einfach addirt. Ich machte ausser den oben mitgetheilten Beobachtungsreihen noch zahlreiche andere, welche in ganz ähnlicher Weise verliefen. Aus denselben ergaben sich für die durch die Anziehung der Schwefelkugel dividirte Anziehung der Staniolkugel folgende Werthe: 2·19, 2·03, 2·28, 3·20, 2·72, 1·74, 3·40, 1·80, 1·90, 2·07, 1·70, 1·50, 1·72, 1·91. Es zeigt sich zwar schon aus diesen Zahlen, dass die Schwefelkugel etwa $^1/_2$mal so stark als eine gleich grosse und gleich schwere, unter denselben Verhältnissen befindliche mit Staniol überzogene Kugel angezogen wird; doch stimmen die verschiedenen Versuche so wenig untereinander überein, dass ein sicherer Schluss aus denselben nicht gezogen werden kann. Einige Versuche mit Paraffinkugeln zeigten noch weniger Übereinstimmung. Obwohl nun auch dieser Apparat wohl noch einiger Verbesserungen fähig gewesen wäre, so beschloss ich doch, ihn ganz zu verlassen und construirte einen ganz anderen, zu viel genaueren Messungen geeigneten, in welchem die zu untersuchende Kugel an einer Drehwage befestiget war und zu dessen Beschreibung ich jetzt schreiten will. Mit diesem zweiten Apparate stellte ich zwei Reihen von Versuchen an. Bei der ersten in den Herbstferien 1872 angestellten wurde die

Digitized by Google

wirkende Kugel dauernd (immer durch mehrere Secunden mit der gleichnamigen Electricität) geladen. Bei der zweiten, im Winter 1873 ausgeführten dagegen wurde die wirkende Kugel rasch alternirend bald positiv bald negativ geladen. Die erste Anregung zur Idee, alternirende Ladungen anzuwenden, die sich später als so fruchtbar erwies, verdanke ich einer brieflichen Mittheilung des Herrn Geheimrathes Helmholtz, dem ich vorher die im Herbste 1872 angestellten Versuche und deren Resultat in einem Briefe beschrieben hatte.

Definitive Versuche.

§. 2. Beschreibung der ersten Drehwage.

Die Drehwage, welche die zu untersuchende isolirende Kugel trug, ist in Fig. 2, Taf. I, in $1/3$ der natürlichen Grösse abgebildet. Nur sind die Drähte deutlichkeitshalber dicker gezeichnet. In Natur war der Draht *CD* etwa $1/4$ Mm., der Draht *EFGH* etwa 1 Mm. dick. Ein Coconfaden, an dessen beiden Enden *A* und *B* sich Schlingen befanden, mittelst deren er an einem von einem Träger getragenen Kupferdrahte herabhing, war um einen Kupferdrahthaken *CD* geschlungen, der einen geradlinigen horizontalen Hebel *EF* aus Kupferdraht trug. Damit letzterer nicht gleite, war auf die Berührungspunkte des Hakens mit dem Hebel ein wenig Wachs geträufelt. An dem einem Ende *E* des Hebels war mit Siegellack ein ebener Spiegel *S* angekittet, der zur Spiegelablesung und gleichzeitig zur Äquilibrirung des Hebels diente. Das andere Ende *F* des Hebels endete in ein Stück *FGH*, das ebenfalls horizontal aber senkrecht auf *EF* stand. An den beiden Enden *G* und *H* dieses Stückes waren die zwei Enden eines Coconfadens *GKH* befestigt, in welchen bei *K* die zu untersuchende Kugel *L*, die zu diesem Zwecke mit einem dünnen Schellakhäkchen versehen war, eingehängt wurde. Der ganze Hebel war natürlich so äquilibrirt, dass er, wenn die Schwefelkugel eingehängt war, in der gewünschten Lage frei schwebte. Nahe der Kugel *L* war die wirkende Kugel *M* fix aufgestellt und zwar so, dass die Centrilinie der beiden Kugeln *L* und *M* horizontal in der Ebene des Coconfadens *GKH* lag. Der zur wirken-

Digitized by Google

den Kugel führende Zuleitungsdraht *N* hatte ebenfalls diese Richtung. Wiewohl bei meinen in Berlin angestellten Condensatorversuchen die Coconfäden sich als vortreffliche Isolatoren erwiesen hatten, so zeigte sich doch, dass hier der Coconfaden *GKH* nicht genügend isolirte, sei es, dass er von minder guter Beschaffenheit als der Berliner Faden war oder dass er im Sommer Feuchtigkeit anzog. Ich ersetzte ihn daher durch einen gleichgestalteten bei *K* gebogenen $^1/_4$—$^1/_2$ Mm. dicken Schellakfaden. Dies hatte noch den Vortheil, dass sich die Kugel *L* immer an dieselbe Stelle, nämlich in den Bug des Schellakfadens, hängen musste. Damit die der wirkenden Kugel mitgetheilte Elektricität nur auf die Kugel *L* nicht auch auf die übrigen Bestandtheile der Drehwage wirke, befanden sich die in der Figur mit dem punktirten Rechtecke umschlossenen Theile der Drehwage in einer mit den nöthigen Ausschnitten versehenen Schachtel aus Goldpapier. Bei den im Sommer 1872 angestellten Versuchen war der Spiegel noch in einer zweiten enganschliessenden Schachtel eingeschlossen, die sich in der Goldpapierschachtel befand und die ebenfalls vorn eine Glaswand und passende Ausschnitte hatte. Dieselbe sollte vermittelst der Luftreibung die Dämpfung der Schwingungen vergrössern und den Spiegel gegen Luftströmungen schützen; doch wurde sie später ganz weggelassen, da eine so grosse Dämpfung eher schädlich als nützlich war. Um bei *K* auch leichtere Kugeln (Paraffin-, Colophoniumkugeln) einhängen zu können, war der Draht *GH* mit dem Haken *O* versehen, in den dann ein entsprechendes Gegengewicht kam, das, weil es sich in der Goldpapierschachtel befand, keine Einwirkung erfuhr. Der Gang der Versuche war nun folgender: Es wurde bei *K* eine unelektrische Schwefelkugel eingehängt und der Stand der Drehwage durch Spiegelablesung bestimmt, während die wirkende Kugel unelektrisch war. Dann wurde der wirkenden Kugel Elektricität mitgetheilt und wieder durch Spiegelablesung bestimmt, um welchen Winkel dabei der Hebelarm der Drehwage gedreht wurde. Dann wurde an die Stelle der Schwefelkugel die gleich grosse und gleich schwere Staniolkugel gehangen und jetzt wieder gemessen, um welchen Winkel die Drehwage sich drehte, wenn der wirkenden Kugel genau dieselbe Elektricitätsmenge mitgetheilt wurde. Damit das Ersetzen der Kugel *L* durch eine

Digitized by Google

gleich schwere möglichst leicht geschehen könne, befand sich in der Goldpapierschachtel eine durch die punktirte Linie λ angedeutete Pappdeckelwand, auf die sich der Hebelarm *JE* allsogleich aufstützte, wenn die Kugel *L* entfernt wurde. Damit sich durch Vertauschung der Staniolkugel und Schwefelkugel, selbst wenn beide nicht absolut gleich schwer waren, die Stellung der Drehwage möglichst wenig ändere, war darauf gesehen, dass die Coconfäden, an denen sie hing, keine merkliche Torsion hatten, sowie dass sowohl der Schwerpunkt des Balkens *ESGFH* als auch der Haken *O* in der Ebene *EFK* lagen. Übrigens wurde immer mit besonderer Sorgfalt die Metallkugel genau so schwer, wie die isolirende gemacht, mit der sie verglichen wurde. Um die bei den verschiedenen Versuchen der wirkenden Kugel mitgetheilten Elektricitätsmengen untereinander vergleichen zu können, diente eine zweite ähnliche Drehwage, bei der aber die Kugel *L* aus Metall war und einer zweiten wirkenden Kugel gegenüber stand, die leitend mit der Kugel *M* verbunden war. Dank dieser zweiten Drehwage war es nicht nothwendig, wenn die Staniolkugel eingehängt worden war, der Kugel *M* wieder genau dieselbe Elektricitätsmenge als wenn die Schwefelkugel eingehängt war, mitzutheilen, sondern es genügte, mittelst der zweiten Drehwage die in beiden Fällen mitgetheilten Elektricitätsmengen zu vergleichen.

§. 3. Beschreibung der zweiten Drehwage.

Die zweite Drehwage ist in Fig. 3, Taf. I, in $^1/_4$ der natürlichen Grösse dargestellt. Sie bestand aus einem langen Kupferdraht, welcher an seinen beiden Enden zwei hohle Messingkugeln *P* und *P'* trug. Er war an zwei Coconfäden bifilar aufgehängt und trug einen Spiegel *S'* zur Spiegelablesung. Der eine der beiden Coconfäden war direct um einen fixen Kupferdraht, der andere aber um eine Papierrolle geschlungen, die den fixen Kupferdraht umgab. Durch Verschiebung dieser Papierrolle konnte die Distanz der oberen Enden der Coconfäden und dadurch die Schwingungsdauer der zweiten Drehwage regulirt werden. Sie wurde immer gleich der der ersten Drehwage gemacht. An dem Drehungspunkte *Q* des Wagbalkens *P P'* war ein Platindraht angelöthet, der vertical nach abwärts ging und unten ein in verdünnte Schwefelsäure tauchendes Platinblech trug. Die Schwefelsäure

Digitized by Google

war durch einen eintauchenden Platindraht leitend mit der Erde verbunden. Der Kugel *P* stand wieder eine fest aufgestellte Metallkugel *R* gegenüber, so dass die Centrilinie *PR* horizontal und senkrecht auf *PP'* war. Die Kugel *P* war also leitend mit der Erde verbunden. Wurde der Kugel *R* Elektricität mitgetheilt, so lud sich die Kugel *P* durch Influenz und wurde von der Kugel *R* angezogen und zwar ist ihre Anziehung dem Quadrate der der Kugel *R* mitgetheilten Elektricitätsmenge proportional. Man hat also so ein Mass der Elektricitätsmenge, welche der Kugel *R*, also auch derjenigen, die der Kugel *M* mitgetheilt wurde, da *M* leitend mit *R* verbunden war und daher die Elektricitätsmenge, die sich auf *M* ansammelte, derjenigen proportional sein musste, die sich auf *R* ansammelte. Es war nicht nothwendig, den Wagbalken der zweiten Drehwage in eine leitende Schachtel einzuschliessen. Es erfuhr dann zwar auch der Wagbalken eine kleine Einwirkung, allein da die Ausschläge der Drehwage immer sehr klein waren, so mussten sie doch nahe den wirkenden Kräften proportional sein; letztere müssen aber, wie man sich leicht überzeugt, den Quadraten der wirkenden Elektricitätsmengen proportional sein.

Ich bemerke noch, dass ich bei den späteren Versuchen mit alternirender Ladung die zweite Drehwage durch eine andere ganz gleich eingerichtete ersetzte, bei der jedoch die Kugel *P* grösser, der Hebelarm *PQ* kürzer war; die Kugel *P'* fehlte ganz; vielmehr war das Gleichgewicht durch die grössere Länge des Hebelarmes *QP'* hergestellt. Ich that dies, weil bei der letztern Drehwage der Ausschlag noch genauer dem Quadrate der wirkenden Elektricitätsmenge proportional ist, wie aus der später zu gebenden Theorie hervorgehen wird. Beide Drehwagen waren auf einem Tische in einer Weise aufgestellt, welche durch Fig. 4, Taf. II, veranschaulicht ist. Die beide wirkenden Kugeln *M* und *R* waren durch einen dicken Kupferdraht verbunden, der an zwei Stellen von isolirenden Stützen getragen wurde, und zwar verwendete ich bei den im Winter angestellten Versuchen mit alternirender Ladung Siegellackstützen, bei den anderen aber Stützen aus gut isolirendem gefirnissten Glase, weil sich im Sommer das Siegellack bog. Um Luftströmungen zu vermeiden, befand sich das Ganze in einem grossen Glaskasten, der nach vorne wegen der

Digitized by Google

Spiegelablesung eine Wand aus gutem Spiegelglase, nach rechts aber wegen des Einhängens der Kugeln eine Thüre hatte. Die Spalten zwischen Kasten und Tisch waren mit Sägespänen bedeckt. Nach vorn stand der Kasten etwas über den Tisch vor und war der Zwischenraum mit Papier, an der Stelle aber, wo der zu den wirkenden Kugeln führende Draht durchging, damit derselbe wohl isolirt sei, mit einigen Stücken Siegellack verklebt. Um die Luft im Kasten trocken zu erhalten, versuchte ich in denselben ein flache Schüssel mit concentrirter Schwefelsäure zu stellen, doch zeigte sich bald, dass dieselbe im Kasten permanente, im höchsten Grade störende Luftströmungen hervorrief. Die Längen der verschiedenenen Bestandtheile sind in Fig. 5, Taf. II, in einem besonderem Schema, in dem der Apparat aus der Vogelperspective betrachtet erscheint, dargestellt. Die beigegebenen Zahlen drücken die Längen in Millimetern aus. Wo zwei Zahlen beigegeben sind, hatte der betreffende Theil bei den späteren mit alternirender Ladung angestellten Versuchen eine andere Länge als bei den früheren, und bezieht sich die zweite eingeklemmte Zahl auf die Versuche mit alternirender Ladung. Den beiden Drehwagen sind auch die nach der gewöhnlichen Gauss'schen Methode bestimmten Trägheitsmomente beigegeben. In Fig. 5 sind die Apparate bequemlichkeitshalber nicht in einer ihrer wirklichen proportionalen Grösse dargestellt. Ein und derselbe Theil ist der leichteren Orientirung wegen in allen Figuren mit demselben Buchstaben bezeichnet. Der Draht *GH* der ersten Drehwage hatte eine Länge von etwa 100 Mm. Die beiden Fernröhre befanden sich von dem Spiegel, auf den sie visirten, in einer Distanz von 2·2 Mtr. und visirten beide auf eine über dem einen angebrachte Scala, deren Theilstriche sich in einer Distanz von 1 Mm. befanden.

§. 4. Vorrichtung zur Ladung der wirkenden Kugeln.

Um die wirkenden Kugeln mit Elektricität laden zu können, endete der Draht, welcher zu denselben führte, in einen Haken *T*, Fig. 4, Taf. II, welcher sich ausserhalb des Glaskastens befand und der natürlich durch Siegellack vom Tische isolirt war. Derselbe stand bei den im Sommer 1872 mit dauernder Ladung angestellten Versuchen mit einer Vorrichtung in Verbindung, die in Fig. 6

Digitized by Google

schematisch dargestellt ist. In den Haken *T* konnte das eine Ende eines Drahtes eingehängt werden, der in Fig. 6 mit dem Buchstaben *W* bezeichnet ist und dessen anderes Ende zu dem verstellbaren Knopfe *U* eines Funkenmikrometers führte. Der Draht *W*, welcher in Natur selbstverständlich eine bedeutende Länge (etwa $2^1/_2$ Mtr.) besass, war an zwei Stellen durch Siegellackstützen getragen, an einer dritten Stelle war er mit der inneren Belegung einer Leydnerflasche *Y* verbunden, deren äussere Belegung zur Erde abgeleitet war. Die andere Kugel *V* des Funkenmikrometers war mit einem zweiten Kupferdrahte *X* verbunden, der wieder mit der inneren Belegung einer zweiten Leydnerflasche *Z* verbunden war, deren äussere Belegung ebenfalls zur Erde abgeleitet war. Das Ende des Drahtes *X* führte zu einem mit der Influenzmaschine verbundenen Schlüssel, vermittelst dessen man in bequemer Weise dem Drahte *X* entweder die positive Elektricität mittheilen konnte, während der negative Pol der Maschine zur Erde abgeleitet war oder umgekehrt. Ich bediente mich immer einer Influenzmaschine Töpler'scher Construction. Dieselbe hat den Vortheil, dass sie sich ohne alle Anregung von selbst ladet, und wenn nur darauf gesehen wurde, dass die Drahtpinseln immer gut auf den Contactstellen schleiften, und wenn von Zeit zu Zeit der auf den Glasscheiben sich ansammelnde Staub zuerst mit einem in destillirtes Wasser getauchten, dann mit einem trockenem Tuche abgewischt wurde, so versagte sie selbst bei der angestrengten monatelangen Thätigkeit (manchmal durch mehrere Tage hindurch 8—10 Stunden) den Dienst niemals. Dadurch, dass man die Maschine drehte, während der Draht *W* nicht in den Haken *T* eingehängt war, wurde constatirt, dass die auf den Scheiben der Maschine befindliche Elektricität nicht auf die zu untersuchenden Kugeln wirkte. So lange man wünschte, dass die wirkenden Kugeln unelektrisch seien, lag sowohl auf dem Drahte *U* als auch auf dem Drahte *W* ein mit der Erde verbundener Draht auf. Man hob zuerst den auf dem Drahte *W* liegenden und dann auch den zweiten auf. Es lud sich also jetzt zuerst die Flasche *Z*. Sobald ein Funke zwischen den Kugeln *U* und *V* übergesprungen war, wurde der Draht *X* sogleich wieder mit der Erde verbunden. Die Flasche *Y* und mit ihr auch die wirkenden Kugeln waren also jetzt geladen.

Digitized by Google

Wollte man sie wieder entladen, so berührte man den Draht *W* wieder mit dem abgeleiteten. Durch Veränderung der Distanz der Kugeln *U* und *V* (der Schlagweite) konnte man die Elektricitätsmenge variiren, mit der die wirkenden Kugeln geladen wurden. Bei einigen Versuchen wünschte ich die wirkenden Kugeln nur eine kurze, aber genau gegebene Zeit zu laden. Dies erreichte ich in folgender Weise. Der Draht *W* war zwischen der Kugel *U* und der Flasche *T* unterbrochen. Doch standen sich die beiden, durch die Unterbrechung gebildeten Enden *a* und *b* sehr nahe und jedes derselben trug ein durch Siegellack isolirt an einen höher und tiefer stellbaren Träger festgekittetes Quecksilbernäpfchen, wie es die Fig. 8 zeigt. Ein hakenförmig gebogener Draht *c* war an das Pendel eines Metronoms mit Schellak isolirt festgekittet und zwar so, dass er, wenn das Metronom ging, in der Secunde z. B. 10mal für einen Moment die beiden Näpfchen überbrückte, während in der übrigen Zeit die Näpfchen nicht in metallischer Verbindung waren. Man leitete nun sehr bald nachdem zwischen den Kugeln *U* und *V* der Funke übergesprungen war, denjenigen Theil des Drahtes *W*, der mit der Kugel *U* in Verbindung war, zur Erde ab; die Flasche *Y* konnte sich jedoch, da der Draht *W* unterbrochen war, erst entladen, nachdem der Haken *c* wieder in seine frühere Lage zurückgekehrt war, was genau nach $^1/_{10}$ Secunde geschah, so dass also die wirkenden Kugeln in der That gerade durch $^1/_{10}$ Secunde geladen waren. Bei den im Winter 1873 mit alternirender Ladung angestellten Versuchen benutzte ich die in Fig. 7, Taf. II dargestellte Zusammenstellung. An die eine Zinke einer elektromagnetischen Stimmgabel *d*, welche in der Secunde 180 ganze Schwingungen machte, war mit Siegellack ein Glasstreifen und an diesen ein kleines rechteckiges Kupferblech *e* befestigt. An das Kupferblech war zunächst ein spiralig gewundener dünner Eisendraht *f* angelöthet, dessen anderes Ende an einen Kupferdraht *g* gelöthet wurde, der zu den wirkenden Kugeln führte. Diese an der einen Zinke befestigte Vorrichtung hemmte die Schwingungen der Stimmgabel gar nicht, sobald nur an die andere Zinke ein entsprechendes Gegengewicht befestigt wurde. Etwa $1^1/_2$ Mm. oberhalb des Kupferplättchens befand sich ein etwa $^1/_4$ Mm. dicker Kupferdraht *h*, dessen Ende senkrecht zur Ebene des Kupfer-

Digitized by Google

plättchens stand. Ein gleichbeschaffener Kupferdraht *i* befand sich unterhalb des Kupferplättchens in derselben Distanz, so dass das Kupferplättchen, wenn die Stimmgabel schwang, abwechselnd an den oberen und unteren Kupferdraht stiess, die wirkenden Kugeln also abwechselnd mit dem oberen oder unteren Kupferdraht leitend verbunden wurden. Die Art und Weise wie die Kupferdrähte *h* und *i* befestigt waren, damit sie durch die Stösse des Kupferplättchens nicht verbogen würden, ist in Fig. 9 versinnlicht. Die Ebene dieser Figur ist die Ebene der beiden Drähte *h* und *i*, so dass die Ebene des Plättchens *e* senkrecht auf der Zeichnungsebene steht. *m* und *n* sind zwei an verstellbaren Träger befestigte Hartgummiplättchen, auf denen die Drähte *h* und *i* auflagen, und zwar waren die beiden Enden *p* und *q* dieser Drähte mit Siegellack festgekittet, die beiden anderen Enden dagegen wurden blos durch die Elasticität der Drähte gegen das Hartgummi leicht angedrückt. Kehren wir zur Fig. 8 zurück. Dieselbe zeigt, dass die beiden dünneren Drähte *h* und *i* an zwei dickere *k* und *l* angelöthet waren. Von den letzteren stand jeder mit der inneren Belegung einer Leydnerflasche in Verbindung (die äussere Belegung war wieder zur Erde abgeleitet) und ihre Enden führten zu den beiden Elektroden der Influenzmaschine, und zwar konnte mit Leichtigkeit entweder der Draht *k* mit der positiven und *l* mit der negativen Elektrode oder auch umgekehrt verbunden werden. Sei, wie es die Fig. 8 darstellt *k* mit der positiven, *l* mit der negativen Elektrode verbunden und die Stimmgabel in Gang. Vor Beginn des Versuches war über die beiden Drähte *k* und *l* ein dritter Draht gelegt, welcher beide berührte und mit einem Ende in ein zur Erde abgeleitetes Quecksilbernäpfchen tauchte. Man entfernte nun plötzlich diesen dritten Draht. Jetzt lud sich die Flasche *r* positiv, die Flasche *s* ebenso stark negativ. Wenn also das Plättchen *e* an den Draht *h* stiess, wurden die wirkenden Kugeln positiv, nach einer halben Schwingung der Stimmgabel wurden sie gleich stark negativ, dann wieder positiv u. s. w. geladen. Dadurch wurde die alternirende Ladung der wirkenden Kugeln erzielt. Wenn man den Versuch beenden wollte, so berührte man zuerst den Draht *g* mit einem zur Erde abgeleiteten; dann erst legte man über die Drähte *k* und *l* den zur Erde abgeleiteten Draht,

Digitized by Google

damit nicht durch kurze Zeit nur eine einzige Elektricität den wirkenden Kugeln zuströme und die Drehwagen in Unordnung bringe. Obwohl die Influenzmaschine gleichviel positive als negative Elektricität entwickelt, so bildete sich doch mit der Zeit in dem ganzen Systeme, daher auch auf den wirkenden Kugeln ein kleiner Überschuss der einen oder anderen Elektricität, vermuthlich weil sich die eine rascher als die andere zerstreute. Um diesem Übelstande möglichst zu steuern, zog ich ein kurzes Stück Glasröhre in der Mitte in einen dünnen Faden aus, den ich hufeisenförmig krümmte, so dass er die in Fig. 8 mit *uvw* bezeichnete Gestalt annahm.

Von den beiden Stücken *u* und *w* der Glasröhre wurde das eine mit destillirtem Wasser gefüllt, welches durch den Glasfaden allmälig in das andere Stück drang. Waren beide Stücke *u* und *w* voll Wasser, so wurde das eine durch einen Draht mit der Erde, das andere mit dem Drahte *g* verbunden. Durch das im Glasfaden enthaltene Wasser floss nun die überschüssige Elektricität zur Erde ab, derselbe bot aber der Elektricität einen so bedeutenden Widerstand, dass die alternirenden Ladungen nicht Zeit hatten abzufliessen; dieselben wurden vielmehr durch den Wasserfaden nur unbedeutend geschwächt. Um die Influenzmaschine in möglichst gleichförmigem Gange erhalten zu können, war um die Axe derselben ein dicker Kupferdraht gewunden, der in einem Haken endete. Dieser Haken stiess bei jeder Umdrehung einmal gegen einen zweiten Kupferdraht, der dann durch sein Zurückschnellen in die alte Lage ein Geräusch verursachte. Die Maschine wurde gerade so schnell gedreht, dass diese Geräusche immer mit den Schlägen eines Metronoms coincidirten.

§. 5. Verfertigung der Kugeln.

Die Hartgummikugel liess ich von einem Mechaniker aus einem Stabe drehen. Die übrigen Kugeln wurden in einer Kugelform, wie man sie znm Giessen kleiner Revolverkugeln hat, gegossen. Damit die Kugel nicht in der Form haften bleibt, wurde letztere vor dem Gusse mit ein wenig Öl, beim Giessen der Colophoniumkugeln mit etwas destillirtem Wasser ausgeschmiert. Da sich die Substanz beim Erkalten zusammenzieht, muss, so

Digitized by Google

lange das Erkalten währt, nachgegossen werden, damit in der Mitte der Kugel kein Loch entsteht. Geschah dies, so waren im Innern der Kugeln nach dem Zerbrechen keine Hohlräume mehr sichfbar, auch zeigten die Kugeln das richtige specifische Gewicht. Der Stiel, welcher sich im Gussloche bildet, wurde nachher so abgeschnitten, dass die Kugelgestalt möglichst ergänzt wurde, was bei den Schwefelkugeln am besten bald nach dem Gusse geschieht. Die Beobachtungen wurden erst angestellt, wenn die Substanz wieder in α-Schwefel übergegangen war. Bei Paraffin und Colophonium hat man zu achten, dass sich die Kugeln nicht, so lange sie weich sind, deformiren. Das Öl wurde von den Kugeln durch Abwaschen und Abreiben mit einem trockenen Tuche entfernt. Nachher wurden die Kugeln meist über einer Spirituslampe ihrer Elektricität beraubt. Einige derselben liess ich unter einer Glasglocke so lange hängen, bis sie unelektrisch geworden waren. Die Colophoniumkugeln wurden nicht abgewischt, damit keine Fädchen hängen blieben; das Wasser verdunstete von selbst.

Bei den im Sommer 1872 angestellten Versuchen wurde die gleich schwere leitende Kugel (die ich Kürze halber immer als „die Metallkugel" bezeichnen will) dadurch erhalten, dass ich eine vollkommen gleichbeschaffene, aus demselben Materiale, in derselben Form gegossene Kugel, mit Blattgold oder Blattaluminium überzog. Da dadurch das Volum der Kugel fast gar nicht, ihr Gewicht nur sehr wenig verändert wurde, so war es leicht, durch Anbringen eines etwas leichteren Schellakhäkchens, Bohren eines kleinen, mit Blattgold überzogenen Loches die Gewichte vollkommen gleich zu machen. Nur bei einem Versuche verwendete ich eine mit Staniol überzogene Kugel, ohne aber ein anderes Resultat zu erhalten. Bei den im Winter 1873 angestellten Versuchen jedoch zog ich wegen der sicherern Leitung einen Staniolüberzug dem aus Blattgold vor. Es wurde die zu überziehende Kugel aus demselben Materiale, in derselben Form, jedoch ein wenig hohl gegossen und dann durch in die Höhlung gestopfte Körperchen auf dasselbe Gewicht gebracht. Die feinste Regulirung des Gewichtes geschah erst, nachdem die Kugel fertig war, durch Ankleben kaum sichbarer Wachsmengen oder Entfernung von

Digitized by Google

Staniol. Es zeigte sich, dass man auch den Staniolüberzug sehr glatt bekommen kann, wenn man alles Staniol, das Falten zu bilden sucht, entfernt, die Ränder durch minimale Quantitäten von Klebwachs anklebt und alles mit dem Nagel glättet. Doch wurde immer darauf gesehen, dass der ganze Staniolüberzug aus einem zusammenhängenden Staniolstück bestand. Das Volum der mit Staniol überzogenen Kugeln war immer ein wenig grösser als das der andern, was jedoch durch Rechnung eliminirt werden kann. Die Schellakhäkchen, an denen die Kugeln hingen, wurden aus einem etwa $^1/_4$ Mm. dicken Schellakfaden durch gelindes Erwärmen gebogen. Befestigt wurden sie, indem man die entsprechende Stelle der Kugel ein wenig über die Schmelztemperatur des Schellaks erwärmte und dann das womöglich unten ebenfalls erwärmte Häkchen aufsetzte. Bei Paraffin wurde das Häkchen in die Kugelsubstanz eingeschmolzen. Die Kugeln wurden immer unter einer Glasglocke verwahrt und beim Einhängen, damit sie sich nicht elektrisirten, auf Löffeln von derselben Substanz getragen, eine Vorsicht, die übrigens wohl kaum nöthig gewesen wäre.

§. 6. Beschreibung der Versuche, bei denen die wirkenden Kugeln während 22 bis 90 Secunden gleichnamig geladen waren.

Bei diesen Versuchen wurden die wirkenden Kugeln mit der in Fig. 6, Taf. II, dargestellten Vorrichtung geladen. Es wurden zuerst auf die beiden Drähte W und X zwei zur Erde abgeleitete Drähte aufgelegt und von zwei Beobachtern gleichzeitig der Theilstrich bestimmt, um welchen das Fadenkreuz jedes der beiden Fernröhre zu schwingen schien. Derselbe soll immer **die Ruhelage** heissen. Dann wurde die Influenzmaschine gedreht und die beiden zur Erde abgeleiteten Drähte abgehoben. Es lud sich jetzt zunächst die Flasche Z, dann sprang ein Funke zwischen der Kugel U und V über, worauf sofort der Draht X wieder abgeleitet wurde. Die Flasche Y und mit ihr die beiden wirkenden Kugeln waren also jetzt mit Elektricität geladen, und es wurden jetzt von beiden Beobachtern vier (hie und da auch zwei, sechs oder acht) sich folgende Umkehrpunkte beobachtet, d. h. die im Fernrohre sichtbaren Zahlen, die das Fadenkreuz im

Digitized by Google

Momente, wo es gerade umzukehren schien, deckte. Das arithmetische Mittel der beiden ersten Umkehrpunkte gab den Theilstrich, um den das Fadenkreuz anfangs, das Mittel der beiden letzten denjenigen, um den es später zu schwingen schien. Ich nenne diese Theilstriche immer die abgelenkten Lagen.

Zieht man von der abgelenkten Lage die Ruhelage ab, so erhält man die Anzahl der Theilstriche, um welche das Spiegelbild der Scala durch die Einwirkung der Elektricität abgelenkt wurde. Ich will die Anzahl dieser Theilstriche immer die Ablenkung der betreffenden Kugel nennen. (Beim Fernrohre, welches auf die zweite Drehwage visirte, musste, um die Ablenkung zu erhalten, umgekehrt von der Ruhelage die abgelenkte Lage subtrahirt werden, weil diese Drehwage in der entgegengesetzten Richtung abgelenkt wurde.) Man sieht, dass hier bei Berechnung der Ablenkungen auf die Dämpfung der Schwingungen keine Rücksicht genommen wurde. Es war dies erlaubt, erstens weil die Dämpfung in der That nicht sehr gross war, hauptsächlich aber, weil dadurch an jeder Ablenkung nur ein Fehler hervorgerufen werden konnte, der der Grösse der betreffenden Ablenkung proportional war, und da es sich bei diesen Versuchen immer nur um die Verhältnisse mehrerer Ausschläge handelt, so war ein solcher auf das Resultat ohne allen Einfluss. Bei den Versuchen mit alternirender Ladung wurde übrigens die Dämpfung durch Combination von drei Umkehrspunkten eliminirt. Möglichst rasch nach der Beobachtung des vierten Umkehrpunktes wurde der Draht W wieder zur Erde abgeleitet. Da die beiden Kugeln jetzt nahe ohne Geschwindigkeit in ihren Ruhelagen standen, so schwangen sie nach geschehener Entladung nur sehr wenig. Es diente also diese Methode des Ladens und Entladens, um möglichst rasch nach einander viele Beobachtungen machen zu können, ohne dass die Kugeln in allzuheftige Schwingungen geriethen. Auch der Moment der Ladung wurde nach Möglichkeit so gewählt, wie es zu diesem Zwecke am günstigsten war. Damit dies bei beiden Kugeln gleichzeitig möglich sei, wurden die Schwingungsdauern beider möglichst gleich gemacht. Den Inbegriff der bisher geschilderten Manipulationen will ich kurz eine Beobachtung nennen. Nach Beendigung der Beobachtung wurde wieder aus zwei, oder

Digitized by Google

wenn die Schwingungen besonders heftig waren, aus drei sich folgenden Umkehrpunkten die Ruhelage bestimmt. Bei jeder Beobachtung wurde das Mittel der vorhergehenden und nachfolgenden Ruhelage zu Grunde gelegt. Da in dem Fernrohre, das auf die zweite Drehwage visirte, sich die Ruhelage fast gar nicht veränderte, so zog es Herr Dr. Albert von Ettingshausen, welcher durch dieses Fernrohr ablas, vor, dieselbe ein für allemal auf den Theilstrich 500 zu stellen und kleine Veränderungen, die sie etwa erfuhr, durch Drehung des Fernrohres vermittelst einer Schraube zu corrigiren). Nach Vollendung der ersten Beobachtung wurden zwei andere genau gleichbeschaffene Beobachtungen gemacht, bei denen nur die wirkenden Kugeln mit der entgegengesetzten Elektricität geladen wurden. Dann wurden wieder zwei Beobachtungen mit der ursprünglichen Elektricität gemacht u. s. w. Dieses Abwechseln mit den Zeichen der wirkenden Elektricität hatte zur Folge, erstens zu verhindern, dass die untersuchte Kugel durch beständige Einwirkung ein und derselben Elektricität allmälig geladen wurden; zweitens den Fehler zu eliminiren, der sonst durch eine auf der untersuchten Kugel etwa schon ursprünglich vorhandene Elektricität erzeugt worden wäre. Eine solche auf der untersuchten Kugel etwa schon ursprünglich vorhandene Elektricität bewirkte, dass die eine, den wirkenden Kugeln mitgetheilte Elektricität einen grösseren, die andere aber eine um ebenso viel kleinere Ablenkung erzeugte. Das Mittel beider Ablenkungen war also gleich der Ablenkung, die jede Elektricität hervorgebracht hätte, wenn die eingehängte Kugel ursprünglich unelektrisch gewesen wäre.

Die Menge der Elektricität, welche den wirkenden Kugeln bei jeder Beobachtung mitgetheilt wurde, konnte durch Abänderung der Schlagweite zwischen den Kugeln U und V regulirt werden. Doch blieb diese Schlagweite bei jeder Versuchsreihe dieselbe, so dass also während der ganzen Versuchsreihe die wirkenden Kugeln wenigstens nahe mit derselben Elektricitätsmenge geladen wurden. Ich lasse nun als Muster sämmtliche Zahlen einer Beobachtungsreihe folgen, und zwar wähle ich hiezu die Beobachtungsreihe, deren Resultate in Tabelle II zusammengestellt ist, da die vorhergehenden Beobachtungsreihen mehr den Charakter von Vorversuchen hatten und daher ihre detaillirte Mit-

Digitized by Google

theilung von weniger Interesse zu sein scheint. Wo zwischen zwei horizontalen Strichen blos zwei Zahlen stehen, sind dies immer Umkehrpunkte, die beobachtet wurden, während die wirkenden Kugeln unelektrisch waren, die also zur Berechnung der Ruhelagen dienten [1]. Rechts neben je zwei derartigen Umkehrpunkten ist immer ihre Summe, also die doppelte Ruhelage angemerkt. Die Reihe der letzterwähnten Zahlen zeigt also, wie sich die Ruhelage mit der Zeit veränderte. Die entsprechenden Rubriken für die zweite Drehwage sind leer, weil dort die doppelte Ruhelage immer 1000 betrug. Hie und da, wenn die Ruhelage besonders constant blieb, wurde dieselbe auch bei der ersten Drehwage zwischen zwei Beobachtungen nicht abgelesen. Dann ist auch die entsprechende Rubrik für die erste Drehwage leer. Zwischen zwei Ruhelagenbestimmungen stehen immer vier Umkehrpunkte, welche zwischen denselben beobachtet wurden, während die wirkenden Kugeln elektrisch waren. Rechts ist sowohl den beiden ersten als auch den beiden letzten die aus ihnen berechnete doppelte Ablenkung der betreffenden Kugel beigesetzt [2]. Die zweite Ablenkung ist immer ein wenig kleiner als die erste, was sich daraus erklärt, dass ein Theil der der Flasche *Y* Fig. 6 mitgetheilten Elektricität sich allmälig zerstreute.

---

[1] Wenn der erste und dritte Umkehrpunkt nicht identisch waren, so ist die erste der angeführten Zahlen immer das Mittel der ersten und dritten Umkehrpunktes, welches, da beide fast identisch waren, im Kopfe berechnet wurde, ohne den ersten und dritten Umkehrpunkt separat zu notiren.

[2] Es wurde immer die doppelte Ablenkung angegeben, um die Division durch 2 zu ersparen. Für die späteren Rechnungen ist dies natürlich gleichgiltig, da in denselben ohnedies nur das Verhältniss je zweier Ablenkungen vorkommt.

Digitized by Google

Versuche mit der Schwefelkugel.

Erste Drehwage.		Zweite Drehwage.	
Umkehrpunkte	Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung	Umkehrpunkte	Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung
573 558	1131		1000
623·5 560·5	53	418 503	79
619 563	51	422 503	75
552 579	1131		
622 564·5	55	425 495	80
620 567·5	56	429 495	76
580 552	1132		
619·5 574	61·5	417 501	82
617 576·5	61·5	421 501	78
545 587	1132		
597 578	43	420 506·5	73·5
593·5 577·5	39	424 506	70
576 556	1132		
607 574·5	49·2	429 496	75
603 573·5	44·2	432 496	72

Digitized by Google

Erste Drehwage: Umkehrpunkte	Erste Drehwage: Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung	Zweite Drehwage: Umkehrpunkte	Zweite Drehwage: Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung
585 547·5	1132·5		
616 569·5	52·5	434 488	78
611·5 569	47·5	436 489	75
549 584·5	1133·5		
622 559	48·2	415 514	71
618 560	45·2	419 514	67
551 581	1132		
609 571	48	426·5 503	70·5
606·5 573·5	48	430 503	67
580 552	1132		
605·5 572	45·5	404 518	78
602 573·5	43·5	410 518	72
621 561·5	50·5	424 499	77
618 563·5	49·5	427 499	74
577 555	1132		

Digitized by Google

Versuche mit der Metallkugel.

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte	Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung	Umkehrpunkte	Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung
	1137		1000
679 586	128	402 506	92
676 589	128	406 506	88
550 587	1137		
684 579	125·5	417 497	86
680 577	119·5	421 497	82
585 553	1138		
678 576	116	424 502	74
669 568·5	99·5	428 502	70
557 581	1138		
650 573	85	420 508	72
648 579	89	425 508	67
561 577	1138		
667 567	96	433 494	73
660 572	94	436 495	69

Digitized by Google

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte	Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung	Umkehrpunkte	Dopp. Ruhelage oder doppelte Ablenkung
585	1138		1000
553			
662	105	432	77
581		491	
656	101	435	73
583		492	
678	98	426	75
558		499	
670	97	430	71
565		499	
555	1137		
582			
682	105	423	75
563		502	
673	103	427	71
568		502	
583	1139		
556			
681	111·3	421	81
569		498	
672	104·3	425	77
571		498	
555	1138·5		
583·5			
685·5	114	414	81
566·5		505	
678	113	418	78
573		504	
576	1138		
562			

Digitized by Google

Die ausführliche Mittheilung aller dieser Zahlen bei allen Beobachtungsreihen wäre zu weitläufig und erschien mir umsoweniger nothwendig als sämmtliche übrigen Beobechtungen ganz in derselben Weise verliefen. Bei allen übrigen Beobachtungen werde ich daher nur die Quotienten der Ausschläge der zweiten Drehwage in die der ersten mittheilen. Die später anzustellenden theoretischen Betrachtungen werden zeigen (dasselbe lehrt übrigens auch schon eine einfache Überlegung), dass die auf beide Kugeln ausgeübten Kräfte dem Quadrate der den wirkenden Kugeln mitgetheilten Elektricitätsmenge proportional sind (wenn sich ausser dieser Elektricitätsmenge nichts verändert).

Da ferner die Ablenkungen beider Drehwagen immer sehr klein waren, so sind sie nahe den wirkenden Kräften proportional. Der Quotient der Ablenkung der zweiten Drehwage in den der ersten ist also die Ablenkung, die die erste Drehwage gezeigt hätte, wenn den wirkenden Kugeln gerade so viel Elektricität mitgetheilt worden wäre, dass die zweite den Ausschlag eins gezeigt hätte. Ich will diesen Quotienten kurz „die reducirte Anziehung“ der in der ersten Drehwage hängenden Kugel nennen.

Bei meinen Versuchen wurde immer zuerst die isolirende Kugel in die erste Drehwage eingehängt und die Grösse bestimmt, welche ich eben deren reducirte Anziehung genannt habe. Dadurch, dass die wirkenden Kugeln bald positiv bald negativ geladen wurden und aus allen hiebei beobachteten reducirten Anziehungen das Mittel genommen wurde, ward in der bereits besprochenen Weise der Einfluss einer etwa schon ursprünglich auf der Kugel vorhandenen Elektricität eliminirt. Dann wurde, ohne dass sonst etwas verändert wurde, die Metallkugel an die Stelle der isolirenden gehängt und wieder deren reducirte Anziehung bestimmt. Dividiren wir jetzt die reducirte Anziehung der Metallkugel durch die der isolirenden, so erhalten wir also die Zahl, welche angibt, wie vielmal eine isolirte, leitende, ursprünglich unelektrische Kugel stärker angezogen wird, als eine gleich grosse, ursprünglich ebenfalls unelektrische isolirende Kugel, also die Zahl, welche wir uns zu bestimmen vornahmen und die ich künftig immer mit E bezeichnen will.

Digitized by Google

In den folgenden Tabellen werde ich nun bei jeder Beobachtungsreihe sowohl für die Metallkugel als auch für die isolirende unter steter Angabe des Zeichens der wirkenden Elektricität die verschiedenen reducirten Anziehungen mittheilen, von denen sich je zwei aus dem, was ich in Paragraph eine Beobachtung genannt habe, ergaben. Dann theile ich für jede Kugel das Mittel M aller reducirten Anziehungen mit. Hierauf folgt in der Tabelle der Quotient der reducirten Anziehung der isolirenden Kugel in die der Metallkugel, also die Grösse, welche ich schon oben mit E bezeichnete. Zu Anfang jeder Tabelle bemerke ich noch:

Die Grenzen, zwischen denen die Ablenkung $2A$ der zweiten Drehwage lag und die Schlagweite S zwischen den Kugeln U und V in Millimetern, welche jedoch nur ganz beiläufig geschätzt wurde.

Damit um so anschaulicher werde, wie die in den folgenden Tabellen zusammengestellten Zahlen aus den unmittelbar beobachteten berechnet wurden, lasse ich hier eine Tabelle folgen, welche genau so wie alle späteren aus den in diesem Paragraphe ausführlich mitgetheilten Beobachtungen berechnet wurde.

Digitized by Google

Schwefelkugel	Staniolkugel
$S = 2$ Mm.	$S = 2$ Mm.
$2A$ zwischen 67 und 82	$2A$ zwischen 67 und 92
+	+
0·67	1·39
0·68	1·46
0·69	1·45
0·74	1·46
0·75	1·57
0·78	1·42
—	—
0·58	1·98
0·56	1·33
0·66	1·31
0·61	1·36
0·67	1·37
0·63	1·18
+	+
0·68	1·31
0·68	1·37
0·68	1·40
0·72	1·45
—	—
0·58	1·37
0·60	1·35
0·66	1·41
0·67	1·45
$M = 0·6645$	$M = 1·3895$

$$E = 2·091$$

Man sieht, dass die reducirte Anziehung durchschnittlich dieselbe war, es mochte positive oder negative Elektricität wirken, womit bewiesen ist, dass beide Kugeln ursprünglich unelektrisch waren und nur die Staniolkugel durch Influenz, die Schwefelkugel durch dielektrische Polarisation elektrisirt wurde. Doch zeigt sich auffallend, dass die reducirte Anziehung beständig wuchs, so lange man mit der gleichnamigen Elektricität

Digitized by Google

arbeitete, und plötzlich zu einem viel kleineren Werth übersprang, sobald man die wirkende Elektricität wechselte. Es kam dies offenbar daher, dass, so lange eine und dieselbe Elektricität wirkte, die Kugel durch Zerstreuung an die Luft (oder Ableitung durch die Schellakfäden?) allmälig sich mit der entgegengesetzten Elektricität lud, was aber, weil ich die wirkende Elektricität beständig umtauschte, auf unsere Berechnungen keinen schädlichen Einfluss übte.

§. 7. Die bei sämmtlichen, im vorigen Paragraphe beschriebenen Versuchen erhaltenen Zahlen.

Der Faden *GKH* Fig. 2 der ersten Drehwage war, wie bereits bemerkt, zuerst ein Coconfaden. Indem in denselben erst eine Schwefelkugel, dann eine versilberte, dann eine mit Staniol bekleidete eingehängt wurde, erhielt ich folgende reducirte Anziehungen:

Tabelle I.

Schwefelkugel.

$S = 2$	$S = 1 \cdot 3$	$S = 0 \cdot 8$
2*A* 73—94	2*A* 31—45	2*A* 17—23
+	+	+
0·76	0·70	0·77
0·88	0·84	0·89
—	—	—
0·46	0·52	0·48
0·52	0·65	0·69
0·62	0·72	0·63
0·72	0·84	0·77
+	+	+
0·58	0·55	0·51
0·69	0·62	0·62
0·75	0·80	0·72
0·86	0·88	0·84
—	—	—
0·41	0·50	0·60
0·53	0·61	0·76
0·61	0·70	0·75
0·72	0·81	0·88
M = 0·651	*M* = 0·696	0·707

Digitized by Google

Vergoldete Kugel.		Staniolkugel	
$S = 1\cdot3$	$S = 2$	$S = 1\cdot3$	$S = 2$
$2A$ 25—43	$2A$ 63—80	$2A$ 30—54	$2A$ 70—85
+	—	+	+
1·37	1·62	1·59	1“39
1·44	1·76	—	1·59
—	+	—	—
1·51	1·01	1·24	1·29
1·64	1·12	1·37	1·42
1·72	1·27	1·45	1·50
1·88	1·41	1·56	1·53
+	—	+	+
1·05	1·26	1·16	1·26
1·19	1·41	1·27	1·42
1·29	1·56	1·34	1·52
1·43	1·67	1·48	1·64
—	+	—	—
1·32	1·18	1·22	1·03
1·44	1·33	1·37	1·18
1·58	1·36	1·45	1·33
1·69	1·64	1·57	1·45
1·467	1·400	1·390	1·390
$E = 2\cdot108$	$E = 2\cdot150$	$E = 2\cdot000$	$E = 2\cdot150$

Bei diesen Versuchen nimmt die reducirte Anziehung, so lange gleichnamige Elektricität wirkte, sehr bedeutend zu. Die Ursache lag darin, dass die Coconfäden nicht gut isolirten. Denn als ich statt der Schwefelkugel blos einen zweiten Coconfaden einhing, der erst ganz unten fast ganz ausserhalb des Bereiches der Wirksamkeit der wirkenden Kugel mit einer Schwefelkugel belastet war, die sich noch dazu in einer aufgeschlitzten Goldpapierschachtel befand, so zeigte sich ebenfalls eine Ableitung der Drehwage. Die in der vorigen Tabelle gefundenen Werthe von E verdienen daher nur wenig Vertrauen. Wenn sie trotzdem nicht schlecht mit den späteren stimmen, so ist dies ein Beweis für die Güte der Eliminationsmethode der allmälig sich bildenden Ladung, welche, selbst wenn sie einen weit grösseren

Digitized by Google

Betrag hat, als sie bei den späteren Versuchen haben wird, sich noch hinlänglich eliminirt.

Ich vertauschte jetzt die Coconfäden mit den Schellakfäden. Dass die letzteren keine bemerkbare Einwirkung erfuhren, constatirte ich in folgender Weise. Ich hing an die Schellakfäden wieder statt der Schwefelkugel einen langen Schellakfaden, an dem erst ganz unten ausserhalb des Wirkungsbereiches der Elektricität, und noch dazu in der aufgeschlitzten Goldpapierschachtel, die Schwefelkugel hing. Nun liess ich die wirkenden Kugeln durch 10 Minuten positiv geladen, entlud sie dann und lud sie hernach negativ. Es zeigten sich folgende Ablenkung:

Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage
gleich nach der positiven Ladung	
0	191
0	186
nach $2^1/_2$ Minuten	
$^3/_4$	165
$^3/_4$	164
nach 5 Minuten	
$1^3/_4$	152
nach 10 Minuten	
$2^1/_2$	136
nach der Ladung mit negativer Elektricität	
—2	182

Das negative Zeichen der letzten Ablenkung der ersten Drehwage bedeutet, dass er nach der entgegengesetzten Seite erfolgte, die Schellakfäden also abgestossen wurden. Obwohl somit bei diesem Versuche die wirkenden Kugeln bedeutend stärker als bei allen anderen geladen wurden, hatten sich doch die Schellakfäden bei den beiden ersten Schwingungen nicht bemerkbar geladen. Nun erneuerte ich die Versuche und erhielt die in den folgenden Tabellen zusammengestellten Resultate:

Digitized by Google

Tabelle 2.

Schwefelkugel.		Metallkugel.	
$S = 2$	$S = 1 \cdot 3$	$S = 2$	$S = 1 \cdot 3$
$2A$ 67—82	$2A$ 26—34	$2A$ 70—92	$2A$ 32—42
+	+	+	+
0·67	0·80	1·39	1·31
0·68	0·72	1·46	1·39
0·69	0·87	1·45	1·50
0·74	0·90	1·46	1·59
0·75	0·80	1·57	—
0·78	1·02	1·42	1·54
—	—	—	1·67
0·58	0·50	1·18	1·59
0·56	0·48	1·33	1·56
0·66	0·62	1·31	1·71
0·61	0·61	1·36	1·47
0·67	0·55	1·37	+
0·63	0·53	1·38	1·14
+	+	+	1·12
0·68	0·73	1·31	1·20
0·68	0·71	1·37	1·34
0·68	0·67	1·40	1·05
0·72	0·71	1·45	1·30
—	—	—	1·405
0·58	0·46	1·37	
0·60	0·47	1·35	
0·66	0·52	1·41	
0·67	0·57	1·45	
0·6645	0·662	1·389	
$E = 2 \cdot 091$	$E = 2 \cdot 122$		

Digitized by Google

Tabelle 3.

Paraffinkugel.		Metallkugel.	
$S = 2·8$	$S = 1·3$	$S = 2$	$S = 1·3$
$2A$ 80—108	$2A$ 28—35	$2A$ 66—90	$2A$ 30—38
+	+	+	+
0·64	0·63	1·07	0·81
0·74	0·75	1·10	0·97
0·74	0·76	1·12	1·21
0·83	0·91	1·17	1·19
—	—	—	—
0·62	0·68	0·95	0·83
0·74	0·83	0·97	0·87
0·75	0·77	1·06	0·97
0·86	0·90	1·03	1·04
+	+	+	+
0·71	0·64	1·04	1·13
0·80	0·79	1·07	1·17
0·74	0·70	1·10	1·06
0·86	0·89	1·13	1·09
—	—	—	—
0·52	0·74	0·94	0·91
0·69	0·86	0·97	0·90
0·74	0·84	0·99	0·97
0·81	0·97	1·00	1·01
$M = 0·737$	+	$M = 1·044$	$M = 1·008$
$E = 1·42$	0·58		
	0·72		
	0·72		
	0·74		
	$M = 0·775$		
	$E = 1·30$		

Digitized by Google

Tabelle 4.

Erste Versuchsreihe mit der vorigen Paraffinkugel.			Zweite Versuchsreihe mit einer anderen Paraffinkugel.		
$S = 0 \cdot 8$	$S = 1 \cdot 3$	$S = 2$	$S = 0 \cdot 8$	$S = 1 \cdot 3$	$S = 2$
$2A$ 25—30	$2A$ 35—42	$2A$ 75—84	$2A$ 22—33	$2A$ 35—46	$2A$ 72—97
+	+	+	—	+	+
0·61	0·63	0·64	0·09	0·88	0·79
0·75	0·73	0·75	0·20	1·02	0·90
0·73	0·76	0·72	0·30	0·88	0·82
0·84	0·88	0·82	0·56	1·07	0·92
—	—	—	+	—	—
0·62	0·53	0·57	0·91	0·31	0·42
0·74	0·66	0·70	1·06	0·45	0·57
0·70	0·69	0·71	1·02	0·41	0·69
0·83	0·79	0·79	1·14	0·51	0·74
+	+	+	—	+	+
0·58	0·62	0·62	0·29	0·85	0·70
0·73	0·77	0·72	0·40	0·99	0·84
0·71	0·75	0·79	0·27	0·88	0·80
0·82	0·86	0·87	0·45	1·02	0·91
—	+	—	+	—	—
0·55	0·58	0·45	1·25	0·38	0·53
0·72	0·64	0·60	1·24	0·53	0·66
0·75	0·69	0·64	1·39	0·62	.·66
0·84	0·79	0·77	1·42	0·72	0·77
$M = 0 \cdot 720$	0·711	0·698	0·749	0·720	0·728
$E + 1 \cdot 51$	$E = 1 \cdot 40$	$E = 1 \cdot 44$	$E = 1 \cdot 46$	$E = 1 \cdot 38$	$E = 1 \cdot 39$

Digitized by Google

Metallkugel zu den beiden vorhergehenden Beobachtungen.

$S = 0·8$	$S = 1·3$	$S = 2$
$2A$ 15—20	$2A$ 31—26	$2A$ 60—77
+	+	+
1·23	1·03	1·04
1·30	1·05	1·07
1·27	1·11	1·09
1·34	1·16	1·12
—	—	—
0·83	0·86	0·90
0·85	0·88	0·90
0·93	0·94	0·95
1·00	0·97	0·97
+	+	+
1·17	1·06	1·02
1·23	1·10	1·05
1·29	1·08	1·06
1·38	1·13	1·11
—	—	—
0·80	0·84	0·91
0·84	0·89	0·93
0·97	0·88	1·01
1·03	0·94	1·02
$M = 1·091$	$M = 0·995$	$M = 1·009$

Digitized by Google

Tabelle 5.

Hartgummikugel.	Metallkugel.
$S = 2$	$S = 2$
$2A$ 62—90	$2A$ 70—95
+	+
0·56	1·32
0·61	1·36
0·61	1·38
0·61	1·40
—	—
0·63	1·19
0·69	1·28
+	1·30
0·58	1·32
0·61	+
0·62	1·28
0·66	1·30
—	1·34
0·60	1·36
0·62	—
0·63	1·28
0·67	1·29
+	1·29
0·60	1·31
0·62	$M = 1·312$
0·63	
0·65	
—	
0·61	
0·64	
0·65	
0·67	
$M = 0·626$	
$E = 2·096$	

Digitized by Google

Tabelle 6.

Colophoniumkugel.			Metallkugel.
Währ. einer ganz. Schwing. gelad.	Während zwei Schwing. gelad.	Während vier Schwing. gelad.	
$S = 2\cdot8$	$S = 2$	$S = 2\cdot8$	$S = 2$
$2A$ 90—103	$2A$ 65—82	$2A$ 85—110	$2A$ 57—81
+	+	+	+
0·76	0·79	0·77	1·29
0·81	0·85	0·82	1·32
—	0·87	0·85	1·34
0·63	0·92	0·87	1·35
0·68	—	0·83	—
+	0·54	0·89	1·13
0·82	0·57	0·93	1·16
0·84	0·62	0·95	1·19
—	0·66	—	1·22
0·60	+	0·59	+
0·64	0·80	0·62	1·22
$M = 0\cdot722$	0·87	0·64	1·27
$E = 1\cdot726$	0·85	0·66	1·28
	0·90	0·64	1·34
	—	0·69	—
	0·56	0·70	1·19
	0·61	0·72	1·20
	0·63	+	1·23
	0·67	0·74	1·24
	+	0·78	+
	0·79	0·80	1·26
	0·86	0·84	1·26
	0·85	0·83	1·29
	0·90	0·87	1·31
	—	0·90	—
	0·59	0·92	1·15
	0·63	—	1·18
	0·64	0·57	1·23
	0·68	0·61	1·25
	$M = 0\cdot735$	0·64	$M = 1\cdot246$
	$E = 1\cdot695$	0·66	
		0·65	
		0·69	
		0·74	
		0·74	
		$M = 0\cdot755$	
		$E = 1\cdot650$	

Digitized by Google

Bei Berechnung der Grössen E wurde immer die Anziehung der Metallkugel durch diejenige Anziehung der isolirenden Kugel dividirt, welche bei derselben Schlagweite gemessen worden war, da bei diesen beiden die Ablenkung der zweiten Drehwage nahe dieselbe war; nur bei der mit der Colophoniumkugel angestellten Beobachtungsreihe hatte ich die Metallkugel nur bei einer Schlagweite untersucht. Es wurden daher die hiebei erhaltenen reducirenden Anziehungen bei Berechnung aller E' zu Grunde gelegt.

Der für die Schwefelkugel gefundene Werth von E stimmt ganz gut mit dem aus der Dielektricitätsconstante des Schwefels berechneten. Die Paraffinkugel dagegen und alle anderen erfuhren eine grössere Anziehung als die theoretisch berechnete. Es ist dies der Grund, weshalb ich mit Paraffin noch eine zweite in Tabelle IV zusammengestellte Beobachtungsreihe machte, bei der sowohl die frühere als auch noch eine zweite besonders sorgfältig gereinigte Paraffinkugel jede bei drei verschiedenen Schlagweiten beobachtet wurde. Die vollkommene Übereinstimmung aller dabei erhaltenen Zahlen zeigte, dass kein Beobachtungsfehler dabei im Spiele war. Ich prüfte beide Kugeln mit dem Elektroskope und fand, dass sie ausgezeichnet isolirten. Die Ursache der stärkeren Anziehung der Paraffinkugel liegt vielmehr, wie die späteren Untersuchungen unwiderleglich beweisen, in dem, was ich als „dielektrische Nachwirkung“ und Faraday als elektrische Absorption bezeichnete. Es ist dieselbe schon in den in Tabelle 6 zusammengestellten Zahlen ersichtlich. Die in dieser Tabelle mit „während einer ganzen Schwingung geladen“ überschriebenen Versuche unterschieden sich nämlich darin von den übrigen, dass zwischen je zwei Ruhelagebestimmungen nur zwei Umkehrpunkte abgewartet wurden, aus denen natürlich nur eine Ablenkung berechnef werden konnte. Nachdem der zweite Umkehrpunkt eingetreten war, wurden die wirkenden Kugeln schon wieder entladen, so dass also die Elektricität immer nur während einer ganzen Schwingung ($22^1/_2$ Secunden) auf das Colophonium wirkte. Bei den mit „während vier Schwingungen geladen“ überschriebenen Versuchen dagegen wurden acht Umkehrpunkte zwischen je zwei Ruhelagebestimmungen beobachtet

Digitized by Google

Aus dem ersten und zweiten wurde die erste in der Tabelle angegebene reducirte Anziehung, aus dem dritten und vierten die nächstfolgende u. s. w. bestimmt. Da wirkte also die Elektricität durch vier volle ganze Schwingungen. Die in der Tabelle 6 angeführten Werthe von E zeigen in der That, dass im letzten Falle E am kleinsten, also die Anziehung der Colophoniumkugel am grössten ist. Wenn dagegen die Elektricität nur während einer Schwingung wirkte, wurde die Colophoniumkugel am schwächsten angezogen, weil die dielektrische Nachwirkung am wenigsten Zeit hatte, sich zu entwickeln. Freilich wären die in der Tabelle 6 angeführten Versuche für sich allein noch nicht beweisend, besonders da gleichzeitig die Metallkugel nur bei einer Schlagweite beobachtet wurde.

Ich würde hier und in einigen anderen Dingen sicher eine grössere Allseitigkeit angestrebt haben, wenn ich nicht wegen der beschränkten Räumlichkeiten des gegenwärtigen Grazer physikalischen Cabinets meine Versuche mit Ende der Sommerferien hätte abbrechen müssen, und als ich mir ein neues Beobachtungszimmer errungen hatte, gab es so viel Neues zu untersuchen, dass ich an eine Wiederholung der alten Versuche vorläufig nicht denken konnte. Auch hatte ich zu Beginn meiner Versuche weniger die Absicht, die dielektrische Fernwirkung zu einer genauen quantitativen Bestimmung der Diëlektricitätsconstante zu benutzen, als vielmehr nur überhaupt ihre Existenz und Übereinstimmung mit der Theorie nachzuweisen. Eine kleine Ungenauigkeit haftet den eben mitgetheilten Zahlen auch an, weil an denselben die beiden Correctionen nicht angebracht wurden, von denen in §. 12 die Rede sein wird. Die erste Correction wegen der ungleichen Grösse der beiden Kugeln würde hier wohl nur einen ganz verschwindend kleinen Betrag geliefert haben, weil ich hier mit Blattgold überzogene Kugeln verwendete, deren Grösse sich nicht merklich von der der unüberzogenen unterscheidet. Die zweite Correction, welche deshalb anzubringen ist, weil sich die Metallkugel, während auf sie gewirkt wird, nicht ganz an derselben Stelle wie die isolirende befand, konnte ich deshalb nicht anbringen, weil ich nicht immer darauf geachtet hatte, dass das Fernrohr nach dem Vertauschen der Kugeln vollkommen unverrückt blieb.

Digitized by Google

In §. 10, wo diese Correction ebenfalls angebracht wurde, wird sich zeigen, dass sie sehr klein ist und die Werthe von *E* durch Anbringen derselben etwas kleiner werden. Aus diesem Grunde dürften auch die in diesem Paragraphe angegebenen Werthe von *E* ein wenig zu gross sein.

§. 8. Versuche, bei denen die wirkenden Kugeln 5—10 Minuten hindurch gleichnamig geladen war.

Um eine gewisse Übersicht über das Gesetz zu gewinnen, wie die diëlektrische Nachwirkung mit der Zeitdauer der Einwirkung der Elektricität wächst, stellte ich einige Versuchsreihen an, wobei die wirkenden Kugeln sehr lange Zeit hindurch geladen blieben und eine lange Reihe von sich folgenden Umkehrpunkten abgelesen wurde. Sehr störend war hiebei, dass sich allmälig alle Bestandtheile des Apparates elektrisirten, und wäre es weit besser, die Elektricität während kürzerer Zeiträume, die aber in stetiger Reihenfolge von wenigen Hundertstel-Secunden bis mehreren Minuten variirt werden könnten, wirken zu lassen, wozu mir aber ein passender Apparat fehlte. Doch geht wohl aus meinen Versuchen hervor, dass nach etwa 10 Minuten eine Paraffinkugel fast so stark wie eine isolirte leitende angezogen wird; dass dagegen die diëlektrische Polarisation der Schwefelkugel mit wachsender Zeit nicht bedeutend zunimmt.

Von den in den folgenden Tabellen mitgetheilten Ablenkungen ist die erste aus dem ersten, zweiten und dritten, die zweite aus dem dritten, vierten und fünften Umkehrpunkte u. s. w. unter Elimination der Dämpfung bestimmt. Wenn einige Umkehrpunkte nicht beobachtet wurden, so ist die Zeit angegeben, welche von der Ladung der wirkenden Kugeln bis zur Beobachtung der betreffenden Ablenkung verging. Vor und nach der Beobachtungsreihe wurde die Ruhelage bestimmt. Letztere differirte meist zwei bis drei Theilstriche von der ersteren. Es wurde der Berechnung der anfänglichen Ablenkung die erste, der der letzten die zweite, und der Berechnung der mittleren Ablenkung eine mittlere Ruhelage zu Grunde gelegt. Manchmal wurden nach Beobachtung der zweiten Ruhelage die wirkenden Kugeln

Digitized by Google

entgegengesetzt geladen und dann wieder eine Reihe von Ablenkungen beobachtet, die dann in der Tabelle die Überschrift „entgegengesetzt geladen“ tragen.

Metallkugel.	
Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage
84	85
84	81
81·2	78·5
84·7	77
84·2	75
84·2	73·8
84·7	72
85·2	71
85·2	70
85·5	69
85·7	68
nach 5 Minuten	
86	65
nach 10 Minuten	
92	58·5

Paraffinkugel.	
Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage
56	83
61·7	78
65·2	75·5
67·2	73·5
68·7	72
70·2	71
72	70
72·7	69
74	68
74·7	67
75·5	66·5
76·5	65
77	64·5
nach 5 Minuten	
77·2	63
nach 7½ Minuten	
85	59
nach 10 Minuten	
86	57

Digitized by Google

Colophoniumkugel.

		Entgegengesetzt geladen	
Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage	Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage
112	207	64	223
117	198	69·5	212
119	191	71·5	204
120	187	73	207·5
121	182	74·5	202·5
122·5	178	75	189
123	175	76	185
124	173	77	180
124·5	170	78	177
125·5	168	79	175
126	166	80	172
126·5	164·5	80·5	169
127	161	81·5	168
nach 5 Minuten		nach 5 Minuten	
128·5	159	82·5	164
nach 10 Minuten		nach 10 Minuten	
137	144	94	146

Digitized by Google

Schwefelkugel.

Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage	Entgegengesetzt geladen Doppelte Ablenkung der ersten Drehwage	Doppelte Ablenkung der zweiten Drehwage
106	176	94·5	293·5
106	169	93·5	275·5
106·5	164	92	264
107	160	92·5	254
107	157	93	245
107·5	158	93·5	239
108	153	93·5	232
109	151	94	227
110	148	95	221
110	146	95·5	215
111	145	96·5	212
111·5	143	97	207
112	142		
		nach 10 Minuten	
		105·5	175
nach 5 Minuten			
112·5	141		
113	140		

Diese Tabellen zeigen, dass die Ablenkungen der zweiten Drehwage wegen der Zerstreuung der Elektricität der wirkenden Kugeln beständig abnehmen; die der ersten Drehwage dagegen nehmen zu und zwar kann diese Zunahme zwei Ursachen haben: 1. die allmälige Ladung der in der ersten Drehwage eingehängten Kugel mit derjenigen Elektricität, welche der der wirkenden Kugeln entgegengesetzt ist; 2. die diëlektrische Nachwirkung. Für die Staniolkugel, bei der offenbar nur die erste Ursache thätig sein kann, ist die Grösse, welche wir die reducirte Anziehung nannten, nach 5 Minnten 1·34, nach 10 Minuten 1·59mal so gross als zu Anfang; für die Schwefelkugel ist sie nach 5 Minuten ebenfalls 1·34mal so gross. Nimmt man daher, was freilich nicht bewiesen, aber doch nicht unwahrscheinlich ist, an, dass sich die Schwefelkugel und Staniolkugel in einer ihrer

Digitized by Google

Anziehung proportionalen Stärke mit Elektricität laden, so ergibt sich selbst nach 5 Minuten keine dielektrische Nachwirkung für Schwefel. Die reducirte Anziehung der Paraffin- und Colophoniumkugel dagegen wächst weit rascher; erstere ist nach 5 Minuten 1·82, nach 10 Minuten 2·237, letztere nach 5 Minuten 1·50, nach 10 Minuten 1·76mal grösser als zu Anfang, was in der dielektrischen Nachwirkung seine Ursache hat. Durch Vergleich mit den an der Staniolkugel angestellten Versuchen findet man, dass nach 10 Minuten die Metallkugel 1·49mal so stark als die Colophonium- und 1·07mal so stark als die Paraffinkugel angezogen wurde. Setzt man also wieder gleiche Zerstreuung der Elektricität an die Luft voraus, so musste nach 10 Minuten die elektrische Polarisation der Paraffinkugel so weit gestiegen sein, dass sie in Folge derselben fast so stark wie eine Metallkugel angezogen wurde, dass also ihre Dielektricitätsconstante schon fast unendlich gross war.

§. 9. Versuche, bei denen die wirkenden Kugeln 1—2 Secunden hindurch geladen waren.

Bei diesen Versuchen wurde zuerst die Ruhelage der beiden Drehwagen bestimmt, dann wurden die wirkenden Kugeln durch den in Fig. 7, Taf. II, dargestellten Apparat geladen und nach 1·82 (oder 0·9) Secunden wieder entladen. Da diese Zeit nur $\frac{8}{99}$ (respective $\frac{1}{28}$) der ganzen Schwingungsdauer war, so konnte die Kraft, mit der die beiden wirkenden Kugeln angezogen wurden, nur aus der Stärke des Impulses berechnet werden, die hiebei beide Drehwagen empfingen. Um diesen Impuls zu bestimmen, wurden nach geschehener Ladung und Wiederentladung der wirkenden Kugeln vier Umkehrpunkte abgelesen.

In Folge dieses Impulses hatte die Amplitude der Schwingungen beider Drehwagen im Allgemeinen zugenommen und man findet unter Vernachlässigung der Dämpfung aus der Zunahme der Amplitude die Stärke des Impulses in folgender Weise. Sei R die in Theilstrichen des im Fernrohre sichtbaren Skalenbildes gemessene Ruhelage einer Drehwage. Die Drehwage schwinge schon vor Ladung der wirkenden Kugeln und zwar seien $R-a$ und $R+a$ die beiden Umkehrpunkte. Im

Digitized by Google

Momente, wo das Fadenkreuz auf dem Theilstriche $R+s$ steht, werden die wirkenden Kugeln geladen; und zwar übe diese Ladung eine solche Kraft auf die an der Drehwage hängende Kugel aus, dass, wenn diese Kraft unverändert fortwirken würde, das Fadenkreuz um den Theilstrich $R+c$ schwingen würde. c wäre also die von dieser Kraft hervorgebrachte Ablenkung. Die Ablenkung c kann nicht, wie in den vorhergehenden Paragraphen, aus mehreren Umkehrpunkten berechnet werden, da, ehe nur eine einzige Umkehr stattfindet, bereits die wirkenden Kugeln wieder entladen wurden. Das Einzige, was beobachtet werden kann, ist, dass die Schwingungen jetzt nicht mehr wie vorher zwischen den Theilstrichen $R-a$ und $R+a$, sondern zwischen $R-b$ und $R+b$ stattfinden. Man kann jedoch aus den der Beobachtung zugänglichen Grössen a, b und s den Ablenkung c berechnen, welche eingetreten wäre, wenn die Kraft unverändert fortgewirkt hätte. Es ist nämlich

$$2)\quad c=\frac{s}{2}-\sqrt{a^2-s^2}\,\frac{\sin\frac{2\pi\vartheta}{\tau}}{4\sin^2\frac{\pi\vartheta}{\tau}}+\sqrt{\left(\frac{s}{2}-\sqrt{a^2-s^2}\,\frac{\sin\frac{2\pi\vartheta}{\tau}}{4\sin^2\frac{\pi\vartheta}{\tau}}\right)^2+\frac{b^2-a^2}{4\sin^2\frac{\pi\vartheta}{\tau}}}$$

wobei ϑ die Zeit ist, während welcher die wirkenden Kugeln geladen waren, τ aber ist die ganze Schwingungsdauer der Drehwage. $\sqrt{a^2-s^2}$ ist positiv oder negativ zu nehmen, je nachdem im Augenblicke der Ladung der wirkenden Kugeln im Fernrohre das Skalenbild der Umkehrpunkte $R+a$ oder $R-a$ zueilt. Die Ableitungsweise der Formel 2) ist eine so einfache, dass ich nicht glaube, hierauf weiter eingehen zu sollen. Es zeigte sich jedoch bald, dass der Stand der Drehwage im Momente der Ladung, also die Grösse s, nicht mit grosser Schärfe beobachtet werden konnte. Es musste daher nach jeder Beobachtung so lange gewartet werden, bis die Schwingungen beider Drehwagen (also in unserer Formel a und s) sehr klein waren. Dann hatte ein kleiner Fehler in der Bestimmung des Zeitmomentes der Ladung keinen schädlichen Einfluss. Man kann dann an die Stelle der vorhergehenden Formel folgende einfachere benützen:

$$3)\qquad c=\frac{b}{2\sin^2\frac{\pi\vartheta}{\tau}}+\frac{s}{2}-\sqrt{a^2-s^2}\,\frac{\sin\frac{2\pi\vartheta}{\tau}}{4\sin^2\frac{\pi\vartheta}{\tau}}$$

Digitized by Google

Bequemlichkeitshalber wurde zudem meist im Momente eines Umkehrpunktes, also für $s = \pm a$ geladen. Ich lasse nun zunächst wieder sämmtliche mit der Schwefelkugel beobachteten Zahlen folgen, und werde zeigen, wie dieselben der Berechnung unterworfen wurden. In der ersten Verticalcolumne stehen wieder die beobachteten Umkehrpunkte. Wo nur zwei zwischen zwei horizontalen Strichen stehen, wurden sie unmittelbar vor der Ladung beobachtet, um die Grösse a zu bestimmen; ihnen ist rechts immer der betreffende Werth a sowie der beobachtete Werth des s beigegeben. (Alles in Scalentheilen ausgedrückt.) Bei der ersten Drehwage wurden oft diese beiden Umkehrpunkte gar nicht notirt, sondern sogleich die Werthe von a und s ins Beobachtungsbuch eingetragen, wo dann die entsprechenden Rubriken der Tabelle leer stehen.

Nach zwei derartigen Umkehrpunkten folgen immer vier Umkehrpunkte, welche unmittelbar nach der Ladung der wirkenden Kugeln beobachtet wurden und welche ebenfalls zwischen zwei horizontalen Strichen stehen. Zur Berechnung von b wurden blos die beiden ersten verwendet, da sich voraussetzen liess, dass bei denselben etwaige Störungen durch Luftströmungen u. s. w. noch am wenigsten geltend gemacht hätten. Die beiden letzten Umkehrpunkte wurden nur zur Controlle beobachtet und sieht man in der That, dass sich aus denselben immer fast genau dieselben Werthe für c ergeben hätten. Wäre keine Dämpfung vorhanden gewesen, so wäre die Differenz des ersten und zweiten Umkehrpunktes die doppelte Amplitude der Schwingungen, also die Zahl $2b$ gewesen. Die Dämpfung zog ich in folgender Weise in Rechnung. Nehmen wir an, wenn die Drehwage denselben Impuls erhalten hätte, aber gar nicht gedämpft wäre, so wären $R+b$, $R-b$, $R+b$, $R-b$ u. s. w. die sich folgenden Umkehrpunkte. Durch die Dämpfung werde die Amplitude bei jeder Viertelschwingung um d verkleinert, so werden also die Umkehrpunkte der gedämpften Drehwage sein: $R+b-d$, $R-b+3d$, $R+b-5d$, $R-b+7d$ u. s. w. Die Differenz des ersten und zweiten Umkehrpunktes ist also $2b-4d$, die des ersten und dritten Umkehrpunktes ist $4d$.

Wir bekommen also $2b$, indem wir zur ersten Differenz die letztere addiren. Und dies ist die Methode, nach welcher die

Digitized by Google

rechts von den Umkehrpunkten angemerkten Werthe von $2b$ bestimmt wurden. Ich bemerke übrigens hier wieder, dass es für die Bestimmung des Verhältnisses der Anziehung der Staniol- und Schwefelkugel, das wir ja allein später brauchen werden, gleichgiltig ist, ob und wie man die Dämpfung in Rechnung zieht, wenn man sie nur bei beiden in gleicher Weise in Rechnung zieht (und zwar immer so, dass das daherrührende Correctionsglied der ersten Potenz der Dämpfung proportional ist), denn die Dämpfung selbst ist ja der Ablenkung proportional. Unter den Werthen von $2b$ sind immer die daraus nach Formel 3) berechneten Werthe von c angegeben.

Schwefelkugel.

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte		Umkehrpunkte	
494 492	$a = s = 1$	518·2 519·2	$a = s =$ 0·5
536 453·5	$2b =$ 86·5	442 594	$2b =$ 154
532 457	$c =$ 86·6	444 592	$c =$ 153·4
493·8 492·8	$a =$ 0·5, $s = 0$	520 518	$a = s = 1$
543 445	$2b =$ 102·5	428 608	$2b =$ 183
638·5 449·5	$c =$ 101·6	431 605	$c =$ 182·6
	$a = -s =$ 0·5	518·6 519·2	$a = s =$ 0·3
525 463	$2b =$ 65	461 576	$2b =$ 117
522 466	$c =$ 64·5	463 574	$c =$ 116·5
	$a = s =$ 0·5	518·8 519	$a = s =$ 0·1

Digitized by Google

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte		Umkehrpunkte	
524·5	$2b=64$	463	$2b=112$
463·5		573	
521·5	$c=63·9$	465	$c=111·5$
466		572	
	$a=s=0·5$	518·8	$a=s=0·1$
		519·0	
526	$2b=66·5$	460·5	$2b=117·2$
462·5		576	
523	$c=66·4$	462·2	$c=116·7$
465		5·745	

Metallkugel

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte		Umkehrpunkte	
512	$a=s=1$	518·8	$a=s=0·6$
510		520	
576	$2b=133$	463	$2b=112·3$
449		574·3	
570	$c=132·8$	464	$c=112·0$
454·5		572	
	$a=s=1$	519	$a=s=0·3$
		519·7	
599	$2b=179·5$	444	$2b=151$
428		593	
590·5	$c=179·1$	446	$c=150·4$
435·5		591	
	$a=s=1$	519	$a=s=0·1$
		519·2	
599·5	$2b=180$	444	$2b=151$
428		593	
591	$c=179·6$	446	$c=150·3$
435		591	

Digitized by Google

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte		Umkehrpunkte	
	$a=s=0$	519·8 519	$a=s=0·4$
534·5 489	$2b=48$	499 539	$2b=40$
532 491	$c=47·8$	499 538·5	$c=40$
	$a=s=1$	519·1 519·5	$a=s=0·2$
687 346	$2b=359$	369·5 666·5	$2b=302$
669 362	$c=357·7$	374·5 662·5	$c=300·6$

Die Schlagweite zwischen den Kugeln U und V war bei den meisten dieser Versuche ungefähr 2·8 Mm. Bei einigen, die schon durch grössere Werthe des c erkennbar sind, grösser, bei einigen kleiner. Die wirkenden Kugeln waren immer während $\frac{8}{99}$ einer ganzen Schwingung geladen, so dass also

$$\frac{\vartheta}{\tau}=\frac{8}{99},\quad \frac{1}{2\sin\frac{\pi\vartheta}{\tau}}=1·99,\quad \frac{\sin\frac{2\pi\vartheta}{\tau}}{4\sin^2\frac{2\pi\vartheta}{\tau}}=0·77$$

war. Durch Substitution dieser Zahlen und der in der vorhergehenden Tabelle angeführten Werthe von a, b und s in die Formel 3) wurden die Werthe für c berechnet. c ist die Ablenkung, welche die Drehwage erfahren hätte, wenn wie bei den vorhergehenden Versuchen die Elektricität lange Zeit hindurch mit derselben Stärke gewirkt hätte, dabei aber die dielektrische Polarisation nicht fortwährend gewachsen wäre, sondern immer gleich dem Mittelwerthe der während der jetzt zu beschreibenden Versuche stattfindenden Polarisation gewesen wäre. Dividirt man also den für die erste Drehwage gefundenen Werth des c durch den für die zweite Drehwage gefundenen, so gibt der Quotient wieder die Ablenkung, die in der ersten Drehwage durch eine solche Elektricitätsmenge hervorgebracht worden wäre, welche in der zweiten die Ablenkung 1 erzeugt hätte, den ich wieder die reducirte Anziehung der in der ersten Drehwage eingehängten

Digitized by Google

Kugel nennen will. Der Quotient der reducirten Anziehung der isolirenden Kugel in die der Metallkugel, welcher also angibt, um wievielmal eine leitende isolirte, ursprünglich unelektrische Kugel stärker angezogen wird, als die isolirende, wenn sich letztere unter ganz denselben Umständen befindet und ebenfalls ursprünglich unelektrisch war, soll wieder mit E bezeichnet werden.

In der folgenden Tabelle stelle ich die aus den Zahlen der vorhergehenden Tabelle berechneten Werthe der Grössen c sowie der reducirten Anziehungen und der mit E bezeichneten Grössen übersichtlich zusammen. R ist immer die mittlere Ruhelage der ersten Drehwage. Das Fernrohr wurde während des Umtausches nicht verschoben. Die Zeichen, welche über den Werthen von c angebracht sind, geben an, mit welcher Elektricität die wirkenden Kugeln geladen wurden.

Tabelle 7.

Schwefelkugel $R. = 493, \frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

	+	+	—	—	+
Erste Drehwage $c =$	86·6,	101·6,	64·5,	63·9,	66·4
Zweite Drehwage $c =$	153·4,	182·6,	116·5,	111·5,	116·7
Reduc. Anziehung der Schwefelkugel $=$	0·565,	0·556,	0·554,	0·573,	0·569
					Mittel 0·563

Metallkugel $R + = 511, \frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

	+	+	—	—	+
Erste Drehwage $c =$	132·8,	179·1,	179·6,	47·8,	357·7
Zweite Drehwage $c =$	112·0,	150·4,	150·3,	40·0,	300·6
Reduc. Anziehung der Metallkugel $=$	1·186,	1·191,	1·195,	1·195,	1·190
					Mittel 1·191

$E = 2·12$[1]

[1] Diese Beobachtungsreihe ist die nämliche, welche ich auch in einer der Akademie am 10. October 1872 vorgelegten vorläufigen Mittheilung beschrieben habe. Die dort angegebenen Zahlen für die reducirten Anziehungen stimmen mit den in der obigen Tabelle angegebenen nicht ganz überein, weil ich damals die Dämpfung in etwas anderer Weise in

Digitized by Google

Dieser Werth für E stimmt sehr nahe mit dem bei längerer Ladung gefundenen. Bei Schwefel ist also keine diëlektrische Nachwirkung bemerkbar. Für die übrigen Substanzen will ich nur die Werthe des c und E in Tabellen zusammenstellen, welche genau wie die Tabelle 7 eingerichtet sind und auch genau in derselben Weise aus den direct beobachteten Zahlen berechnet wurden.

Tabelle 8.

Paraffinkugel $R. = 492$

Erste Versuchsreihe $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

	+	+	—	—	
Erste Drehwage $c =$	58·2,	43·8,	153·3,	94	
Zweite Drehwage $c =$	130·7,	97·6,	351·8,	200·8	
Reduc. Anziehung $=$	0·445,	0·449,	0·436,	0·468	Mittel 0·450

$E = 2 \cdot 91$

Zweite Versuchsreihe $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{4}{91}$ (unmittelb. darnach gemacht)

	+	—	—	+	
Erste Drehwage $c =$	41·4,	70·4,	117,	89·7	
Zweite Drehwage $c =$	92·5,	156·6,	269·5,	208·2	
Reduc. Anziehung $=$	0·446,	0·449,	0·434,	0·431	Mittel 0·440

$E = 2 \cdot 98$

Metallkugel $R = 503$, $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

	+	—	—	+	
Erste Drehwage $c =$	158·2,	312·9,	250·5,	190·1	
Zweite Drehwage $c =$	121·4,	238·9,	190·4,	144·4	
Reduc. Anziehung $=$	1·303,	1·309,	1·315,	1·316	Mittel 1·311

Bei Berechnung der in dieser Tabelle mitgetheilten Werthe von E wurden stets die zuletzt mitgetheilten an der Metallkugel unmittelbar nach der Untersuchung der Paraffinkugel beobachteten Zahlen zu Grunde gelegt.

Rechnung zog. Doch stimmen, wie es sein muss, die Werthe für E wieder. Kleine anderweitige Unterschiede, welche von einer verschiedenen Berechnungsweise herrühren, liegen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Digitized by Google

Tabelle 9.

Hartgummikugel $R = 514$, $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

Erste Drehwage $c =$ 65·7, 64, 72·7, 72
Zweite Drehwage $c =$ 101, 101·5, 115·5, 115·1
Reduc. Anziehung = 0·650, 0·630, 0·629, 0·626 Mittel 0·634

Metallkugel $R = 508$, $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

Erste Drehwage $c =$ 101·2, 201, 141, 181, 149
Zweite Drehwage $c =$ 75·8, 155·6, 108·4, 139·7, 114·2
Reduc. Anziehung = 1·335, 1·292, 1·300, 1·295, 1·305
Mittel 1·307

$E = 2·06$

Tabelle 10.

Colophoniumkugel $R = 520$

Erste Versuchsreihe $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

Erste Drehwage $c =$ 63·7, 68·5, 49·8, 73·8, 107·5, 136, 137
Zweite Drehwage $c =$ 128·6, 139·2, 104·6, 151, 223·7, 272·6, 277·4
Reduc. Anziehung = 0·495, 0·492, 0·79, 0·488, 0·480, 0·499, 0·494
Mittel 0·489

$E = 1·94$

Zweite Versuchsreihe $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{1}{28}$

Erste Drehwage $c =$ 65·4, 77·4, 78·3
Zweite Drehwage $c =$ 148·1, 177·1, 172·4
Reduc. Anziehung = 0·442, 0·437, 0·454 Mittel 0·444

$E = 2·14$

Metallkugel $R = 527$, $\frac{\vartheta}{\tau} = \frac{8}{99}$

Erste Drehwage $c =$ 138·3, 160·2, 72·9, 79·1, 178, 204·8
Zweite Drehwage $c =$ 146·3, 171·3, 73·5, 83·9, 193, 214·1
Reduc. Anziehung = 0·945, 0·935, 0·992, 0·943, 0·922, 0·957
Mittel 0·949

Digitized by Google

Da das Zeichen der Elektricität, mit welcher die wirkenden Kugeln geladen wurden, ohnedies nicht von Einfluss war, so habe ich es bei den späteren Versuchen nicht mehr notirt. Doch wurden immer ungefähr gleichviel Beobachtungen mit der einen und anderen Elektricität gemacht. Die Grösse E ist bei Colophonium und Paraffin bedeutend grösser als sie sich aus den Versuchen mit länger dauernder Ladung ergab. Die Kugeln aus diesen beiden Substanzen werden also während den ersten Secunden viel weniger angezogen (sind schwächer dielektrisch polarisirt) als in den späteren Stadien der Einwirkung.

Ich bemerke noch, dass die in diesem Paragraphe angegebenen Werthe des E das Verhältniss der mittleren Anziehung der isolirenden Kugel während der ganzen Zeit der Einwirkung zu der der Staniolkugel angeben.

§. 10. Beschreibung der im Winter 1873 angestellten Versuche, bei denen das Zeichen der wirkenden Elektricität innerhalb einer Secunde etwa 150mal wechselte.

Diese Versuche unterschieden sich von den im früheren beschriebenen nur dadurch, dass zur Ladung der wirkenden Kugeln der in Fig. 8 dargestellte Apparat benützt wurde. Zuerst wurde die Influenzmaschine in gleichmässige Rotation und die Stimmgabel in Gang versetzt. Während die Ruhelage der Drehwagen bestimmt wurde, lag über den beiden Drähten k und l ein zur Erde abgeleiteter Draht. Dann wurde derselbe aufgehoben und nun drei sich folgende Umkehrpunkte abgelesen. In dem Momente, wo der vierte Umkehrpunkt eintrat, wurden die wirkenden Kugeln wieder mit der Erde verbunden, damit die Drehwagen nicht in zu heftige Schwingungen kämen.

Da die Umkehrpunkte in beiden Drehwagen nicht absolut gleichzeitig eintraten, so konnte das Resultat fehlerhaft werden, wenn die Influenzmaschine im Verlaufe eines Versuches sehr ungleichförmig wirkte. Um die Wirkung derselben möglichst gleichförmig zu machen, wurden ihre Scheiben wohlgereinigt und die Umdrehungsgeschwindigkeit durch die in §. 4 beschriebene Vorrichtung constant erhalten. Es zeigte sich dann, dass der dritte Umkehrpunkt fast denselben Werth wie der erste hatte

Digitized by Google

(nur war er wegen der Dämpfung immer ein wenig kleiner), dass also die Maschine sehr gleichförmig wirkte. Die doppelte Ablenkung wurde immer in folgender Weise berechnet. Zum arithmetischen Mittel des ersten und dritten Umkehrpunktes wurde der zweite Umkehrpunkt addirt und von der Summe die doppelte Ruhelage subtrahirt; (für die zweite Drehwage umgekehrt diese Summe von der doppelten Ruhelage subtrahirt). Die Ruhelage wurde unmittelbar vor dem Versuche bestimmt, wo die Drehwagen am wenigsten schwangen; zwischen je zwei Versuchen wurde immer ein wenig ausgesetzt.

Durch diese Berechnungsweise wurde also die Dämpfung eliminirt. Den Quotienten, welchen man erhält, wenn man den Ausschlag der ersten Drehwage durch den der zweiten dividirt, bezeichne ich wieder als die reducirte Anziehung der in der ersten Drehwage eingehängten Kugel. Häufig habe ich blos der bequemeren Division wegen dessen reciproken Werth berechnet, den ich dann kurz als reciproke reducirte Anziehung bezeichne.

Bei diesen Versuchen wurden durchaus neu gemachte Kugeln angewendet. Und zwar waren die Metallkugeln immer mit einem zusammenhängenden Stück Staniol bekleidet, so dass also bezüglich ihrer Leitungsfähigkeit nicht der mindeste Zweifel obwalten konnte.

Es konnte dieser Überzug ebenfalls sehr glatt erhalten werden; nur wurde die Metallkugel ein wenig grösser, was aber der Rechnung unterzogen werden konnte. Da ich auch alle übrigen Apparate zu diesen Versuchen neu zusammenstellen musste, so benutzte ich die Gelegenheit, um eine nicht unwesentliche Verbesserung an den Dimensionen derselben anzubringen. In dem Dimensionenschema sind die Längen, welche die betreffenden Linien bei diesen Versuchen hatten, immer in einer Klammer beigefügt. Die bedeutendste Veränderung erfuhr die zweite Drehwage. Dieselbe hatte nämlich bei den früheren Versuchen zwei Mängel. Erstens war ihre Dämpfung viel kleiner als die der ersten Drehwage, was das gleichzeitige Beruhigen der Schwingungen beider Drehwagen sehr erschwerte; zweitens war die Ablenkung derselben nicht genau der Intensität der wirkenden Kraft proportional. Das letztere kam daher, dass der Wag-

Digitized by Google

balken der zweiten Drehwage sehr lang war und folglich die an seinem Ende aufgehängte Kugel schon bei sehr kleinen Winkeldrehungen erhebliche Wege zurücklegte.

Beiden Übelstanden begegnete ich dadurch, dass ich die Dämpfung der ersten Drehwage durch Entfernung der in der Goldschachtel befindlichen, den Spiegel umschliessenden Schachtel verkleinerte und dass ich Trägheitsmoment und Wagbalken der zweiten Drehwage ebenfalls verkleinerte. Den letzteren wählte ich gerade so lange, dass die Ablenkung der zweiten Drehwage von der absoluten Proportionalität mit der wirkenden Kraft genau um ebensoviel abwich wie der der ersten Drehwage, so dass also der Quotient der Ausschläge beider Drehwagen nur um kleine Grössen höherer Ordnung sich veränderte, wenn die Elektrisirung der wirkenden Kugeln sich änderte. Die Bedingungen, wann dies stattfindet, sollen in einer zweiten Abhandlung, die demnächst folgen wird, besprochen werden.

Ich hängte nun in die Drehwage zuerst eine Metallkugel ein, und erhielt, wenn die wirkende Kugel während zwei ganzen Schwingungen gleichnamig geladen war, bei neun sich folgenden Versuchen folgende reciproke Anziehungen dieser Metallkugel: +1·00, 1·08, 1·04, —1·31, 1·21, 1·15, 1·10, +1·34, 1·17 (das voranstehende Zeichen gibt immer das Zeichen der Elektricität, mit der die wirkenden Kugeln bei allen folgenden Versuchen geladen wurden. Die Ablenkungen wurden wie bei allen folgenden Versuchen immer aus dem ersten, zweiten und dritten Umkehrpunkte unter Elimination der Dämpfung berechnet). Unmittelbar darauf dagegen, als die wirkenden Kugeln mit der Stimmgabel alternirend geladen wurden, erhielt ich folgende reciproke reducirte Anziehungen: 1·69, 1·30, 1·22, 1·56, 1·32, 1·63, 1·71, 1·44, 1·65, 1·50, 1·67, 1·47, 1·92, 1·64, 1·61, 1·59, 1·52. Man sieht, dass dieselben erheblich von den bei dauernder Ladung gefundenen differiren und auch untereinander wenig übereinstimmen. Die Ursache lag darin, dass sich der Tisch und die Wände des Glaskastens bei dauernder Ladung fast vollständig bei alternirender, aber nur unvollständig mit Elektricität luden, welche Elektricität wieder eine Rückwirkung auf die beweglichen Kugeln ausübte. Denn als ich jene Theile des Tisches und der Glaswände des Glaskastens, die sich in der

Digitized by Google

Nähe der beweglichen Kugeln befanden, mit zur Erde abgeleitetem Staniol bekleidete, erhielt ich, wenn die Ladung während zwei Schwingungen ihr Zeichen nicht wechselte, der Reihe nach folgende reciproke reducirte Ausschläge für eine Metallkugel:

+1·10, 1·05, —1·10, 1·03, 1·01, 0·98, +1·17, 1·08; 1·06, 1·00,
Mittel 1·064

und bei alternirender Ladung durch die Stimmgabel folgende

1·08, 1·10, 1·03, 1·12, 1·06, 1·00, 1·11, 1·08, 1·13, 1·08, 1·16,
1·10, 1·17, Mittel 1·09.

Die von dem Tische und den Wänden ausgehende Wirkung war natürlich, sobald sie nur bei allen Versuchen dieselbe blieb, auf meine Versuche ganz ohne störenden Einfluss.

Ich constatirte ferner neuerdings, dass die übrigen Bestandtheile der Drehwage mit Ausnahme der in die Schellakfäden eingehängten Kugel nicht merklich von der Elektricität afficirt wurden, indem ich die Schwefelkugel in den Haken *o* (Fig. 3) einhängte, so dass also die Drehwage frei schwingen konnte, während die Schwefelkugel sich ganz in der Goldschachtel befand, also gegen jeden Einfluss der Elektricität geschützt war. Die Schellakfäden hingen vermöge ihrer Steifigkeit noch an derselben Stelle herunter. Ich wartete nun so lange, bis das durch den Spiegel der ersten Drehwage erzeugte Scalenbild vollkommen ruhig war und lud nun die wirkenden Kugeln alternirend so heftig, dass die zweite Drehwage den doppelten Ausschlag 82 zeigte. Trotzdem zeigte das vom Spiegel der ersten Drehwage erzeugte Skalenbild nicht die mindeste Bewegung. Nun erst schritt ich zu den definitiven Versuchen. Ich hatte zuerst den Glasfaden *uvw* (Fig. 8) nicht eingeschaltet. Dabei ergaben sich die in der ersten mit „ohne Glasröhre“ überschriebenen Verticalreihe der Tabelle zusammengestellten Zahlen; dieselben zeigen ziemliche Unregelmässigkeit, welche daher rührte, dass sich auf den wirkenden Kugeln bei einigen Versuchen eine bestimmte Elektricität allmälig in Überschuss entwickelte. Ich überzeugte mich hievon dadurch, dass ich die wirkenden Kugeln während sehr vieler Schwingungen der Drehwagen fortwährend durch die Stimmgabel alternirend lud; dann wurde die aus den späte-

Digitized by Google

ren Umkehrpunkten berechnete reducirte Anziehung immer mehr und mehr unregelmässig und zwar meist grösser als die aus den ersten Umkehrpunkten berechnete, was daher rührte, dass sich die wirkenden Kugeln immer mehr und mehr mit Elektricität von einem bestimmten Zeichen luden. Ich schaltete deshalb die mit Wasser gefüllte Glasröhre *uvw* ein, durch welche ein derartiger einseitiger elektrischer Überschuss abfloss, ohne dass die alternirende Ladung bedeutend geschwächt wurde.

Ich stelle nun wieder die an den Kugeln aus den verschiedenen Substanzen gefundenen Resultate übersichtlich zusammen; und zwar steht immer an der Spitze der Tabellen die mit $2R$ bezeichnete doppelte Ruhelage der ersten Drehwage. Dann folgen (mit $2A$ bezeichnet) die Grenzen, zwischen denen der doppelte Ausschlag der ersten Drehwage bei allen in der betreffenden Verticalreihe lag; hierauf sind die reducirten Anziehungen der in der ersten Drehwage eingehängten Kugel (oder deren reciproke Werthe) angegeben, im letzteren Falle ist die erste dem Mittel das Zeichen * beigefügt. Dann folgt (mit M bezeichnet) deren Mittelwerth und schliesslich der Quotient E' der reducirten Anziehung der isolirenden Kugel in die der Metallkugel, wobei wieder die bei den verschiedenen Versuchen gefundenen reducirten Anziehungen der Metallkugel immer durch jene reducirte Anziehung der isolirenden dividirt werden, welche sich bei Versuchen ergab, bei denen die zweite Drehwage nahezu denselben Ausschlag zeigte. Von der Bedeutung der Grösse E wird in §. 12 die Rede sein.

Digitized by Google

Tabelle 11. (Colophonium.)

Erste Versuchsreihe – ohne Glasfaden		Zweite Versuchsreihe – Colophoniumkugel	Zweite Versuchsreihe – Metallkugel	Dritte Versuchsreihe – Colophoniumkugel	Dritte Versuchsreihe – Metallkugel
2*A* 10—17	2*A* 26—32	2*R* = 806	2*R* = 806	2*R* = 818	2*R* = 812
3·46*	3·11*	2*A* 13—15	2*A* 29—33	2*A* 12—14	2*A* 30—35
3·32	3·20	3·30*	1·04*	3·19*	1·04*
3·67	3·00	3·21	1·02	3·08	1·04
3·00	2·98	3·10	1·02	3·10	1·05
3·24	3·25	3·14	1·03	3·14	1·03
3·11	3·25	3·13	1·03	3·00	1·04
3·23	3·21	3·24	*M* 1·03*	3·12	1·02
3·28	3·20	3·31		3·29	1·03
3·09	3·21	3·13		3·15	1·03
3·20	3·15	*M* 3·195*		3·09	1·05
2·92	3·16			3·14	*M* 1·037*
2·80	3·17			3·21	
2·66	*M* 3·16*			3·18	
M 3·15*				*M* 3·141*	

Zweite Versuchsreihe:

$E' = 3\cdot102$

$\frac{V_i}{V_m} E' = 3\cdot092$

$2(R_m - R_i) = 0,\ 2(A_m - A_i) = 17$

$E = 3\cdot058$

Dritte Versuchsreihe:

$E' = 3\cdot029$

$\frac{V_i}{V_m} E' = 3\cdot019$

$2(R_m - R_i) = -6,\ 2(A_m - A_i) = 20$

$E = 2\cdot992$

Digitized by Google

Tabelle 12. (Schwefel.)

Schwefelkugel $2R = 814$		Metallkugel $2R = 815$	
$2A$ 14—17	$2A$ 10—12	$2A$ 40—64	$2A$ 14—15
1·61	1·64*	1·30	1·29
1·63	1·64	1·32	1·32
1·66	1·63	1·32	1·31
1·60	1·61	1·32	1·27
$2A$ 19—23	1·61	1·34	1·30
1·64	1·61	1·33	1·30
1·64	1·63	1·32	1·29
1·63	1·61	1·33	M 1·30
1·60	M 1·622*	1·33	
1·64	$E' = 2 \cdot 109$	1·34	
1·62	$\frac{V_i}{V_m} E' = 2 \cdot 039$	1·32	
1·63		1·32	
M 1·629*	$2(R_m - R_i) = 1,$	M 1·324	
$E' = 2 \cdot 156$	$2(A_m - A_i) = 4$		
$\frac{V_i}{V_m} E' = 2 \cdot 085$	$E = 2 \cdot 032$		
$E = 2 \cdot 035$			

Die Zahlen der ersten und zweiten Verticalreihe, ebenso die der dritten und vierten, wurden unmittelbar nacheinander beobachtet. Bei Bildung von E' wurden die sieben letzten Zahlen der ersten Verticalreihe mit den Zahlen der dritten, die der zweiten mit denen der vierten combinirt.

Digitized by Google

Tabelle 13. (Hartgummi unabgewaschen.)

Hartgummikugel $2R = 815$		Metallkugel $2R = 818$		
$2A$ 10—12	$2A$ 15—18	$2A$ 28—30	$2A$ 36—38	$2A$ 16—17
2·52*	2·50*	1·09*	1·14*	1·09*
2·58	2·45	1·09	1·12	1·11
2·50	2·55	1·12	1·09	1·16
2·50	2·56	1·09	1·09	1·11
2·53	2·51	1·11	1·10	1·11
2·58	2·58	1·09*	1·09	
2·57	2·58			
	2·53			
	2·54			
	2·53			
M 2·54*	M 2·533*	M 1·10*	M 1·105*	M 1·116*
$E' = 2·310$	$E' = 2·292$			
$\frac{V_i}{V_m} E' = 2·215$	$\frac{V_i}{V_m} E' = 2·198$			
$2(R_m - R_i) = 3,$	$2(R_m - R_i) = 3,$			
$2(A_m - A_i) = 18$	$2(A_m - A_i) = 20$			
$E = 2·185$	$E = 2·168$			

Die Zahlen für die Hartgummi- sowie die für die Metallkugel wurden unmittelbar nacheinander beobachtet. Bei Bildung von E' wurden die der ersten Verticalreihe mit denen der dritten, die der zweiten mit denen der vierten combinirt.

Digitized by Google

Tabelle 14. (Hartgummi mit CS_2 gewaschen.)

Hartgummikugel	Metallkugel	Hartgummikugel	Metallkugel
$2R = 803$	$2R = 803$	$2R = 806$	$2R = 809$
$2A$ 13–15	$2A$ 35—37	$2A$ 16—20	$2A$ 27—29
1·70*	1·43	1·72*	1·40
1·70	1·38	1·72	1·41
1·69	1·40	1·69	1·38
1·66	1·45	1·72	1·43
1·78	1·35	1·68	1·37
1·69	1·37	1·73	1·35
1·76	1·40	1·72	1·37
1·67	1·40	1·70	1·36
1·67	1·40	1·68	
1·70	1·41	1·72	
1·69	1·42	1·72	
1·67	1·40	1·70	
1·68	1·40		
1·70			
1·69			
1·67			
M 1·695*	M 1·40	M 1·708*	M 1·383
$E' = 2·373$		$E' = 2·362$	
$\frac{V_i}{V_m} E' = 2·276$		$\frac{V_i}{V_m} E' = 2·265$	
$2(R_m - R_i) = 0,$		$2(R_m - R_i) = 3,$	
$2(A_m - A_i) = 22$		$2(A_m - A_i) = 10$	
$E = 2·245$		$E = 2·246$	

Digitized by Google

Tabelle 15. (Paraffin.)

Paraffinkugel $2R = 814$		Metallkugel $2R = 821$
$2A$ 10—14	$2A$ 15—17	$2A$ 40—50
2·76*	2·90*	1·27
2·83	2·77	1·26
2·81	2·79	1·28
2·79	2·79	1·28
2·77	2·68	1·28
2·86	2·68	1·28
2·85	2·79	1·26
2·65	2·72	1·26
2·77	2·75	1·30
2·78	2·80	1·27
2·79	2·47	1·24
2·80	2·81	1·28
2·83	2·84	1·28
2·76	M 2·753	1·27
2·76	$E' = 3·502$	M 1·272
2·74	$\frac{V_i}{V_m} E = 3·393$	
2·76	$2(R_m - R_i) = 7,$	
2·60	$2(A_m - A_i) = 29$	
2·79	$E = 3·315$	
2·70		
2·67		
2·60		
2·68		
2·59		
2·68		
M 2·745*		
$E' = 3·491$		
$\frac{V_i}{V_m} E' = 3·382$		
$2(R_m - R_i) = 7,$		
$2(A_m - A_i) = 33$		
$E = 3·296$		

Digitized by Google

Die drei Verticalreihen wurden in derselben Reihenfolge beobachtet, in der sie aufgeschrieben sind. Bei Berechnung von E' wurden sowohl die Zahlen der ersten als auch der zweiten Verticalreihe mit denen der dritten combinirt.

§. 11. Ausführliche Mittheilung der auf den Schwefel bezüglichen Zahlen.

Ich will wieder als Muster in den folgenden Tabellen die zehn ersten Versuche ausführlich mittheilen, welche sowohl mit der Schwefelkugel als auch der dazu gehörigen Metallkugel angestellt wurden. Für jede Drehwage stehen wieder in der ersten Verticalreihe sämmtliche der Reihe nach beobachteten Umkehrpunkte. Je zwei Versuche sind durch eine Horizontallinie getrennt. Die ersten beiden Umkehrpunkte jedes Versuches wurden beobachtet, während die wirkenden Kugeln unelektrisch waren; die aus diesen beiden Umkehrpunkten berechnete doppelte Ruhelage ist denselben rechts (mit $2R$ bezeichnet) beigefügt; nun erst wurden die wirkenden Kugeln alternirend geladen und die drei folgenden Umkehrpunkte beobachtet (die wir mit a, b, c bezeichnen wollen). Denselben ist rechts beigefügt: Erstens die doppelte Ablesung, um welche das Fadenkreuz während derselben schwang (also die Grösse $b+\frac{a+c}{2}$), zweitens die doppelte Ablenkung (also die Grösse $\pm[b+\frac{a+c}{2}-2R]$). Die erstere ist in der Tabelle mit $2B$, die letztere mit $2A$ bezeichnet.

Digitized by Google

Tabelle 16.

Schwefelkugel.

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte		Umkehrpunkte	
	2*R* 813·2	449	2*R* 900
		451	
422·5	2*B* 829·7	423·4	2*B* 873·5
407·5	2*A* 16·5	449·7	2*A* 26·5
422		424·2	
	2*R* 813	452·2	2*R* 900
422	2*B* 829·2	447·8	
407·5	2*A* 16·2	425·5	2*B* 873·5
421·5		448	2*A* 26·5
		425·5	
	2*R* 813	451·1	2*R* 899·9
421·5	2*B* 830·5	448·8	
409·5	2*A* 17·5	424·7	2*B* 871·8
420·5		446·5	2*A* 28·1
		426	
	2*R* 813	447	2*R* 898·3
421	2*B* 827·4	451·3	
406·5	2*A* 14·4	426·3	2*B* 875·3
420·7		449·0	2*A* 23·0
		426·3	
	2*R* 8131	448·2	2*R* 899·2
425·7	2*B* 832·6	451	
407·2	2*A* 19·5	416·4	2*B* 867·1
425		450	2*A* 32·1
		417·8	

Digitized by Google

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehrpunkte		Umkehrpunkte	
		451	2*R* 899·0
	2*R* 813·1	448	
427·5	2*B* 833·5	417·3	2*B* 865·5
406·7	2*A* 20·4	449·3	2*A* 335
426		415·1	
		447·1	
	2*R* 813·5	451·7	2*R* 898·8
425·5	2*B* 832·6	417·4	2*B* 8676
407	2*A* 19·1	450·2	2*A* 31·2
425·7		417·4	
		452·2	2*R* 899·5
	2*R* 813·6	4473	
427	2*B* 834·8	416·5	2*B* 865·4
408·2	2*A* 21·2	448·4	2*A* 34·1
426·3		417·6	
		453·8	2*R* 899·8
	2*R* 814·0	446·0	
427·7	2*B* 836·2	413·2	2*B* 863·3
409	2*B* 22·2	449·2	2*A* 36·5
426·8		415	
		455·9	2*R* 899·9
	2*R* 814·0	444	
427·7	2*B* 835·6	413	2*B* 865·0
408·5	2*A* 21·6	451·1	2*A* 34·9
426·5		414·8	

Digitized by Google

Metallkugel

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehr-punkte		Umkehr-punkte	
		448·7	2*R* 899·5
	2*R* 816	450·8	
444·0	2*B* 855·5	423	2*B* 869·4
410·2	2*A* 39·5	447·8	2*A* 30·1
446·5		490·2	
406·5	2*R* 814·7	450·2	2*R* 898·8
408·2		448·6	
454·2	2*B* 862·4	413·9	2*B* 862·7
408·5	2*A* 47·7	448·9	2*A* 36·1
453·5		413·8	
406·5	2*R* 813·7	451·8	2*R* 898·8
407·2		447	
449·2	2*B* 860·7	416·1	2*B* 863·2
411·5	2*A* 47·0	447·1	2*A* 35·6
449·2		416·1	
	2*R* 814·4	431·3	2*R* 898·9
456		4476	
409·8	2*B* 865·4	411·1	2*B* 860·5
455·2	2*A* 51·0	449·4	2*A* 38·4
		411·1	
406·7	2*R* 814·3	451·7	2*R* 898·7
740		447·0	
459	2*B* 868·3	408·6	2*B* 858·6
408·5	2*A* 54·0	450·9	2*A* 40·1
460·6		406·9	

Digitized by Google

Erste Drehwage		Zweite Drehwage	
Umkehr-punkte		Umkehr-punkte	
	2*R* 814·9	450·0	2*R* 898·5
458·5	2*B* 871·7	448·5	
413·4	2*A* 56·8	411·8	2*B* 855·8
458·0		444·0	2*A* 42·7
		411·8	
	2*R* 815	453·0	2*R* 898·7
463·5	2*B* 872·2	445·7	
408·2	2*A* 57·2	405·8	2*B* 855·4
464·5		450·2	2*A* 43·3
		404·6	
	2*R* 814·6	453·7	2*R* 898·0
4636	2*B* 874·0	444·3	
4099	2*A* 59·4	405·1	2*B* 853·6
4646		449·0	2*A* 44·4
		404·0	
	2*R* 814·2	454·4	2*R* 898·1
468	2*B* 877·6	443·7	
409·5	2*A* 63·4	400·4	2*B* 850·0
468·2		450·0	2*A* 48·1
		399·7	
	2*R* 814	455·0	2*R* 898·0
451·7	2*B* 864·4	443·0	
412·8	2*A* 50·4	414·7	2*B* 860·4
451·5		445·7	2*A* 37·6
		414·7	

Digitized by Google

§. 12. Über zwei an den Werthen von E' anzubringende Correctionen.

Die mit E' bezeichneten Zahlen, welche den Quotienten der Anziehung einer isolirenden Kugel in die einer unter denselben Umständen befindlichen leitenden angeben, bedürfen noch zweier Correctionen. Erstens war das Volum der Metallkugel bei diesen Versuchen nicht genau gleich dem der isolirenden.

Wir werden später sehen, dass die Anziehung direct dem Volum proportional ist. Um also das Verhältniss zu finden, in dem beide Anziehungen gestanden wären, falls die Metallkugel dasselbe Volum, wie die isolirende gehabt hätte, muss die Zahl E' mit dem Volumen V_i der isolirenden Kugel multipliciren und durch das Volumen V_m der Metallkugel dividiren. Folgendes waren die aus dem Gewichtsverluste in destillirtem Wasser berechneten Volumina:

	Volum V_i der isolirten Kugel	Spec.Gewicht der isolir. Kugel	Volum V_m d. dazugehörig. Metallkugel
Schwefel	1·582 CCm.	1·027 CCm.	1·637 CCm.
Hartgummi	1·519	1·171	1·584
Colophonium . . .	1·527	1·076	1·532
Paraffin	1·434	0·912	1·480

In §. 10 sind nach den Werthen von E' jedesmal die von $E'\frac{V_i}{V_m}$ angegeben. An denselben ist noch eine zweite Correction anzubringen, welche daher kommt, dass die Metallkugel, während die Elektricität auf sie wirkte, im allgemeinen nicht genau an derselben Stelle hing, wie die isolirende. Aus den im Dimensionenschema angegebenen Zahlen findet man mit Leichtigkeit, dass sich das Centrum der Kugel L (Fig. 4) dem der Kugel M um 0·02185 Mm. näherte, wenn die erste Drehwage einen Ausschlag von einem Theilstrich zeigte (d. h. wenn sich das im Fernrohre sichtbare Scalenbild um einen Theilstrich (Millimeter) nach der Seite der grösseren Zahlen verschob). Ist R_m die Ruhelage, während die Metallkugel, R_i die, während die isolirende Kugel eingehängt war, und ist ferner A_m die durchschnittliche Ablenkung im ersten, A_i der im zweiten Falle, so war das Scalenbild

Digitized by Google

im Fernrohre, während die Elektricität auf die Metallkugel wirkte, durchschnittlich um $R_m - R_i + A_m - A_i$ Theilstriche nach der Seite der grösseren Zahlen verschoben im Vergleiche mit seiner Lage, während die Elektricität auf die isolirende Kugel wirkte.

Das Centrum der Metallkugel war also dem der wirkenden um $0 \cdot 01255 \, (R_m - R_i + A_m - A_i)$ Mm. näher als das der isolirenden, wenn man die Momente ins Auge fasst, in denen auf beide gewirkt wurde. Nun war die Distanz der Centra der Kugeln L und M nahe 49 Mm. und wir werden im zweiten Theile dieser Abhandlung sehen, dass die Anziehung sowohl der Metall- als auch der isolirenden Kugel der fünften Potenz der Distanz ihres Centrums von dem der wirkenden Kugel verkehrt proportional ist. Es gilt dies in voller Strenge freilich nur, wenn blos die Kugeln aufeinander wirken, während hier auch der elektrisirte Tisch eine kleine Einwirkung ausübte. Allein letztere war, wenn sie auch bei der zweiten Drehwage einen etwas grösseren Werth hatte, bei der ersten, wo sich die beiden Kugeln, die aufeinander wirkten, so nahe standen, sicher verschwindend gegen die Wechselwirkung der Kugeln. Zudem ist ja die Correction, welche wir jetzt anbringen wollen, selbst ausserordentlich klein: ein unbedeutender Fehler bei Bestimmung dieser Correction also jedenfalls einflusslos. Hätte sich also die Metallkugel genau an derselben Stelle wie die isolirende befunden, so hätte sie eine

$$\left[\frac{49}{49 + 0 \cdot 01255 \, (R_m - R_i + A_m - A_i)}\right]^5$$

mal so starke Anziehung erfahren, als sie thatsächlich erfuhr. Um also die durch die Anziehung der isolirenden Kugel dividirte Anziehung E zu erhalten, welche die Metallkugel erfahren hätte, wenn sie genau an derselben Stelle gehängt hätte, muss $E' \frac{V_i}{V_m}$ noch mit

$$\left[\frac{49}{49 + 0 \cdot 01255 \, (R_m - R_i + A_m - A_i)}\right]^5 = 1 - 0 \cdot 00128 \, (R_m - R_i + A_m - A_i)$$

multiplicirt werden. Die in dieser Weise berechneten Werthe von E sind am Schlusse der Tabellen des §. 10 angegeben.

Digitized by Google

§. 13. Beiläufige Schätzung der Menge der überschüssigen Elektricität.

Es ist selbstverständlich, dass trotz der angegebenen Vorsichtsmassregeln bei der alternirenden Ladung der wirkenden Kugeln die Menge der wirkenden positiven Elektricität nicht absolut gleich war der Menge der wirkenden negativen. Ich stellte daher Versuche an, um wenigstens beiläufig schätzen zu können, um wie viel die eine Menge die andere übertraf, was ich immer den Elektricitätsüberschuss nennen will. Derselbe könnte einen doppelten schädlichen Einfluss haben. Erstens wirkt er auf die Elektricitätsmenge, welche vor Anstellung des Versuches schon auf der in der ersten Drehwage hängenden Kugel vorhanden war (ich werde in der Anmerkung zu diesem Paragraph zeigen, dass diese Wirkung jedenfalls verschwindend war); zweitens erzeugte er ebenfalls eine dielektrische Polarisation, wovon zu Ende dieses Paragraphs die Rede sein wird.

Um diesen Elektricitätsüberschuss zu bestimmen, verfuhr ich folgendermassen: Ich hängte in die erste Drehwage eine Metallkugel ein; ihre reducirte Anziehung betrug, wenn sie ungeladen war, etwa 1·4. Nun lud ich sie ziemlich stark mit positiver Elektricität. Wurden jetzt die wirkenden Kugeln dauernd negativ geladen, so zeigte die erste Drehwage die doppelte Ablenkung 323, die zweite aber 11·2; die reducirte Anziehung war also 29. Lud ich dagegen die wirkenden Kugeln positiv, so zeigte die erste Drehwage die doppelte Ablenkung 5·34 nach der entgegengesetzten Seite, während die zweite die doppelte Ablenkung 214 zeigte. Die reducirte Anziehung war also 25. Die in der ersten Drehwage hängende Kugel war also mit einer solchen Elektricitätsmenge geladen, dass sie durchschnittlich 27mal so stark abgelenkt war, als die in der ersten Drehwage hängende [1]. Nun lud ich die wirkenden Kugeln, ganz nach der-

[1] Diese Elektricitätsmenge lässt sich mittelst der in den §§. 6 und 7 mitgetheilten Versuchen mit derjenigen vergleichen, welche bei den übrigen Versuchen gewöhnlich vor Anstellung des Versuches auf der Kugel der ersten Drehwage vorhanden war. Aus denselben folgt nämlich, dass die Wirkung der Elektricität der wirkenden Kugeln auf die letztere Elektricitätsmenge höchstens den reducirten Ausschlag 0·1 hervorgebracht

Digitized by Google

selben Methode, welche bei allen im §. 10 beschriebenen Versuchen angewendet wurde, alternirend und erhielt die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Ablenkungen.

Tabelle 17.

Erste Drehwage.	Zweite Drehwage. Beobachtet	Zweite Drehwage. Berechnet
21·6	25·0	30·2
21·4	16·5	30·2
22·8	14·0	31·9
21·6	23·5	30·2
21·0	33·0	29·4
20·9	26·5	29·3
21·1	31·5	29·5.

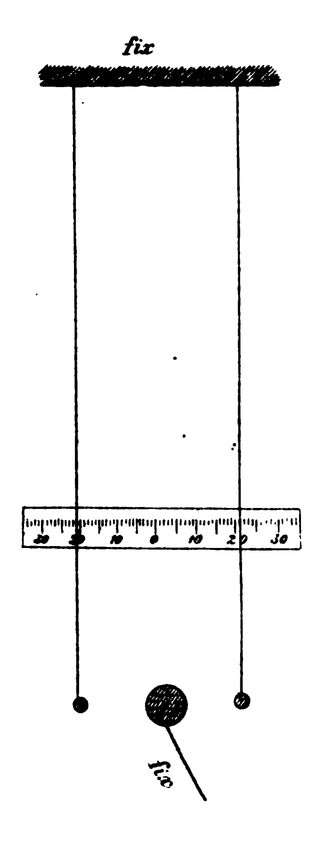
Wäre die Kugel, die in der ersten Drehwage hing, unelektrisch gewesen, so wäre ihre reducirte Anziehung 1·4 gewesen; sie hätte also die in der letzten Columne zusammengestellten doppelten Ablenkungen erfahren. Die Differenzen der Zahlen der vorletzten und letzten Columne rühren also von der Wirkung der überschüssigen Elektricität auf diejenige Elektricität her, mit welcher die Kugel der ersten Drehwage geladen war. Trotz der enormen Grösse der letzteren sind diese Differenzen mässig gross. Wie ich bereits in der Anmerkung zeigte, folgt hieraus, dass der Elektricitätsüberschuss bei denjenigen Substanzen, welche keine erhebliche dielektrische Nachwirkung zeigen, also vor allen beim Schwefel, ohne Schaden ist. Doch schien dieser Überschuss periodisch hin und her zu schwanken, was offenbar mit der periodischen Drehung der Influenzmaschine zusammen-

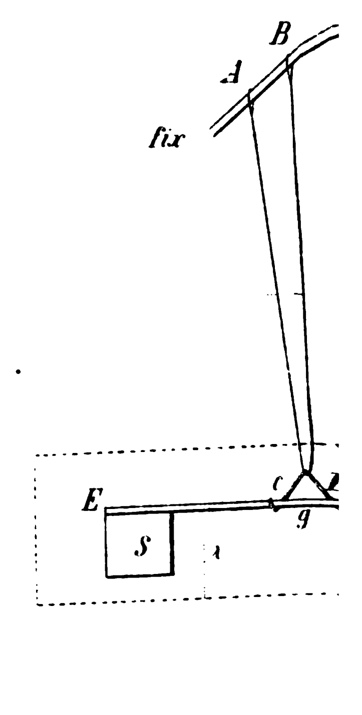
---

hätte; dass also die erstere Elektricitätsmenge etwa 270mal so gross, als die letztere war. Die Fehler, welche durch die Wirkung der bei der alternirenden Ladung überschüssigen Elektricität auf die letztere Elektricitätsmenge bewirkt wurden, mussten also etwa 270mal kleiner sein als die vermöge der Wirkung auf die erstere, d. h. als die Differenzen der zweiten und dritten Columne der Tabelle 17. Sie mussten also ganz verschwinden. Es war durchaus kein Grund vorhanden, wesshalb bei den Versuchen mit alternirender Ladung wesentlich mehr Elektricität auf der Kugel der ersten Drehwage gewesen sein sollte, als bei den in den §§. 6 und 7 beschriebenen.

Digitized by Google

L. Boltzmann, Experimental-Untersuchung über die elektrostatische I





M. Finsterbacher lith.

Digitized by Google

Schl
zur
füh

Z

h
f

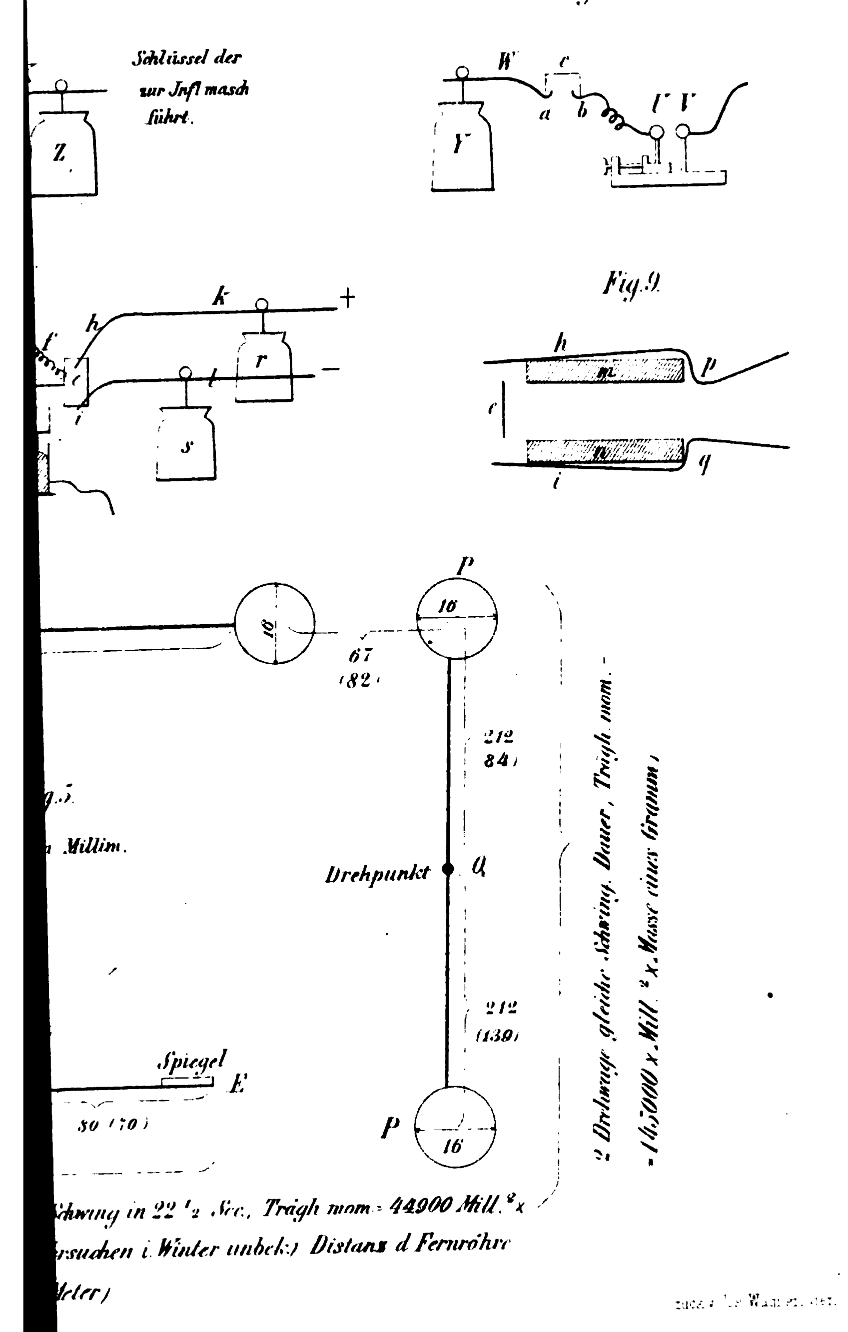
g. 5.

Millim.

30 70

Schwing in
rsuchen
lter)

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

hängt. In Folge dessen könnte bei den Substanzen mit dielektrischer Nachwirkung die Grösse E etwas fehlerhaft erhalten werden.

Ich fand übrigens seitdem eine weit bessere Methode, diesen Elektricitäts-Überschuss zu prüfen, nämlich: durch gleichzeitige Einschaltung eines stark geladenen Elektrometers. Nach dieser Methode hoffe ich demnächst eingehendere Untersuchungen hierüber anstellen zu können.

Digitized by Google

XXI. SITZUNG VOM 24. JULI 1873.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über die Monochlorcitraconsäure" und vorläufige Mittheilung „Über eine aus Citraconsäure entstehende Trichlorbuttersäure", beide vom Herrn Prof. Dr. J. Gottlieb in Graz.

„Über den Widerstand einer Kreisscheibe bei verschiedener Lage der Elektroden", vom Herrn Karl Domalip, Assistenten für Physik am deutschen Polytechnikum in Prag.

„Studien zur Physiologie des Herzens und der Blutgefässe. III. Abhandlung: „Über die directe elektrische Reizung des Säugethierherzens", vom Herrn Dr. Sigmund Mayer, Assistenten am physiolog. Institute an der Universität zu Prag.

„Experimentaluntersuchung über die elektrostatische Fernwirkung dielektrischer Körper", vom Herrn Prof. Dr. L. Boltzmann in Graz.

„Analoga zum Doppelstrom der Erd-Elektricität", vom Herrn Jos. Kregau in Görz.

Herr Prof. Dr. Ed. Suess legt eine Abhandlung: „Über den Aufbau der mitteleuropäischen Hochgebirge" vor.

Herr Hofrath Dr. H. Hlasiwetz überreicht zwei Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium der Universität Innsbruck, und zwar: 18. „Über ein Condensationsproduct aus der Oxybenzoësäure", von den Herren L. Barth und C. Senhofer; 19. „Über Phenoltrisulfosäure", vom Herrn C. Senhofer.

Herr Regierungsrath Dr. K. v. Littrow macht eine Mittheilung über die bisher gelungenen Positionen des am 3. Juli vom Herrn W. Tempel in Mailand entdeckten Kometen.

Digitized by Google

Herr Prof. Dr. Ad. Lieben aus Prag übergibt eine Abhandlung „über die aus roher Gährungsbuttersäure abgeschiedene Capronsäure", nebst einer Note des Herrn Kottal „über die mit Hilfe dieser Säure bereiteten Salze".

Herr Dr. K. Heitzmann überreicht die fünfte und letzte seiner „Untersuchungen über das Protoplasma", betitelt: „die Entzündung der Beinhaut, des Knochens und des Knorpels".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte der mathem.-physik. Classe. 1873. Heft. I. München; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigenblatt). 11. Jahrgang, Nr. 21. Wien, 1873; 8°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XLVII•, Nr. 186. Genève, Lausanne, Paris, 1873; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nr. 1. Paris, 1873; 4°.

Cooke, M. C., Handbook of British Fungi. London & New-York, 1871; 8°.

Gesellschaft der Künste und Wissenschaften, Provinzial Utrecht'sche: Verslag. 1872. Utrecht; 8°. — Aanteekeningen. 1871 & 1872. Utrecht; 8°. — De Spectatoriale Geschriften van 1741—1800. Door J. Hartog. (Gekrönte Preisschrift.) Utrecht, 1872; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 29. Wien, 1873; 4°.

Instituut, k. Nederlandsch meteorogisch: Nederlandsch meteorologisch Jaarboek voor 1868. II. Deel; voor 1872, I. Deel. Utrecht, 1872; Quer-4°. — Suggestions on a Uniform System of Meteorological Observations. Utrecht, 1872; gr. 8°.

Isis: Sitzungsberichte. Jahrgang 1873, Nr. 1—3. Dresden; 8°.

Lotos. XXIII. Jahrgang, Mai & Juni 1873. Prag; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 19. Band, 1873. Heft VII. Gotha; 4°.

Museum Francisco-Carolinum: XXX. Bericht. Linz, 1871; 8°.

Digitized by Google

Nature. Nr. 194, Vol. VIII. London, 1873; 4°.

Peabody Institute: VI[th] Annual Report. 1873. Baltimore; 8°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Verhandlungen. Jahrgang 1873, Nr. 8. Wien; 4°.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. III[e] Année, 2[e] Série, Nr. 3. Paris, 1873; 4°.

Société Botanique de France: Bulletin. Tome XIX[e]. 1872. Comptes rendus 4. Paris; 8°.

— des Ingénieurs civils: Séances du 24 Janvier; 7 et 21 Février; 7 et 21 Mars; 4 et 18 Avril; 2 et 26 Mai; 6 et 27 Juin 1873. Paris; 8°.

— Hollandaise des Sciences à Harlem: Archives Néerlandaises des Sciences exactes et naturelles. Tome VII, 4[e]—5[e] Livraisons. La Haye, Bruxelles, Paris, Leipzig, Londres & New York, 1872; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 29. Wien, 1873; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXV. Jahrgang, 9. Heft. Wien, 1873; 4°.

Digitized by Google

Über die Monochlorcitraconsäure.

Von dem w. M. Dr. **J. Gottlieb.**

Im Verfolge meiner Untersuchungen über die Entstehung und Eigenschaften der Monochlorcitramalsäure (s. diese Berichte Bd. 44, II. Abtheilung, S. 225) habe ich mich auch mit der dort erwähnten Monochlorcitraconsäure beschäftigt, über deren Eigenschaften ich im Folgenden berichte.

Sie bildet sich reichlich beim Erhitzen der Monochlorcitramalsäure, indem diese in Wasser und Monochlorcitraconsäure-Anhydrid zerfällt ($C_5H_7ClO_5 = C_5H_3ClO_3 + 2H_2O$), doch verläuft dieser Vorgang nicht, ohne dass, wenn auch nur in geringer Menge, verschiedene Nebenproducte entstehen. Die in der oben citirten Abhandlung erwähnte Methode, die Säure aus dem Abdampfungsrückstande der durch Behandlung der Citraconsäure mit Chlorwasserstoff und chlorsaurem Kalium oder Königswasser gewonnenen Monochlorcitramalsäure zu bereiten, liefert nur eine geringe Ausbeute.

Behufs der Darstellung aus deutlich krystallisirter, farbloser Monochlorcitramalsäure erwärmte ich diese, gröblich gepulvert, in Partien von 20—30 Gr. mittelst eines Luftbades in Glasretorten. Diese waren durch einen, nicht vollkommen schliessenden Kork mit einer Vorlage verbunden, welche nicht gekühlt zu werden brauchte, und worin sich hauptsächlich das bei der Zerlegung bildende Wasser ansammelte. Die sublimirte Säure verdichtete sich fast vollständig in dem Halse der Retorte in Gestalt von farblosen, breiten Krystallblättern und dichten krystallinischen Krusten, welche, sobald sie sich reichlich angesammelt hatten, herausgeschafft wurden, was ich so oft wiederholte, bis der Rückstand eine dunkelbraune, glasige Masse

Digitized by Google

bildete, deren Menge übrigens immer unbedeutend war. Dabei ging mit der Monochlorcitraconsäure stets eine, wie es scheint flüssige, jedenfalls aber nambaft flüchtigere Substanz über, welche sich durch einen, die Nasenschleimhäute ausserordentlich heftig afficirenden Geruch auszeichnet, während als fester Gemengtheil des Sublimates immer noch merkliche Mengen von unzerlegt verflüchtigter Monochlorcitramalsäure angetroffen wurden.

Behufs der Reinigung dieses Rohproductes wurde dasselbe zunächst durch etwa eine Stunde der Luft ausgesetzt, wobei sich neben etwas Wasser auch ein guter Theil des erwähnten stark riechenden Körpers verflüchtigte, worauf der Rückstand durch Sublimation bei möglichst niedriger Temperatur (etwa 60° C.) zunächst von der beigemengten Monochlorcitramalsäure befreit wurde, welche ich bei einer folgenden Operation in Monochlorcitraconsäure umwandelte. Durch eine zweite Sublimation, während welcher der letzte Rest der übelriechenden Substanz entwich, konnte die Säure völlig rein erhalten werden.

So hergestellt, bildet das Monochlorcitraconsäure-Anhydrid grössere, glänzende, farblose Krystallblättchen, welche einen angenehmen, aromatischen Geruch verbreiten und an der Luft allmälig verschwinden. Sein Dampf afficirt die Nasenschleimhäute heftig. Der Schmelzpunkt desselben liegt genau bei 100° C., während es sich schon bei merklich niederer Temperatur, ohne zu schmelzen, sublimiren lässt. Weingeist und Äther lösen es sehr leicht und reichlich; mit kaltem Wasser in Berührung scheint es anfänglich darin unlöslich zu sein, nach einiger Zeit verschwindet es aber vollkommen, indem sich offenbar das Hydrat bildet, was sehr schnell eintritt, sobald man das Wasser erwärmt.

Ich habe mich vergeblich bemüht, das Hydrat zu isoliren. Beim Verdunsten seiner wässerigen Lösung verflüchtigt es sich, selbst in sehr kühlen Räumen, mit dem Wasser fast vollständig und es bleibt schliesslich nur eine sehr geringe Menge von Anhydrid zurück. Ferner habe ich eine grössere Menge von dem unten beschriebenen Baryumsalze mit mässig verdünnter Schwefelsäure zerlegt, das Filtrat mit Äther ausgeschüttelt und den Äther verdunsten gelassen, wobei ich zunächst eine ölige

Digitized by Google

Flüssigkeit erhielt, die bei Berührung mit einem Platindrahte sofort zu einer weichen, schuppigen Krystallmasse erstarrte, welche, zwischen Filtrirpapier gepresst und über Schwefelsäure getrocknet, bei einer Chlorbestimmung (s. unten) sich als reines Anhydrid erwies.

Die Zusammensetzung dieses über Schwefelsäure getrockneten Anhydrides ergibt sich aus folgenden analytischen Daten.

I. 0·354 Gr. Substanz gaben, mit chromsaurem Blei verbrannt, 0·5284 Gr. Kohlensäure und 0·0753 Gr. Wasser.

II. Bei einer Chlorbestimmung mittelst Kalk lieferten 0·620 Gr. Substanz 0·6003 Gr. Chlorsilber und 0·0044 Gr. Silber.

III. Bei einer Chlorbestimmung mit Natriumamalgam lieferten 0·3077 Gr. Substanz 0·2976 Chlorsilber und 0·0024 Silber.

Die Analyse I wurde mit Substanz ausgeführt, welche in der oben angedeuteten Weise durch Behandlung von Citraconsäure mit Chlorwasserstoff und chlorsaurem Kalium u. s. w. gewonnen wurde. Die beiden Chlorbestimmungen beziehen sich auf direct aus reiner Monochlorcitramalsäure gewonnenes Anhydrid, von welchem II in der angegebenen Weise aus dem Baryumsalze abgeschieden war. Aus obigen Zahlen ergibt sich folgende procentische Zusammensetzung.

Berechnet nach der Formel $C_5H_3ClO_3$		gefunden I.	II.	III.
C 60	40·94	40·71	—	—
H 3	2·06	2·36	—	—
Cl 35·5	24·24	—	24·18	24.21
O 48	32·76	—	—	—
146·5	100·00			

Der Charakter dieser Säure erinnert in hohem Grade an jenen der Monobromcitraconsäure, welche Kekulé (Annalen der Chemie und Pharmacie Supplementb. I, S. 103) bei anhaltendem Erwärmen von Citraconsäure-Anhydrid mit Brom erhielt und welche wohl identisch ist mit der von K. H. Lagermark

Digitized by Google

(Zeitschr. für Chemie. Neue Folge Bd. VI, S. 299) durch Erwärmen von Brenzweinsäure mit Brom neben anderen Producten gewonnenen Monobromcitraconsäure, obgleich Lagermark ihren Schmelzpunkt um 3° C. höher angibt als Kekulé. Diese Säure scheint gleich der Monochlorcitraconsäure im starren Zustande nur als Anhydrid existiren zu können und liefert mit Baryum ein schwerlösliches Salz, sowie mit Wasserstoff im Entstehungszustande Brenzweinsäure, wie dies auch bei der Monochlorcitraconsäure der Fall ist, worüber ich unten Näheres mittheilen werde.

Die löslichen Salze der Monochlorcitraconsäure lassen sich ohne Schwierigkeit durch die Einwirkung der gelösten Säure auf die betreffenden Basen oder deren kohlensaure Salze, die schwerlöslichen durch Doppelzersetzung bereiten und erleiden beim Erwärmen, an sich sowie in Lösung, keinerlei Zerlegung. Unter denselben ist

Monochlorcitraconsaures Baryum

wegen seiner Fähigkeit, deutlich zu krystallisiren, besonders hervorzuheben und habe ich es deshalb auch einer eingehenden Untersuchung unterzogen, wobei ich namentlich den etwas ungewöhnlichen Gehalt an Krystallwasser durch oft wiederholte Versuche mit Substanzen von verschiedener Bereitung constatirte. Das Salz ist in Wasser ziemlich schwer löslich, so dass es beim Mischen von nicht allzuverdünnten Lösungen eines Baryumsalzes mit monochlorcitraconsaurem Natrium oder Ammonium als ein krystallinischer Niederschlag erhalten werden kann. Weingeist nimmt nur sehr wenig davon auf. Ich bereitete es durch Sättigen einer verdünnten Lösung der Säure mit Baryumcarbonat, wonach ich das Filtrat entweder dem freiwilligen Verdunsten überliess oder, mit Weingeist vorsichtig überschichtet, einige Zeit ruhig stehen liess. Durch letzteres Verfahren erhält man deutlichere, obwohl etwas kleinere Krystalle, als beim Verdunsten, in beiden Fällen aber von völlig gleicher Zusammensetzung.

Die folgenden Bestimmungen beziehen sich auf Salz, welches aus mittelst Salzsäure und chlorsaurem Kalium (s. oben) bereitetem Anhydrid hergestellt und durch Überschichten mit

Digitized by Google

Weingeist zum Krystallisiren gebracht worden war. Es wurde bei 100° C. im Luftstrome getrocknet.

I. 1·3443 Gr. Substanz verloren 0·2275 Gr. Wasser
II. 1·7552 „ „ „ 0·3124 „ „
III. 1·5975 „ „ gaben 0·2758 „ „ ab.

Danach enthalten die Krystalle auf zwei Moleküle des Salzes sieben Moleküle Krystallwasser, wie aus folgender Vergleichung der gefundenen Procente Wasser mit den berechneten hervorgeht.

In 100 Theilen:

Berechnet nach der Formel $2(C_5H_3ClO_4Ba)+7H_2O$	I.	II.	III.
Salz 82·63 ...	—	—	—
Wasser 17·37 ...	16·93	17·70	17·32
100·00			

Die Analyse des krystallisirten Salzes ergab folgende Resultate:

IV. 0·890 Gr. Substanz hinterliessen beim Eindampfen mit Schwefelsäure und Glühen des Rückstandes 0·574 Gr. schwefelsaures Baryum.

V. 0·8865 Gr. Substanz gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·5285 Gr. Kohlensäure und 0·232 Gr. Wasser.

VI. 0·7651 Gr. Substanz gaben bei der Chlorbestimmung mit Kalk 0·2885 Gr. Chlorsilber und 0·0185 Gr. Silber.

Daraus ergibt sich folgende Zusammensetzung für 100 Theile:

Berechnet		IV.	V.	V.
C 10	16·55	—	16·25	—
H 20	2·76	—	2·90	—
Cl 2	9·79	—	—	10·11
O 15	33·11	—	—	—
Ba 2	37·79	37·92	—	—
	100·00			

Die Analyse des bei 100° C. getrockneten Salzes führte zu folgenden Zahlen:

Digitized by Google

VII. 1·3217 Gr. Substanz gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·952 Gr. Kohlensäure und 0·149 Gr. Wasser.

VIII. 1·4428 Gr. Substanz hinterliessen beim Eindampfen mit Schwefelsäure und Glühen des Rückstandes 1·121 Gr. schwefelsaures Baryum.

Dies führt zu der Formel $C_5H_3ClO_4Ba$.

	Berechnet	Gefunden in 100 Theilen. VII.	VIII.
C	20·03	19·65	—
H	1·00	1 25	—
Cl	11·85	—	—
O	21·38	—	—
Ba	45·74	—	45·68
	100·00		

Bezüglich des Baryumsalzes, welches mittelst aus reiner Monochlorcitramalsäure gewonnener Säure bereitet wurde, habe ich mich mit wenigen Bestimmungen begnügt:

I. 0·784 Gr. des lufttrockenen Salzes verloren bei 100° C. 0·1316 Gr. Wasser, entsprechend 16·79 Procenten.

II. 1·9047 Gr. des bei 100° ohne Anwendung eines Luftstromes getrockneten Salzes gaben 1·4708 Gr. schwefelsaures Baryum, entsprechend 45·41 Procenten Baryum.

III. 0·651 Gr. eines wie oben getrockneten Salzes von einer zweiten Bereitung gaben 0·5038 Gr. schwefelsaures Baryum, entsprechend 45·50 Procenten.

Behandelt man das neutrale Salz mit überschüssiger gelöster Monochlorcitraconsäure, so verschwindet es bald und aus der Flüssigkeit scheiden sich beim Verdunsten in gelinder Wärme feine, lange, seidenglänzende Nadeln des sauren Salzes ab.

Monochlorcitraconsaures Natrium

ist in Wasser ungemein leicht löslich und lässt sich nur aus concentrirten Lösungen in feinen durcheinandergewirrten Nadeln krystallisirt erhalten. Ein Gleiches gilt auch von dem Ammoniumsalze.

Digitized by Google

Monochlorcitraconsaures Silber.

Die neutrale Verbindung ist in kaltem Wasser schwer, in heissem dagegen ziemlich leicht löslich und scheidet sich daraus in kleinen, farblosen dendritischen Krystallen ab. Wenn man eine kalte Lösung desselben verdunsten lässt, so entstehen kleine, wohlausgebildete, durchsichtige Krystalle, welche sich jedoch wegen ihrer geringen Dimensionen zu krystallographischen Bestimmungen kaum eignen.

Durch Fällen von salpetersaurem Silber mit dem Ammonium- oder Baryumsalze der Säure erhält man die Silberverbindung als einen weissen lockeren Niederschlag. Das Salz enthält kein Wasser und lässt sich bei 100° C. leicht und rasch trocknen. Am Lichte und in der Wärme färbt es sich nur wenig.

Seine Zusammensetzung ergibt sich aus folgenden analytischen Daten:

I. 0·4025 Gr. Substanz lieferten beim Eindampfen mit Salzsäure und Schmelzen des Rückstandes 0·3065 Chlorsilber.
II. Aus 0·3937 Grm. Substanz wurden wie bei I. 0·2979 Gr. Chlorsilber erhalten.
III. 0·9472 Gr. Substanz, mit chromsaurem Blei verbrannt, gaben 0·5617 Gr. Kohlensäure und 0·0815 Gr. Wasser.
IV. 0·6634 Gr. Substanz, wie oben verbrannt, gaben 0.390 Gr. Kohlensäure und 0·0593 Gr. Wasser.
V. 0·6051 Gr. Substanz lieferten, wie oben verbrannt, 0·3454 Gr. Kohlensäure und 0·0485 Gr. Wasser.
VI. Bei der Bestimmung des Chlors wurden aus 0·5192 Gr. Substanz 0·1765 Gr. Chlorsilber und 0·015 Gr. Silber erhalten.

Zu den Bestimmungen I, II und III diente durch Fällen von Silbernitrat mit Ammoniumsalz bereitetes, amorphes Salz. Zu IV wurde selbes mittelst Baryumsalz hergestellt. Die dabei verwendete Säure war durch Vermittlung von Salzsäure und chlorsaurem Kalium (s. o.) gewonnen worden. Die Bestimmungen II und V beziehen sich auf aus heissem Wasser krystallisirtes Salz, dessen Säure aus reiner Monochlorcitramalsäure hergestellt war.

Digitized by Google

Aus den obigen Zahlen ergibt sich die Zusammensetzung des chlorcitraconsauren Silbers für 100 Theile:

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Mittel	Berechnet nach der Formel: $C_5H_3ClO_4Ag_2$
C ...	—	—	16·17	16·03	15·57	—	15·92	15·85
H ...	—	—	0·95	0·99	0·89	—	0·91	0·79
Cl ...	—	—	—	—	—	9·35	9·35	9·38
O ...	—	—	—	—	—	—	—	16·79
Ag ..	57·31	56·95	—	—	—	—	57.13	57·19
								100·00

Saures monochlorcitraconsaures Silber.

Durch Behandlung des neutralen Salzes mit überschüssiger, wässeriger Lösung von Monochlorcitraconsäure in mässiger Wärme wird ersteres gelöst und beim Erkalten oder Verdunsten scheiden sich farblose, glänzende kleine Prismen des sauren Salzes ab, welche in kaltem und warmem Wasser leichter löslich sind, als die neutrale Verbindung und sich in der Wärme und im Lichte nur wenig bräunlich färben. Ich habe dieses Salz übrigens auch erhalten, indem ich salpetersaures Silber mit viel überschüssiger Lösung der Säure versetzte und die Flüssigkeit in sehr gelinder Wärme verdunsten liess. Nach dem ersten Verfahren wurden die Salze I und II, nach dem zweiten das Salz III bereitet. Die folgenden Bestimmungen beziehen sich auf bei 100° C. getrocknete Substanz.

I. 0·3332 Gr. hinterliessen bei Behandlung mit Salzsäure 0·1763 Gr. Chlorsilber.

II. 0·4785 Gr. gaben bei der Chlorbestimmung mittelst Natriumamalgam 0·2488 Gr. Chlorsilber und 0·0022 Gr. Silber.

III. 0·349 Gr. gaben bei der Behandlung mit Salzsäure 0·1855 Gr. Chlorsilber.

Das Salz enthielt demnach in 100 Theilen:

Berechnet nach der Formel $C_5H_4ClO_4Ag$	I.	II.	III.
Chlor 13·07	—	13·02	—
Silber 39·78	39·82	—	40·00

Digitized by Google

Monochlorcitraconsaures Blei.

Diese Verbindung kann am bequemsten durch Fällen von salpetersaurem Blei mit Natrium- oder Ammoniumsalz und Waschen mit heissem Wasser bereitet werden. Sie ist ein weisses, unkrystallinisches Pulver, welches sich in kaltem und warmem Wasser nur wenig löst.

Die Analyse derselben, wobei das Salz bei 100° C. getrocknet war, führte zu folgenden Resultaten:

I. 0·5187 Gr. gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·3094 Grm. Kohlensäure und 0·0505 Wasser.

II. 0·5328 Gr. hinterliessen beim Erhitzen mit überschüssiger Schwefelsäure und Glühen des Rückstandes 0·4357 Gr. schwefelsaures Blei.

III. 0·3488 Gr. lieferten, mit Natriumamalgam behandelt, 0·2128 Gr. Chlorsilber und 0·0028 Grm. Silber.

Das Salz enthält somit in 100 Theilen:

Berechnet nach der Formel $C_5H_3ClO_4Pb$		I.	II.	III.
C	16·23	16·26	—	—
H	0·81	1·08	—	—
Ce	9·61	—	—	9·56
O	17·33	—	—	—
Pb	56·02	—	55·87	—
	100·00			

Es war vorauszusehen, dass die Monochlorcitraconsäure durch die Wirkung von Wasserstoff im Entstehungsmomente in Brenzweinsäure übergeführt wird, was der Versuch auch vollkommen bestätigte.

Die wässerige Lösung der Säure, mit Zinkstreifen und Salzsäure in Berührung gebracht, verändert sich ziemlich rasch in erwähntem Sinne. Ich habe die so gewonnene Lösung von Brenzweinsäure zunächst mit Kupfervitriol versetzt und das nach einigen Tagen sehr vollständig abgeschiedene brenzweinsaure Kupfer nach sorgfältigem Waschen mit Schwefelwasserstoff

Digitized by Google

zerlegt. Die vom Schwefelkupfer abfiltrirte Flüssigkeit wurde anhaltend zum Sieden erhitzt und hierauf im Wasserbade zur Trockne eingedampft. Durch Behandlung des Rückstandes mit Äther, Filtriren und Lösen des beim Abdestilliren des Äthers gewonnenen Rückstandes in Wasser, wobei sehr geringe Quantitäten eines gelblich gefärbten Körpers zurückblieben, erhielt ich die Säure nach dem Verdunsten des Wassers in völlig farblosen Krystallen, welche hinsichtlich ihrer äusseren Eigenschaften ganz mit den aus Weinsäure gewonnenen übereinstimmten.

Ich habe sie diesfalls mit einer aus Weinsäure erhaltenen Brenzweinsäure, welche im Laboratorium des Herrn Professors Dr. H. Hlasiwetz bereitet worden war und von der Prof. Hlasiwetz mir eine Probe zu überlassen die Güte hatte, verglichen und dabei keinerlei Unterschied beobachten können. Ich muss ausdrücklich hervorheben, dass ich die zur Vergleichung benützte Säure, welche noch nicht völlig rein war, in ähnlicher Weise behandelte wie das von mir aus Monochlorcitraconsäure erhaltene Produkt, indem ich die filtrirte wässerige Lösung mit essigsaurem Kupfer, welchem eine geringe Menge Essigsäure zugesetzt war, im Überschusse mengte, nach drei Tagen den entstandenen Niederschlag abfiltrirte, sehr sorgfältig wusch und die Säure dann noch, wie oben angegeben, aus Äther und Wasser krystallisiren liess.

Den Schmelzpunkt beider Säuren fand ich genau bei 112° C., was nahe mit jenem stimmt, welchen Kekulé für die unmittelbar aus Citraconsäure gewonnene Brenzweinsäure bei 114° C. fand. (Annalen der Chemie und Pharmacie, Supplementband I, S. 95.)

Andererseits stimmen die Angaben der Chemiker, welche sich mit dieser Säure beschäftigt haben, keineswegs in allen Punkten überein, was besonders von jenen gilt, welche sich auf Brenzweinsäure beziehen, die in unvollkommener Weise oder nach verschiedenen, wohl zum Theil ungenügenden Methoden gereinigt wurde.

Behufs der Analyse trocknete ich Krystalle der Säure bei 100° C., wie dies auch Hlasiwetz und Barth mit jener Brenzweinsäure gethan, welche sie neben anderen Producten durch Schmelzen von Gummigutt mit Kaliumhydrat gewonnen

Digitized by Google

hatten. (Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 138, S. 74.) Sie äussern sich nicht näher, wie lange sie das Trocknen fortgesetzt haben. Ich beobachtete aber dabei eine constante, gleichmässige Abnahme des Gewichtes, indem 0·5888 Gr. Substanz während 12 Tagen, bei einer 8stündigen Dauer des Trocknens täglich, regelmässig je 8—9 Milligramme an Gewicht verloren, so dass dieser Verlust endlich über 13 Procente betrug und gewiss zum geringeren Theile von anhängendem Wasser, sondern hauptsächlich vom langsamen Verdampfen des Hydrates herrührte.

Die Analyse der so behandelten Säure, deren weiteres Erwärmen ich endlich aufgab, führte zu den für das trockene Hydrat erforderlichen Zahlen:

0·3049 Gr. Substanz gaben, mit chromsaurem Blei verbrannt, 0·5064 Gr. Kohlensäure und 0·1687 Gr. Wasser, daher in 100 Theilen

€....45·30, während die Formel $€_5H_8\Theta_4$: €....45·45 verlangt.
H.... 6·15 H.... 6·06

Ich habe mehrere Salze der Brenzweinsäure, welche einigermassen charakteristisch sind, mittelst der aus Monochlorcitraconsäure gewonnenen dargestellt und untersucht, um etwaige Unterschiede, welche zwischen dieser und der aus Weinsäure bereiteten Substanz obwalten, beobachten zu können, doch bis auf wenige, im Ganzen unbedeutende Verschiedenheiten nichts wahrgenommen, was zur Annahme berechtigen würde, dass meine Säure eine andere als die gewöhnliche Brenzweinsäure sei.

Brenzweinsaures Silber

stellte ich wiederholt durch Fällen von salpetersaurem Silber mit verschiedenen löslichen Salzen als einen gegen Licht nicht sehr empfindlichen Niederschlag her, welcher, abfiltrirt und in heissem Wasser gelöst, beim Erkalten kleine, dendritische Krystalle des Salzes liefert. Diese färben sich am Lichte sowie bei 100° C. träge bräunlich-violett, ohne eine merkliche Zersetzung zu erleiden, fühlen sich sehr weich an und zersetzen sich beim raschen Erhitzen mit einer lebhaften Verpuffung.

Digitized by Google

Die Analyse des Salzes führte zu folgenden Resultaten:

I. 0·222 Gr. Substanz hinterliessen beim Eindampfen mit Salzsäure 0·1848 Gr. Chlorsilber.

II. 0·6855 Gr. Substanz gaben beim vorsichtigen Erhitzen 0·428 Gr. Silber.

III. 0·5855 Gr. Substanz gaben beim Erhitzen 0·365 Gr. Silber.

IV. 0·4976 Gr. Substanz hinterliessen 0·3095 Gr. Silber.

V. 0·5248 Gr. Substanz gaben 0·327 Gr. Silber.

VI. 0·2397 Gr. Substanz hinterliessen 0·149 Gr. Silber.

Es wurden demnach gefunden in 100 Theilen

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Mittel
Ag....	62·65	62·43	62·24	62·19	62·31	62·16	62·33

VII. 0·5447 Gr. Substanz gaben, mit Kupferoxyd verbrannt, 0·349 Gr. Kohlensäure und 0·0915 Gr. Wasser.

VIII. 0·2705 Gr. Substanz gaben, mit Kupferoxyd verbrannt, 0·1685 Gr. Kohlensäure und 0·0525 Gr. Wasser.

Aus diesen Zahlen ergibt sich die Zusammensetzung des Silbersatzes in 100 Theilen:

Berechnet nach $C_5H_6O_4Ag_2$		VII.	VIII.	Mittel
C	17·34	17·47	16·99	17·23
H	1·73	1·86	2·15	2·00
O	18·50	—	—	—
Ag	62·43	—	—	62·33
	100·00			

Die zu diesen Analysen verwendeten Substanzen wurden sämmtlich bei 100° C. getrocknet.

Brenzweinsaures Baryum

bereitete ich durch Sieden von gelöstem Säurehydrat mit kohlensaurem Baryum, bis jede Spur einer sauren Reaction verschwunden war. Durch Verdunsten des Filtrates in mässiger Wärme erhielt ich das Salz immer nur als ein feines, glänzendes Pulver, welches aber unter dem Mikroskop, selbst bei bedeutender Vergrösserung, keine Spur von Krystallisation verrieth, sondern das Aussehen einer unregelmässigen, splitterigen Masse hatte. Beim

Digitized by Google

Verdunsten in gewöhnlicher Temperatur beobachtete ich allerdings einige Male ein krystallinisch-strahliges Gefüge, doch auch in diesem Falle gelang es mir nicht, beim Herausnehmen etwas Anderes als Bruchstücke zu erhalten, welche sich unter dem Mikroskope eben so unkrystallinisch darstellten, wie das oben erwähnte Pulver. Arppe, welcher die Brenzweinsäure-Salze am eingehendsten untersuchte, beschreibt die neutrale Baryumverbindung als ein weisses, glänzendes Krystallmehl, welches sich unter dem Mikroskope aus schiefen, rhombischen Nadeln bestehend zeigt. (Leopold Gmelin's Handbuch der organischen Chemie. 4. Auflage, Bd. II, S. 599.)

Er gibt auch an, dass die Verbindung zwei Moleküle Krystallwasser enthalte, von welchem eines bei 100° C., das andere aber erst bei 160° C. entfernt werden kann. Ich habe ein Baryumsalz, welches durch mehr als 3 Jahre lufttrocken zwischen zusammengeklemmten Uhrgläsern aufbewahrt worden war, anfänglich bei 100° C., hierauf allmälig bis 170° C. durch mehrere Tage erhitzt, bis keinerlei Gewichtsverlust zu bemerken war und gefunden, dass dieser 12·78 Procente betrug, während zwei Moleküle Wasser 11·88 Procente verlangen. Dasselbe Salz, über Schwefelsäure im Exsiccator durch acht Tage stehen gelassen, verlor aber schon dort so viel Wasser, dass es bei 100° C. nur 3·78 Procente abgab und über 100° bis schliesslich 160° C. erhitzt noch 0·6 Procente, was mit Arppe's Angaben nicht übereinstimmt. Die Analyse ergab, dass dieses Salz genau die Zusammensetzung des wasserfreien brenzweinsauren Baryums besitzt, denn:

I. 0·4437 Gr. desselben gaben bei der Verbrennung mit chromsaurem Blei 0·3652 Gr. Kohlensäure und 0·1003 Gr. Wasser und

II. 0·3488 Gr. hinterliessen beim Erhitzen mit Schwefelsäure 0·3035 Gr. schwefelsaures Baryum.

Daraus ergibt sich die procentische Zusammensetzung:

Digitized by Google

Berechnet nach $C_5H_6O_4Ba$		I.	II.
C	22·45	22·45	—
H	2·25	2·51	—
O	23·99	—	—
Ba	51·31	—	51·16
	100·00		

Kekulé, welcher das Baryumsalz der aus Itaconsäure dargestellten Brenzweinsäure behufs der Analyse bei 100° C. trocknete (Annalen der Chemie und Pharmacie, Supplementband I, S. 344) erhielt gutstimmende Resultate, welche durch die Anwesenheit von nur etwa einem halben Procent Wasser (s. o.) nicht merklich beeinflusst werden konnten.

Brenzweinsaures Calcium,

in ähnlicher Weise wie das Baryumsalz bereitet, stimmte hinsichtlich seiner Eigenschaften mit den bekannten Angaben überein und wurde von mir stets nur im krystallisirten Zustande erhalten. Doch habe ich sein Verhalten zu Wasser nicht näher untersucht und das Salz behufs der Bestimmung des Calciums allmälig bis 140° erwärmt.

0·1955 Gr. des so getrockneten Salzes hinterliessen beim Erwärmen mit Schwefelsäure 0·1556 Gr. schwefelsaures Calcium, was 23·41 Procenten Calcium entspricht, während die Formel $C_5H_6O_4Ca$ 23·15 Procente verlangt.

Brenzweinsaures Kupfer

ist unstreitig das am meisten charakteristische und wegen seiner bedeutenden Schwerlöslichkeit für die Reindarstellung der Säure wichtigste Salz. Ich habe seinen Kupfergehalt mit lufttrockener und bei 100° C. getrockneter Substanz bestimmt. Die lufttrockene Verbindung führte zu Resultaten, welche genau mit den Angaben Gruner's und Arppe's (Gmelin's Handbuch u. s. w. wie oben, S. 607) übereinstimmen, nach welchen dieses Salz 2 Moleküle Wasser enthält, denn 0·4453 Gr. desselben hinterliessen bei vorsichtigem Glühen 0·1531 Gr. Kupferoxyd, was

Digitized by Google

27·45 Procenten Kupfer entspricht, während die Formel: $C_5H_6O_4Cu + 2H_2O$ 27·65 Procente verlangt.

Dagegen verlor aber das Salz bei 100° C. sehr schnell alles Wasser, während Göbel (Gmelin, wie oben) angibt, dass es bei dieser Temperatur noch 1 Molekül Wasser zurückhält, denn 0·4352 Gr. des bei 100° C. getrockneten Salzes hinterliessen 0·1775 Gr. Kupferoxyd, entsprechend 32·56 Procenten Kupfer. Die Formel $C_5H_6O_4Cu$ verlangt 32·78 Procente Kupfer.

Digitized by Google

Über eine aus Citraconsäure entstehende Trichlorbuttersäure.

Vorläufige Mittheilung

von dem w. M. Dr. J. Gottlieb.

Die schon von Carius (Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 126, S. 205) erwähnte ölartige Substanz, welche sich bei der Einwirkung von unterchloriger Säure auf citraconsaure Salze bildet und die ich bei der Darstellung der Monochlorcitramalsäure durch Behandeln von gelöstem citraconsaurem Natrium mit Chlor gleichfalls beobachtete (s. diese Berichte, Bd. 64, S. 228) habe ich bei wiederholter reichlicher Darstellung derselben als ein Gemenge erkannt, welches hauptsächlich aus einer indifferenten, sehr viel Chlor enthaltenden, ölartigen Substanz und Trichlorbuttersäure besteht. Letztere lässt sich nur auf umständlichem Wege isoliren, da sie ungemein zerleglich ist. Meine bisherigen Untersuchungen beschränken sich hauptsächlich auf die genannte Säure, über welche ich vorläufig berichte, dass sie krystallisirbar ist, bei vorsichtigem Erhitzen ohne Zerlegung sublimirt werden kann und mit Blei wie Ammonium schön krystallisirende Salze liefert. Werden Salze derselben mit genügendem Überschusse der betreffenden Base und Wasser anhaltend auf 100° erwärmt, so zerlegen sie sich in Chlormetall und dichlorcrotonsaures Metall:

$$\Theta_4H_4Cl_3\Theta_2K + HK\Theta = KCl + \Theta_4H_3Cl_2\Theta_2K + H_2\Theta.$$

Die so entstandene Dichlorcrotonsäure ist flüchtig, krystallisirt beim Sublimiren und aus ihrer heissen wässerigen Lösung in schönen langen, farblosen Nadeln. In gelinder Wärme schmilzt sie und erstarrt beim Erkalten krystallinisch. Durch Zink mit Schwefelsäure oder Chlorwasserstoff wird sie in Monochlorcrotonsäure umgewandelt.

Digitized by Google

Es ist noch unentschieden, welcher der bekannten Buttersäuren und Crotonsäuren diese Substanzen zugehören und ob sie nicht in einem sehr nahen Zusammenhange mit der von Krämer und Pinner (Berichte der deutschen chemischen Gesellschaft in Berlin, Bd. III, S. 389) beschriebenen Trichlorcrotonsäure und der daraus gewonnenen Monochlorcrotonsäure, welche Sarnow (Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 164, S. 193) ausführlich untersuchte, stehen.

Die Trichlorbuttersäure scheint vollständig der von Cahours (Annales de chimie et physique, IIIme Serie, T. 67, p. 143) unter dem Namen „zweifach gebromte Monobromcrotonsäure“ beschriebenen Säure zu entsprechen, welche unter ähnlichen Umständen in Brommetall und Dibromcrotonsäuresalz zerfällt, wie meine Säure in die entsprechenden Chlorverbindungen. Da ich andererseits auch schon die Bildung einer Monochlorbuttersäure bei der Einwirkung von Chlor auf Citraconsäure beobachtete und es Seekamp (Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 133, S. 254) auch gelungen ist, unter Vermittlung des Sonnenlichtes bei gleichzeitiger Anwesenheit von Uransalz die aus Citraconsäure mittelst Wasserstoffaddition erzeugte Brenzweinsäure in Buttersäure umzuwandeln, glaube ich vorläufig berechtigt zu sein, meine Säure als ein Derivat der Buttersäure und nicht als Additionsproduct der Crotonsäure zu bezeichnen.

Digitized by Google

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium der Universität Innsbruck.

18. Über ein Condensationsproduct aus der Oxybenzoësäure.

Von **L. Barth** und **C. Senhofer.**

Im Hinblicke auf die Resultate, die wir vor einiger Zeit bei Behandlung von Dioxybenzoësäure mit wasserentziehenden Mitteln erhalten haben, schien es uns des Versuches werth, auch noch andere Benzolcarbonsäuren in den Kreis unserer Arbeiten zu ziehen, und wir haben zunächst die Oxybenzoësäure gewählt, welche verhältnissmässig leicht zu beschaffen, deswegen einen nicht gering anzuschlagenden Vortheil bot. — Destillirt man Oxybenzoësäure für sich, so bemerkt man je nach der verwendeten Menge derselben und nach der mehr weniger hohen Temperatur eine bald sehr stark, bald weniger deutlich hervortretende gelbe Färbung des Destillats [1]. Die Hauptmenge desselben ist unveränderte Oxybenzoësäure. Nach dem Lösen in Wasser und Behandeln der Lösung mit Thierkohle krystallisirt aus dem Filtrate reine farblose Säure, die gelbfärbende Substanz ist in der Kohle geblieben. Extrahirt man die Kohle mit Aether, so färbt sich dieser gelb und nach dem Verdunsten desselben

[1] Wir wollen hier bemerken, dass bei Destillation grösserer Mengen im obern, heissern Theile des Retortenhalses sich fast immer ein Sublimat von schönen, glänzenden, farblosen, oft mehr als zolllangen Nadeln absetzt. Diese sind reine Oxybenzoësäure, die durch kein anderes Verfahren in so prachtvollen Krystallen erhalten wird. Wir hielten den Körper anfänglich für ein Anhydrid derselben, aber alle Reactionen, vornehmlich der unveränderte Schmelzpunkt zeigten uns, dass er unveränderte Oxybenzoësäure war.

Digitized by Google

hinterbleiben gelbe Krusten, die allerdings kaum 1—2 Proc. der angewendeten Säure betrugen. Noch leichter erhält man den Körper, wenn man das gelb gefärbte Destillat mit viel warmem Wasser behandelt, wobei der gelbe Körper vorzugsweise ungelöst bleibt oder beim Erkalten sich ausscheidet, filtrirt, den Filterrückstand mit Baryt und Thierkohle kocht und die erhaltene rothe Lösung mit Salzsäure fällt. Wegen der schlechten Ausbeute suchten wir deshalb nach einer besseren Methode, den Körper in einigermassen ausreichender Menge zu gewinnen und fanden bald, dass er ziemlich reichlich entsteht, wenn man Oxybenzoësäure mit einem Ueberschuss verdünnter Schwefelsäure (9 Theile Säure auf 1 Theil Wasser) in Röhren einschliesst und auf 180—200° durch 3—4 Stunden erhitzt.

Die verdünntere Säure wurde angewendet, um die Bildung von Sulfoxybenzoësäure, die ja bekanntlich leicht unter solchen Verhältnissen entsteht, möglichst zu vermeiden. Der Röhreninhalt war nach beendigter Reaction dunkelbraun gefärbt. Nach dem Eingiessen in Wasser schied sich ein flockiger, schwerer, dunkelgrün gefärbter Niederschlag aus, der etwa 25 Procent der angewendeten Oxybenzoësäure betrug. In Lösung blieb neben überschüssiger Schwefelsäure Sulfoxybenzoësäure, die immer noch den bei weitem grössten Theil des Reactionsproductes ausmacht und die wir durch Überführung in das Kalisalz und weiterhin durch Darstellung von Protokatechusäure daraus als identisch mit der schon früher beschriebenen Sulfosäure erkannten. Daneben findet sich noch etwas unzersetzte Oxybenzoësäure. Der grüne Niederschlag wurde auf einem Filter gesammelt, ausgewaschen, in Ätzbaryt gelöst und mit Thierkohle gekocht. Aus dem Filtrate fällte Salzsäure gelbgrüne Flocken, die gewaschen und getrocknet wurden. Die Masse kam dann mit Thierkohle gemischt in einen Extractionsapparat, wo sie mit kochendem Aether behandelt wurde. Diese letzte Operation wurde nöthigenfalls wiederholt, bis der Aether die Substanz von rein gelber Farbe zurückliess. So gereinigt besteht sie aus gelben krystallinischen Krusten, die sich unter dem Mikroskope als verwachsene, verfilzte Nädelchen darstellten. Ihre Farbe ist rein gelb. In Aether ist der Körper verhältnissmässig ziemlich schwer löslich, etwas leichter in Alkohol, aus welchem Lösungsmittel er sich in ver-

Digitized by Google

worrenen Krystallconglomeraten, die schon mit freiem Auge als solche wahrnehmbar sind, von sehr sattgelber Farbe ausscheidet [1]. In Wasser, auch in heissem, ist er fast ganz unlöslich, am unlöslichsten aber in verdünnter Salzsäure. Er enthält kein Krystallwasser. Beim Erhitzen bleibt er bis gegen 300 unverändert, dann wird seine Farbe dunkler, mehr schmutzig gelb; noch höher erhitzt, sublimirt er (im Luftstrome bei circa 270°), ohne früher zu schmelzen, verkohlt aber zum Theile dabei, der sublimirte, schnell erhitzt, schmilzt bei circa 302°. In Schwefelsäure löst er sich mit brauner Farbe, Wasser fällt ihn unverändert wieder heraus. Alkalien geben damit ebenfalls eine intensiv braunrothe Lösung. Bei der Analyse gab er Zahlen, die der Formel $C_{14}H_8O_4$ entsprechen.

	I.	II.	III.	berechnet
C —	70·37	70·11	70·36 [2]	70·00
H —	3·69	3·63	3·74	3·33

Der Körper ist also dem Alizarin isomer und entsteht nach der Gleichung:

$$2(C_7H_6O_3) = 2H_2O + C_{14}H_8O_4$$

Er ist wie das Anthrachryson ein Anthracenderivat. Erhitzt man ihn mit Zinkstaub in einer Glasröhre im Wasserstoff- oder Kohlensäurestrom, so erhält man ein krystallinisches, weisses Sublimat, das nach dem Reinigen und Umkrystallisiren in den bekannten Formen des Anthracens erschien, in Benzol gelöst die blaue Fluorescenz zeigte, eine in rothen Nadeln anschiessende Picrinsäureverbindung gab und einen Schmelzpunkt von 212° zeigte. Die Analyse ergab:

	gefunden	$C_{14}H_{10}$
C —	93·97	94·38
H —	5·62	5·62

Der Körper war also unzweifelhaft Anthracen.

---

[1] Anthrachryson scheidet sich aus alkoholischer Lösung beim freiwilligen Verdunsten derselben in gelbrothen, feinen Nädelchen aus, wie wir nachträglich gefunden haben.

[2] Die Substanz zu dieser Analyse war durch Destillation gewonnen.

Digitized by Google

Bei der Oxydation mit Chromsäure lieferte er Anthrachinon vom Schmelzpunkte 276°·5.

Das gelbe Condensationsproduct entsteht also ganz analog dem Anthrachryson, indem sich zwei Molecüle Oxybenzoësäure unter Wasserverlust zu einem Molecüle Bioxyanthrachinon vereinigen, und seine Verschiedenheit vom Alizarin, mit dem es isomer ist, beruht darauf, dass, wie aus seiner Synthese nothwendig folgt, die beiden Hydroxyle nicht in einem Benzolkern sich befinden, sondern auf zwei vertheilt sind. Damit hängt dann wohl auch zusammen, dass der Körper als Farbstoff nicht zu verwenden ist, indem er auf gebeizten Zeugen nur eine matt gelbrothe Nuance erzeugt[1]. Wir nennen ihn Anthraflavon. Er zeigt nur sehr schwach saure Eigenschaften. Salzartige Verbindungen desselben sind daher nur schwierig rein darzustellen. Wir haben zur Controle das Kali- und Barytsalz näher untersucht und geben weiterhin sein Verhalten zu anderen Basen. Auch eine Biacetyl-Verbindung haben wir erhalten und analysirt. Löst man Anthraflavon in Amoniak und verjagt das überschüssige Ammoniak im Wasserbade, so erhält man eine tief braunrothe Lösung, die von Chlorbaryum flockig-krystallinisch gefällt wird. Der Niederschlag wird bei Luftabschluss filtrirt, da die Kohlensäure der Luft schon zersetzend auf ihn einwirkt. Nach dem Auswaschen und Trocknen stellt er ein braunrothes krystallinisches Pulver dar, das, bei 130° getrocknet, noch 2 Molecüle Krystallwasser zurückhält. Die Analyse gab:

$C_{14}H_6BaO_4 + (H_2O)_2$	gefunden
C — 41·79	42·18
H — 2·49	2·49
Ba — 34·08	33·90

In schönern Krystallen erhält man die Substanz, wenn man das Anthraflavon in Barytwasser löst, die Lösung im Vacuum zur Trockne bringt, dann schnell mit ausgekochtem kalten Wasser

[1] Wir müssen hier berichtigend nachtragen, dass auch das Anthrachryson keine rothe, krappähnliche Färbung hervorzubringen vermag, sondern ebenfalls nur ein mattes, in's Graue ziehendes Röthlichgelb. Die betreffende Bemerkung in unserer früheren Abhandlung war durch einen unliebsamen Verstoss verursacht.

Digitized by Google

zur Entfernung des überflüssigen Barythydrats behandelt und den Rückstand zur Beseitigung des mitausgeschiedenen kohlensauren Baryt's in siedendem Wasser löst, schnell bei Luftabschluss filtrirt und im Vacuum einengt. Es krystallisirt dann das Barytsalz in hüschen, glänzenden, braunrothen, mehrere Millimeter langen Nadeln. Es enthält, über Schwefelsäure getrocknet, 5 Molecüle Krystallwasser, die bei 180° entweichen. Die getrocknete Substanz gab bei der Analyse:

$C_{14}H_6BaO_4$	gefunden
C — 44·80	45·10
H — 2·13	2·34
Ba — 36·56	36·21

Die über Schwefelsäure getrocknete Substanz verlor bei 180° Wasser:

$C_{14}H_6BaO_4 + {}_5H_2O$	gefunden
H_2O — 19·35	19·72

Es mag hier besonders bemerkt werden, dass das Salz schon von der Kohlensäure der Luft ziemlich leicht zersetzt wird. Lässt man seine wässrige Lösung an der Luft stehen, so beobachtet man bald eine Ausscheidung von kohlensaurem Baryt, während an den Rändern zugleich gelbes Anthraflavon auskrystallisirt. Die Reindarstellung ist deswegen mit grossen Schwierigkeiten verbunden.

Kalksalz, aus dem Ammonsalze mittelst Chlorcalcium erzeugt, wird als gelbbraun-flockiger Niederschlag erhalten.

Kalisalz. Freies Kalihydrat löst Anthraflavon leicht zu einer dunkel rothbraunen Masse. Weil das gebildete Salz aber in Alkohol löslich ist und überdem von freier Kohlensäure leicht zersetzt wird, so gelingt es auf diese Weise nicht, dasselbe rein darzustellen.

Besser eignet sich hiezu folgender Weg: Man löst Anthraflavon in überschüssigem kohlensaurem Kali, von dem es leicht mit derselben Farbennuance aufgenommen wird, wie von Äzkali, bringt im Vacuum zum Trocknen und löst in absolutem Alkohol, filtrirt rasch bei Luftabschluss und bringt über Schwefelsäure zur Krystallisation. Wenn nöthig, wird die erhaltene Salzmasse

Digitized by Google

nochmals einer gleichen Behandlung mit Alkohol unterworfen. Man erhält braunrothe krystallinische Massen, die unter dem Mikroskope warzenförmig vereinigte kleine Nädelchen darstellen. Das Salz krystallisirt mit Krystallwasser, das jedoch, weil die Verbindung sehr hygroskopisch ist, nicht leicht bestimmt werden kann. Die Analyse der bei 200° getrockneten Substanz ergab:

$C_{14}H_6K_2O_4$	gefunden
K — 24·68	25·18

Auch hier müssen wir noch anführen, dass das Salz, obwohl aus Anthraflavon und kohlensaurem Kali erzeugt, doch ziemlich leicht von freier Kohlensäure unter Bildung von kohlensaurem Kali und Ausscheidung von Anthraflavon zersetzt wird.

Das Natronsalz, wie das Kalisalz dargestellt, bildet braunrothe, mikroskopisch kleine Nädelchen.

Bleisalz. Alkoholische Lösung von Anthraflavon und Bleizucker gemischt, erzeugen eine kaum nennenswerthe Ausscheidung röthlicher Flocken. Ammoniakalische Bleizuckerlösung bringt dagegen in Lösungen des Anthraflavons einen äusserst voluminösen, graurothen Niederschlag hervor, der ein sehr basisches Salz ist.

Silbersalz, aus dem Ammonsalze durch salpetersaures Silber gefällt, ist ein flockiger, braunrother Niederschlag.

Biacetylanthraflavon. Acetylchlorid, mit Anthraflavon im Wasserbade erwärmt, zeigt keine Einwirkung. Erhitzt man aber beide Körper im zugeschmolzenen Rohre bis 120° oder lässt man Acetylchlorid auf die Kaliverbindung des Anthraflavons einwirken, so erhält man die vorgenannte Verbindung in missfarbenen, kleinen Krystallen, die sich aus Äther in lichtgelben, krystallinischen Krusten ausscheiden.

Um etwa unverbundenes Anthraflavon zu entfernen, wird der Körper mit wenig warmem Alkohol gewaschen, nach welcher Operation er in fast farblosen Blättchen zurückbleibt. Bei 120° getrocknet, gab er bei der Analyse:

$C_{14}H_6(C_2H_3O)_2O_4$	gefunden
C — 66·67	66·87
H — 3·70	3·98

Digitized by Google

Umkrystallisiren aus Alkohol erscheint nicht räthlich, weil sich der Körper unter theilweiser Essigsäurebildung und möglicherweise unter Bildung eines Monoacetylderivats zersetzt.

Beim Schmelzen von Anthraflavon mit Ätzkali konnte man, analog der Rückbildung von Benzoësäure aus Anthrachinon bei der gleichen Behandlung, die Entstehung von Oxybenzoësäure erwarten. Der Versuch zeigte, dass dies nur in sehr untergeordnetem Maasse der Fall war.

Trägt man Anthraflavon in wässeriges, schmelzendes Ätzkali ein, so färbt sich die Masse sofort intensiv blau-violett. Später verändert sich die Farbe in röthlichbraun und wenn man das Erhitzen so lange fortsetzt, bis eine Probe mit Säure abgesättigt nur mehr schwache Trübung von ausgeschiedenen Flocken zeigt, so erhält man, nach dem Behandeln der mit Schwefelsäure abgesättigten Schmelze mit Äther, Verdampfen des Äthers und Lösen des Rückstandes in Wasser eine Flüssigkeit, die theilweise durch essigsaures Blei gefällt wird. Niederschlag und Filtrat werden entbleit. Aus dem ersten erhält man gelbliche, in bräunliche, schmierige Massen eingebettete Krystalle, die eine rothe Färbung mit Eisenchlorid geben, zu wenig, um sie genau untersuchen zu können. Aus dem vom Blei nicht gefällten Theile erhält man Krystalle, die sich vornehmlich als Paraoxybenzoësäure mit geringen Mengen von Oxybenzoësäure erweisen. Reactionen, Schmelzpunkt, Krystallwassergehalt zeigen dies ganz deutlich. Die Bildung von Paraoxybenzoësäure kann nicht allzusehr überraschen, wenn man bedenkt, dass nach der Art der Constitution des Anthraflavons ebenso gut statt der ursprünglichen C-hältigen Seitenkette der Oxybenzoësäure das daneben eingefügte C-Atom in dem einen Benzolringe erhalten bleibt, das zum Hydroxyle leicht die Stellung 1·4 haben kann.

In Salpetersäure von 1·4 spec. Gew. löst sich Anthraflavon sehr schwierig, erst bei längerem Kochen mit einem grossen Ueberschusse an Säure gelingt es, eine vollständige Lösung herzustellen. Nach dem Auskühlen krystallisiren gelbe Nadeln eines Nitroproductes, die sich beim Stehen an der Luft mit einer rothen

Digitized by Google

Schichte überziehen, ganz ähnlich, wie dies Strecker vom Nitroalizarin beschreibt. Diese Veränderung beginnt sehr bald, schreitet aber langsamer fort als beim Nitroalizarin. Vorläufige Analysen zeigten, dass der Körper, von dem uns überdies nicht sehr grosse Quantitäten zu Gebote standen, nicht rein war, doch scheint er ein mehrfach nitrirtes Product zu sein. Die saure Mutterlauge, aus der sich die erwähnten Nadeln ausgeschieden hatten, liefert nach dem Verdünnen mit Wasser und Eindampfen noch eine gemischte Krystallisation, in der vielleicht neben einem anderen Nitroproducte auch ein Oxydationsproduct enthalten ist. Die geringe, zur Verfügung stehende Menge der Substanz erlaubte uns auch hier nicht, eine weitere Trennung vorzunehmen. Jedenfalls wollen wir später noch auf diesen Gegenstand zurückkommen.

Anthraflavon, mit Natriumamalgam durch längere Zeit gekocht, verändert sich nicht. Die braunrothe Lösung, mit Salzsäure übersättigt, lässt wieder unverändertes Anthraflavon, allerdings in einer etwas dunkleren Farbennuance herausfallen.

Die angegebenen Eigenschaften unseres Körpers zeigen, dass er am nächsten der Chrysophansäure, dem Oxyanthrachinon (Anthraflavinsäure) und vor Allem dem Isoalizarin von Rochleder verwandt ist.

Von der Chrysophansäure unterscheidet er sich scharf durch den Schmelzpunkt und durch seine Löslichkeit in kohlensauren Alkalien, vom Oxyanthrachinon durch seine verschiedene Zusammensetzung. Mit dem Isoalizarin schien er, so weit die bekannten Eigenschaften einen Vergleich erlaubten, identisch zu sein. Professor Rochleder hatte die Güte, uns behufs vergleichender Versuche eine Probe dieses seltenen Körpers zu übermitteln. So wurden wir in den Stand gesetzt, die Verschiedenheit beider Körper mit Sicherheit zu constatiren.

Gemeinsam haben sie die gleiche Farbe und äussere Erscheinung, wenn sie aus Alkohol oder Äther krystallisirt sind. Gemeinsam auch die prachtvolle Purpurfarbe beim Erhitzen mit Ätzkali und die intensiv braunrothe Farbe ihrer Lösungen, in wässrigen Alkalien oder alkalischen Erden. Dagegen zeigen sie folgende Verschiedenheiten: Isoalizarin krystallisirt aus Essigsäure mit einer entschieden dunkleren Färbung, während Anthraflavon aus

Digitized by Google

dem gleichen Lösungsmittel hellgelb erhalten wird, wie aus Alkohol. Unter dem Mikroskope zeigt das Isoalizarin stets undeutlichere Formen, als Anthraflavon. Isoalizarin schmilzt bei 230—240° und gibt dabei ein orangenfarbenes Sublimat, das dem sublimirten Alizarin sehr ähnlich sieht. Anthraflavon schmilzt, wie früher angegeben, nur, wenn es schon sublimirt war, bei 302° und gibt ein gelbes Sublimat, fast von gleicher Farbe, wie das nicht sublimirte.

Zum Schlusse bemerken wir noch, dass unser Körper auch beim Erhitzen von Oxybenzoësäure mit Chlorzink erhalten wird und dass bei geeigneten Modificationen dieses Verfahren vielleicht die beste Ausbeute daran liefern wird.

Wir beabsichtigen, diese Condensationsversuche noch mit anderen aromatischen Säuren und Gemischen solcher Säuren zu wiederholen und werden gelegentlich darüber berichten.

Innsbruck, im Juni 1873.

Digitized by Google

Mittheilungen aus dem chemischen Laboratorium der Universität Innsbruck.

19. Über Phenoltrisulfosäure.

Von C. Senhofer.

Obwohl ich schon früher die Darstellung einer Phenoltrisulfosäure durch Einwirkung eines Gemisches von wasserfreier Phosphorsäure und Vitriolöl auf Phenol bei erhöhtem Drucke ohne Erfolg versucht hatte, so kam ich doch, in der Hoffnung, durch Abänderung der Mischungsverhältnisse ein besseres Resultat zu erzielen, wieder auf denselben Gegenstand zurück. Es erwies sich dabei die obgenannte Methode als ebenso vollkommen geeignet zur dreimaligen Einführung der Sulfogruppe in das Phenol, wie sie sich bei Darstellung der Disulfobenzoësäure bewährt hatte.

Das Verfahren zur Darstellung der Phenoltrisulfosäure ist kurz folgendes:

In starken Glasröhren werden 15 Gramm wasserfreie Phosphorsäure mit dem doppelten Gewicht Vitriolöl mittelst eines Glasstabes zu einem dünnen Brei vermischt und hierauf 6 Gramm Phenol mit der Vorsicht zugefügt, dass die Flüssigkeiten sich möglichst wenig mischen. Nach dem Zuschmelzen der Glasröhren mischt man durch langsames Schwenken den Inhalt derselben. Es tritt dabei eine bedeutende Temperaturserhöhung ein, die begleitet ist von einem Aufschäumen und Dunklerwerden der dicklichen Flüssigkeit. Setzt man die Röhren so einer Temperatur von 180° durch mehrere Stunden aus, so enthalten sie nach dem Auskühlen eine rothbraune, zähflüssige Masse, die häufig von einer geringen Quantität flüssiger schwefliger Säure überschichtet

Digitized by Google

ist. Beim Öffnen zeigt sich ein bedeutender Druck, es entweicht die schweflige Säure. Der Rückstand wird in viel Wasser aufgenommen, so lange gekocht, bis der Geruch nach schwefliger Säure verschwunden ist, darauf zur Entfernung der Phosphorsäure und des grössten Theiles der Schwefelsäure mit einem Überschusse von Kalkmilch versetzt und vom gebildeten Niederschlage durch Spitzbeutel und Filter getrennt.

Durch ein- bis zweimaliges Auskochen des Rückstandes kann ein bedeutender Verlust an Substanz vermieden werden. Das Filtrat, das jetzt der Hauptmasse nach das Kalksalz der gesuchten Säure nebst überschüssigem Ätzkalk enthält, wurde zur Entfernung des Ätzkalkes und zur Überführung des Kalksalzes in das Kalisalz bei 100° anfangs mit etwas doppelkohlensaurem und später so lange mit einfach kohlensaurem Kali behandelt, bis eine abfiltrirte Probe auf weiteren Zusatz von kohlensaurem Kali keinen Niederschlag von kohlensaurem Kalk mehr erzeugte und darauf der gebildete Niederschlag entfernt. — Da die Flüssigkeit stark alkalisch reagirte, wurde sie zur Entfernung des Kaliüberschusses mit Essigsäure zur Trocknen verdampft und der krystallinische Rückstand zur Beseitigung des essigsauren Kali's mit Alkohol zu wiederholten Malen extrahirt, das Ungelöste in Wasser aufgenommen und durch oftmaliges Umkrystallisiren und Abpressen gereinigt.

Da die spätere Untersuchung ergab, dass die alkalische Reaction der von Kalk abfiltrirten Flüssigkeit vorzüglich durch das Vorhandensein eines basischen, gut krystallisirenden Kalisalzes der Phenoltrisulfosäure bedingt war, so wurde bei den folgenden Darstellungen zuerst stets auf die Abscheidung dieses Salzes durch Krystallisation hingearbeitet und erst die späteren Mutterlaugen, die nach weiterem Eindampfen nur mehr breiige Massen abschieden, jener Behandlung mit Essigsäure und Alkohol unterworfen, wodurch das basische Salz in ein neutrales übergeführt und die weitere Reinigung durch Krystallisation erleichtert wird.

Beide Salze eignen sich sehr gut zur Darstellung der freien Säure unter Benützung des Bleisalzes als Übergangsglied.

Die Lösung des neutralen Kalisalzes setzt auf Zusatz eines bedeutenden Überschusses von Bleiessig allmälig eine compacte

Digitized by Google

harte Krystallmasse, das basische Bleisalz der gesuchten Säure, an den Wänden des Gefässes ab, die durch heisses Wasser ausgewaschen werden kann, ohne dass dabei ein erheblicher Verlust an Substanz zu fürchten ist. Bei Behandlung des basischen Kalisalzes mit Bleiessig fällt, wie die Analyse ergab, das gleiche Bleisalz in Form eines schweren, sich bald zu Boden senkenden krystallinischen Niederschlags. Das Bleisalz wird fein gerieben, in Wasser suspendirt, bei 100° mit Schwefelwasserstoffgas behandelt, wobei besonders anfangs, bis die Flüssigkeit sauer geworden, durch Umrühren die Reaction wesentlich beschleunigt wird. Die Flüssigkeit, vom Schwefelblei durch das Filter getrennt, scheidet, nachdem sie durch Eindampfen im Wasserbade Syrupconsistenz angenommen hat, die freie Phenoltrisulfosäure in Form feiner Nadeln ab.

Im Vacuum über Schwefelsäure krystallisirt sie in radial angeordneten Nadeln oder in kurzen, dicken Prismen. Beim längeren Stehen im Vacuum verliert die Substanz einen Theil des Krystallwassers und wird dabei oberflächlich opak, aber selbst nach Monaten war diese Entwässerung nicht durch die ganze Masse hindurch eine gleichmässige.

Die Säure ist äusserst hygroskopisch und zerfliesst an der Luft sehr schnell zu einem dicklichen Syrup.

Der Wassergehalt der Säure lässt sich nicht bestimmen. Bei 100° getrocknet, hält sie noch $3\frac{1}{2}$ Molecül Wasser zurück und entspricht also der Formel:

$$C_6H_2 \left\{ \begin{array}{l} OH \\ SHO_3 \\ SHO_3 \\ SHO_3 \end{array} \right. + 3\frac{1}{2}H_2O$$

Die Analyse ergab:

$C_6H_6S_3O_{10}+3\frac{1}{2}H_2O$		Gefunden
C.....	18·11	18·01—18·23
H.....	3·27	3·47— 3·61
S.....	24·18	24·16—23·92

Digitized by Google

Bei 105° getrocknet, beginnt sich die Säure schon unter Bildung von Schwefelsäure zu zersetzen.

Durch Kochen mit Salpetersäure bleibt sie unverändert, eine Abspaltung von Schwefelsäure konnte nicht beobachtet werden.

Bromwasser, zur Lösung der Säure gefügt, entfärbt sich sofort. Die Flüssigkeit enthält hernach reichlich Schwefelsäure. Die Lösung der freien Säure, sowie der in Wasser löslichen Salze, mit Eisenchlorid versetzt, zeigen eine intensive blutrothe Farbenreaction.

Zur Controle obiger Formel wurden mehrere Salze dargestellt und analysirt.

Das Barytsalz wurde erhalten durch Kochen einer verdünnten wässerigen Lösung der freien Säure mit kohlensaurem Baryt und Einengen des Filtrates auf dem Wasserbade. Es scheiden sich kleine weisse Krystallschuppen aus, die nur schwierig sich wieder in Wasser lösen und erst bei sehr hoher Temperatur zu verkohlen beginnen.

Das lufttrockene Salz entspricht der Formel:

$$C_6H_2 \begin{cases} HO \\ SO_3ba + 2H_2O \\ SO_3ba \\ SO_3ba \end{cases}$$ [1]

Bei 280° getrocknet, ergab es:

	Berechnet	Gefunden
$2H_2O$	6·29	6·26

Das trockene Salz gab analysirt folgende Zahlen:

	$C_6H_3S_3O_{10}ba_3$	Gefunden
C.....	13·48	13·42
H	0·56	0·90
S	17·89	17·74
Ba....	38·30	38·42

[1] ba = 68·5.

Digitized by Google

Neutrales Kalisalz. Versetzt man eine concentrirte Lösung der freien Säure mit kohlensaurem Kali, bis die Reaction nur mehr schwach sauer ist, fällt mit Alkohol und löst den gebildeten Niederschlag in wenig heissem Wasser auf, so scheidet sich das Salz in wahrscheinlich rhombischen Tafeln aus.

Es krystallisirt mit 4 Molecülen Krystallwasser, die es, bei 200° getrocknet, verliert.

$C_6H_3O_{10}S_3K_3+_4H_2O$		Gefunden
$4H_2O$	13·85	13·67

Das getrocknete Salz gab bei der Analyse folgende Procentgehalte:

Berechnet		Gefunden
C.....	16·07	16·09
H.....	0·67	0·96
S.....	21·43	21·51
K.....	26·12	25·98

Das basische Kalisalz, nach der früher angegebenen Methode dargestellt, bleibt auch bei wiederholtem Umkrystallisiren schwach röthlich gefärbt. Es wird vollkommen farblos erhalten, wenn man die Lösung desselben mit einigen Tropfen essigsauren Bleis versetzt, darauf mit Schwefelwasserstoff behandelt und das Filtrat zur Krystallisation verdampft. Das Salz schiesst beim längeren Stehen in zolllangen, concentrisch gruppirten flachen Nadeln an und hat lufttrocken die Formel:

$$C_6H_2 \begin{cases} OK \\ SO_3K+2H_2O \\ SO_3K \\ SO_3K \end{cases}$$

Bei 220° getrocknet, ergab es:

Berechnet		Gefunden
$2H_{20}$.....	6·90	6·77

Digitized by Google

Das getrocknete Salz gab bei der Analyse:

	$C_6H_2S_3O_{10}K_4$	Gefunden
C.....	14·83	14·81
H.....	0·41	0·68
S.....	19·75	19·52
K.....	32·10	31·82

Silbersalz. Kocht man die wässrige Lösung der freien Säure mit Silberoxyd, filtrirt und dampft bei Lichtabschluss etwas ein, so scheidet sich allmälig eine krystallinische Masse aus, die unter dem Mikroskope aus kleinen Nadeln zusammengesetzt erscheint.

Das Salz hat luftrocken die Formel:

$$C_6H_2S_3O_{10}Ag_4 + 1\,{}^1/_2H_2O$$

und verliert sein Krystallwasser bei 180°.

	Berechnet	Gefunden
$1\,{}^1/_2H_2O$.....	3·90	3·80

Die getrocknete Substanz gab bei der Analyse folgende Procente:

	$C_6H_2S_3O_{10}Ag_4$	Gefunden
C.....	10·99	10·81
H.....	0·46	0·85
S.....	14·66	14·48
Ag.....	49·47	49·54

Am Lichte schwärzt sich die Verbindung nur langsam.

Bleisalz, erhalten durch Fällen des neutralen oder basischen Kalisalzes durch basisch essigsaures Bleioxyd, stellt nach dem Abfiltriren und Waschen ein weisses schweres Krystallpulver dar, das in Wasser fast unlöslich ist.

Es hat lufttrocken die Formel:

$$C_6H_2\left\{\begin{matrix} O \\ SO_3 \\ SO_3 \\ SO_3 \end{matrix}\right. \begin{matrix} Pb \\ \\ Pb \end{matrix} \; 2PbH_2O_2 + 4\,{}^1/_2H_2O$$

Digitized by Google

und verliert, bei 180° getrocknet, sein Krystallwasser.

	Berechnet	Gefunden
$4^1/_2 H_2O$	6·19	6·19—6.03

Die getrocknete Substanz enthielt:

	Berechnet	Gefunden
C	5·87	6·18
H	0·49	0·78
S	7·83	8·17
Pb	67·54	67·31—67·71

Natronsalz. Wie das Kalisalz dargestellt, farblose Nadeln, die sehr leicht löslich sind und lufttrocken der Formel

$$C_6H_3S_3O_{10}Na_3 + 3H_2O$$

entsprechen. Sie verlieren ihr Krystallwasser bei 200°.

	Berechnet	Gefunden
$3H_2O$	11·87	11·94

Das wasserfreie Salz enthielt:

	Berechnet	Gefunden
Na	17·22	17·03

Cadmiumsalz. Die freie Säure, mit kohlensaurem Cadmium bei Siedhitze abgesättigt, scheidet nach dem Concentriren beim langen Stehen an der Luft flache Täfelchen aus, die schwach gelb gefärbt erscheinen und beim Umkrystallisiren fast vollkommen farblos werden. Das lufttrockene Salz enthält 7 Molecüle Krystallwasser, das bei 180° entweicht.

	$C_6H_3S_3O_{10}Cd_3 + 7H_2O$	Gefunden
$7H_2O$	18·53	18·56

Das trockene Salz gab analysirt:

	$C_6H_3S_3O_{10}Cd_3$	Gefunden
Cd	40·43	40·54

Digitized by Google

Es erscheint bemerkenswerth, dass bei der angeführten Darstellungsmethode ein basisches Salz des Cadmiums entsteht, ähnlich wie kohlensaures Kali auch ein basisches erzeugt, während kohlensaurer Baryt nur Veranlassung zur Bildung eines Neutralsalzes gibt.

Das Kupfersalz, aus Kupferoxydhydrat erhalten wie das Silbersalz, scheidet sich erst bei längerem Stehen an der Luft aus sehr concentrirten Lösungen aus und bildet ziemlich lange, feine, schöngrüne Nadeln.

Ammonsalz. Durch Übersättigen der freien Säure mit Ätzammoniak, Abdampfen zur Trockne und Umkrystallisiren erhalten, stellt Krystallschuppen dar, die in Wasser sehr leicht löslich sind.

Digitized by Google

Mittheilungen aus Prof. Lieben's Laboratorium an der Universität zu Prag.

Über die in roher Gährungsbuttersäure enthaltene Capronsäure.

Von **Adolf Lieben.**

Die Untersuchungen Grillone's[1] über die aus roher Gährungsbuttersäure abgeschiedene Capronsäure haben es wahrscheinlich gemacht, dass dieselbe identisch mit der von mir und Rossi synthetisch dargestellten normalen Capronsäure sei. Indessen hatte sich Grillone damals auf die Darstellung und Untersuchung des Baryum- und Calciumsalzes beschränkt und die freie Säure selbst, die freilich nur schwer ganz rein zu gewinnen ist, nicht weiter geprüft. Ich hielt daher ein weiteres Studium der Gährungscapronsäure sowohl zur Entscheidung der obigen Frage als auch als Grundlage zur Vergleichung der Capronsäuren verschiedenen Ursprungs für nothwendig und stellte, da die Siedepunkte bei der Vergleichung isomerer fetter Säuren und Alkohole besonders wichtig sind, ausser möglichst reiner Gährungscapronsäure auch deren Äther dar. Zugleich veranlasste ich Herrn Kottal im hiesigen Laboratorium, ausser dem bereits von Grillone dargestellten Calcium- und Baryumsalz noch einige andere Salze darzustellen und auf Krystallwassergehalt und Löslichkeit zu untersuchen. Die folgenden Untersuchungen haben trotz mancher nicht ganz aufgeklärter Abweichung mich in der Meinung bestärkt, dass die Gährungscapronsäure mit der synthetischen normalen Säure identisch, sowie dass sie jedenfalls von der aus Gährungsamylalkohol

[1] Annalen der Chemie und Pharmacie 165, p. 132.

Digitized by Google

dargestellten verschieden ist. Die folgende Zusammenstellung zeigt, worauf sich dieser Schluss stützt und welche Abweichungen dabei beobachtet wurden.

	Synthet. normale Säure.	Gährungssäure.	
Capronsäure	siedet bei 204·5—205° bei 738·5mm. (Lieben u. Rossi.)	siedet bei 205° bei 746m.m. (Lieben.)	
Äthylcapronat	siedet bei 165·5—166° bei 735·8mm. (Lieben u. Rossi.)	siedet bei 166·9—167·3° bei 738mm. (Lieben.)	
Calciumcapronat	$Ca(C_6H_{11}O_2)_2+H_2O$ 100 Th. der bei 18·5° gesättigten Lösung enthalten 2·70 Th. wasserfreies Salz. (Lieben u. Rossi.)	$Ca(C_6H_{11}O_2)_2+H_2O$ 100 Th. der bei 21—22° gesättigten Lösung enthalten 4·4 Th. wasserfreies Salz. (Grillone.)	$Ca(C_6H_{11}O_2)_2+H_2O$ 100 Th. der bei 19·5° gesättigten Lösung enthalten 2·75 Th. wasserfreies Salz. (Kottal.)
Baryumcapronat	$Ba(C_6H_{11}O_2)_2$ 100 Th. der bei 18·5° gesättigten Lösung enthalten 8·49 Th. wasserfreies Salz. (Lieben u. Rossi.)	$Ba(C_6H_{11}O_2)_2$ 100 Th. der bei 21—22° gesättigten Lösung enthalten 8·3 Th. wasserfreies Salz. (Grillone.)	$Ba(C_6H_{11}O_2)_2+3H_2O$ 100 Th. der bei 23° gesättigten Lösung enthalten 11·53 Th. wasserfreies Salz. (Kottal.)

Digitized by Google

Woran es liegt, dass das von Kottal aus Gährungscapronsäure dargestellte Baryumsalz eine andere Zusammensetzung (in Bezug auf Krystallwasser) und eine etwas andere Löslichkeit als das von Grillone dargestellte Salz zeigt, ist vorläufig nicht klar, ebenso wenig wie die Ursache der von Grillone und Kottal etwas verschieden gefundenen Löslichkeit des Calciumsalzes. Doch muss hervorgehoben werden, dass die Zusammensetzung des gährungscapronsauren Calciums stets gleich der des normalcapronsauren gefunden wurde, dass Kottal's Löslichkeitsbestimmung ebenfalls dazu stimmt und dass anderseits Grillone's Angaben über Zusammensetzung und Löslichkeit des gährungscapronsauren Baryums vollständig mit meinen und Rossi's Beobachtungen über das normale Capronat übereinstimmen. Auch die bei drei verschiedenen Temperaturen beobachteten spec. Gewichte des Gährungscapronsäureäthers fallen mit den für den Äther der normalen Capronsäure gefundenen zusammen.

Ich betrachte es ferner als wahrscheinlich, dass die in den Fetten enthaltene Capronsäure die normale Säure sei; dafür spricht die annähernde Übereinstimmung der einst von Chevreul am Calcium-, Baryum- und Strontiumsalz ausgeführten Löslichkeitsbestimmungen mit den an den entsprechenden Salzen der synthetischen normalen und der Gährungscapronsäure gemachten Beobachtungen. Dass ich auch die von Franchimont und Zincke aus Heracleumöl erhaltene Capronsäure für normale Säure zu halten geneigt bin, habe ich schon früher ausgesprochen.

Ich gehe nun zur Darlegung der experimentellen Resultate über.

Aus käuflicher Gährungsbuttersäure wurde durch fractionirte Destillation, wiederholtes Waschen der über 180° siedenden Partie jedesmal mit dem sechsfachen Volum Wasser (um Buttersäure zu entfernen) und dann neuerdings aufgenommene fractionirte Destillation Capronsäure dargestellt. Ich überzeugte mich bei dieser Gelegenheit, dass sehr kleine Mengen von noch höher siedenden und kohlenstoffreicheren Säuren zugegen sind, und dieser Umstand trägt wesentlich dazu bei, die Reindarstellung der Capronsäure auch durch oft wiederholte fractionirte Destillation zu erschweren. Auch die Siedepunktbestimmung

Digitized by Google

wird dadurch, dass eine vollständig scharfe Trennung der Capronsäure von den niedriger und von den höher siedenden Säuren sich kaum erreichen lässt, etwas minder zuverlässig. Ich fand als Mittel mehrerer mit zwei verschiedenen Thermometern, für die ich Correctionstabellen entworfen hatte, ausgeführten Bestimmungen den Siedepunkt bei 205° unter dem auf 0° red. Druck von 746^{mm}, wobei die für den herausragenden Quecksilberfaden angebrachten Correctionen 4—5° betrugen.

Die einzelnen Bestimmungen wichen innerhalb der Grenzen eines Grades von einander ab. [1]

---

[1] Ich glaube, dass man bei so hohen Temperaturen mit Siedepunktbestimmungen, die auch nur auf 1° genau sind, im allgemeinen zufrieden sein muss, und dass bei weitem die meisten der vorhandenen Bestimmungen keineswegs auf 1° zuverlässig sind. Wendet man, wie das so oft geschieht, uncontrolirte oder nur für die Fundamentalpunkte controlirte Thermometer an, so ist man dadurch allein, auch bei tadelloser Ausführung des Versuchs und Anwendung aller sonstigen Cautelen, der Gefahr ausgesetzt, Fehler von mehreren Graden zu begehen. (Bei etwa 260° beträgt der aus dem ungleichen Volum der gleichen Gradezahl entspringende Fehler bei den käuflichen Thermometern häufig 5° und selbst 10°; gewöhnlich verengt sich das Lumen der Thermometer nach oben.) Aber selbst wenn man durch Verschiebung eines Quecksilberfadens das Thermometer calibrirt, die Fundamentalpunkte bestimmt und eine Correctionstabelle entworfen hat, so lässt sich bei über 200° liegenden Temperaturen ein sehr hoher Grad von Genauigkeit doch nicht erreichen. Weder ist die Correctionstabelle absolut genau, noch lässt sich die Correction für den herausragenden Quecksilberfaden mit vollständiger Genauigkeit machen; wenn nun jede dieser Correctionen mehrere Grade beträgt, wie es bei hohen Temperaturen meistens der Fall ist, so ergibt sich eine ziemlich erhebliche Unsicherheit. Zieht man weiter in Betracht, dass durch von selbst eintretende Änderung des Gefässvolums die Fundamentalpunkte sich verschieben und dass derlei Verschiebungen (etwa um $\frac{1}{2}$°) mitunter sehr plötzlich während eines Experimentes eintreten können (was auch wieder bei höheren Temperaturen viel leichter als bei niedrigeren stattfindet), so wird man die am Eingang dieser Note hingestellte Bemerkung wohl gerechtfertigt finden. Überhaupt scheint mir die Genauigkeit der Thermometer namentlich von Chemikern oft überschätzt zu werden. Zur Vermeidung von Selbsttäuschungen über den Grad der erreichten Genauigkeit würde es sich empfehlen, bei Bestimmung namentlich von hoch gelegenen Siedepunkten 2 oder 3 verschiedene Thermometer in Anwendung zu bringen.

Digitized by Google

Die Analyse ergab folgendes Resultat:

0·4712 Gr. gaben 1·0751 CO_2 und 0·4524 H_2O.

In 100 Theilen:

	Gefunden	$C_6H_{12}O_2$
Kohlenstoff	62·22	62·07
Wasserstoff	10·66	10·34
Sauerstoff	—	27·59

Die Gährungscapronsäure erwies sich als optisch vollkommen inactiv. Für das specifische Gewicht, bezogen auf Wasser von gleichen Temperaturen, wurde gefunden:

Temperatur	0°	20°	40°
Spec. Gewicht	0·9438	0·928	0·9164

Diese Zahlen sind circa um 1 in der 3. Decimale kleiner, als ich früher für die synthetische, normale Capronsäure gefunden habe. Die Differenz, wenn auch klein, ist jedenfalls grösser als die Versuchsfehler, doch glaube ich nicht daraus schliessen zu müssen, dass hier eine isomere Säure vorliegt, sondern möchte eher glauben, dass Unreinheit des Präparates an der Verschiedenheit schuld sei und zwar bietet die synthetisch dargestellte Capronsäure grössere Garantien der Reinheit als die durch fractionirte Destillation abgeschiedene Gährungscapronsäure.

Äthylcapronat. Zur Darstellung desselben wurden 11 Gr. der analysirten Säure mit 11 Gr. Alkohol à 99% gemischt und 5·5 Gr. conc. Schwefelsäure allmälig einfliessen lassen. Es trat Erwärmung, doch keine Färbung ein, und es bildeten sich fast sogleich 2 Schichten. Ich liess nun bei gewöhnlicher Temperatur einen Tag stehen, entfernte dann die untere Schicht, wusch die obere Ätherschicht successive mit alkalischem, dann mit reinem Wasser und trocknete sie mit Chlorcalcium. Ihr Gewicht in trocknem Zustande betrug 12·5 Gr. (anstatt theoretisch 13·65 Gr.); sie bestand, wie die Destillation zeigte, bei der alsbald ein nahezu constant siedendes Product erhalten wurde, fast ganz aus reinem Capronsäureäther. Die Analyse gab folgende mit der Formel $C_2H_5C_6H_{11}O_2$ übereinstimmende Resultate:

Digitized by Google

I. 0·3517 Gr. gaben 0·8592 CO_2 und 0·3602 H_2O.
II. 0·3637 Gr. gaben 0·8901 CO_2 und 0·3773 H_2O.

In 100 Theilen:

	Gefunden		Berechnet
	I.	II.	
Kohlenstoff	66·63	66·74	66·67
Wasserstoff	11·38	11·52	11·11
Sauerstoff	—	—	22·22

Der Siedepunkt des Capronsäureäthers wurde bei 166·9—167·3° unter dem auf 0° red. Druck von 738^{mm} gefunden, wobei die Correction für den herausragenden Quecksilberfaden 3·5° betrug. Die Bestimmung des specifischen Gewichtes im Vergleich zu Wasser von denselben Temperaturen gab folgende Werthe:

Temperatur	0°	20°	40°
Spec. Gewicht	0·8898	0·8728	0·8596

Diese Zahlen stimmen mit den früher für das spec. Gewicht des aus synthetisch erzeugter normaler Capronsäure bereiteten Äthers gefundenen fast vollständig überein und liefern somit ein weiteres Argument für die Identität der Gährungs- und der Normal-Capronsäure.

Da die für das spec. Gewicht der Gährungscapronsäure erhaltenen Werthe minder gut stimmen, was, wie ich schon oben bemerkte, wohl nur in der Unreinheit der Säure seinen Grund hat, auch der Siedepunkt der Säure minder constant war als der des Äthers, so dürfte es in Zukunft zur Darstellung reiner Gährungscapronsäure empfehlenswerth sein, die durch Waschen und fractionirte Destillation möglichst gereinigte Säure in Äther überzuführen und aus dem durch fractionirte Destillation leicht rein zu erhaltenden Äther die Säure wieder abzuscheiden.

Digitized by Google

Über gährungscapronsaure Salze.

Von **Franz Kottal.**

Zur Darstellung der folgenden Salze bediente ich mich der aus käuflicher Gährungsbuttersäure in der Weise, wie in Prof. Lieben's vorstehender Abhandlung beschrieben ist, abgeschiedenen Capronsäure. Leider konnte keines derselben in schönen deutlichen oder besonders wohl charakterisirten Krystallen erhalten werden.

Calciumcapronat. Die Säure wurde mit Kalkmilch digerirt, der überschüssige Kalk mittelst Kohlensäure in der Wärme ausgefällt und darauf das Filtrat durch Abdunsten im Vacuum zur Krystallisation gebracht. Die erhaltenen kleinen Krystallblättchen wurden durch Pressen zwischen Filterpapier getrocknet, fein gepulvert, abermals zwischen Papier ausgepresst und so zur Analyse verwendet.

0·789 Gr. des Salzes verloren bei allmäligem Erhitzen auf 120° 0·05 H_2O, und lieferten mit verd. Schwefelsäure im Tiegel behandelt und in der Muffel erhitzt[1] 0·372 $CaSO_4$ entsprechend 0·1094 Calcium.

Daraus folgt für den capronsauren Kalk die Formel

$$Ca(C_6H_{11}O_2)_2 + H_2O,$$

wie folgende Zusammenstellung zeigt.

---

[1] Diese und alle folgenden ähnlichen Bestimmungen wurden mit Anwendung des folgenden von Prof. Lieben angegebenen und von ihm seit lange für solche Zwecke benützten Verfahrens ausgeführt. In den Boden einer kleinen Muffel werden zwei kreisrunde Löcher gebohrt. Das eine ganz nahe der hinteren Muffelwand ist gerade so gross, um das obere Ende einer Bunsen'schen Lampe durchstecken zu können, das zweite näher zur Muffelöffnung gelegene Loch hat eine hinreichende Grösse, um einen Tiegel etwa zur Hälfte darein zu versenken, so dass das Loch durch denselben verschlossen wird und nur die weitere obere Hälfte des konischen Tiegels innerhalb der Muffel steht, die untere Hälfte dagegen nach unten herausragt. Wenn man nun die Lampe anzündet, so streicht die Flamme, an der gewölbten Muffeldecke sich ausbreitend, gerade wie in einem Flammofen, über den Tiegel hin, und erhitzt ihn nur von oben. Das

Digitized by Google

In 100 Theilen:

	Gefunden	Berechnet
Calcium	13·86	13·89
Krystallwasser	6·33	6·25

Zur Löslichkeitsbestimmung wurde die Mutterlauge verwendet, aus der sich beim allmäligen Abdunsten im Vacuum reichlich Krystalle ausgeschieden hatten und die man daher als gesättigte Lösung betrachten durfte. 7·126 Gr. dieser bei 19·5° gesättigten Lösung wurden zuerst im Vacuum zur Trockne verdunstet und dann der Salzrückstand bei 120° getrocknet; er wog 0·196 Gr. Demnach enthalten 100 Theile einer bei 19·5° gesättigten Lösung 2·75 Th. wasserfreies Calciumcapronat. Um jedoch sicher zu sein, dass dieser aus der Mutterlauge erhaltene Salzrückstand wirklich noch reiner und neutraler capronsaurer Kalk war, wurde durch Behandlung desselben mit verd. Schwefelsäure und Erhitzen in der Muffel eine Calciumbestimmung darin ausgeführt. Aus den obigen 0·196 Gr. bei 120° getrocknetem Salzrückstand werden 0·097 Gr. $CaSO_4$ ensprechend 0·0285 Calcium erhalten, was einem Gehalt von 14·54 Proc. Calcium entspricht. Die Theorie fordert für $Ca(C_6H_{11}O_2)_2$ 14·81 Proc. Calcium.

B a r y u m c a p r o n a t. Es wurde durch Sättigen der Säure mit Barytwasser und Entfernung des überschüssig zugesetzten Baryts mit verd. Schwefelsäure dargestellt. Die genau neutral reagirende, abfiltrirte Flüssigkeit wurde im Vacuum bis zu

Spritzen, das sonst beim Erhitzen eines Tiegels, der eine zu verdampfende Flüssigkeit und einen darin suspendirten Niederschlag enthält, so leicht eintritt, wird auf diese Art mit Leichtigkeit vermieden. Je nachdem man die Flamme grösser oder kleiner macht, je nachdem man den Tiegel offen lässt oder bald mehr, bald minder durch seinen Deckel verschliesst, kann man die Schnelligkeit des Abdampfens und die Temperatur, die man hervorbringen will und die sich nach der Natur der abzudampfenden Flüssigkeit (Wasser, Schwefelsäure etc.) richtet, nach Belieben regeln. Will man die von oben strahlende Hitze noch verstärken oder fürchtet man, dass aus der erhitzten Muffeldecke sich Stäubchen loslösen und in den Tiegel fallen könnten, so braucht man nur die obere Wölbung durch ein Platinblech zu überkleiden. Nach vollständig beendetem Abdampfen und Trocknen in der Muffel kann man natürlich den Tiegel herausnehmen und ausglühen.

Digitized by Google

reichlicher Krystallabscheidung verdunstet, wobei Büschel von sehr kleinen Nadeln erhalten wurden.

I. 1·209 Gr. des Salzes (zwischen Papier ausgepresst) verloren bei 120° 0·16 H_2O und lieferten bei Behandlung mit Schwefelsäure in der Muffel 0·655 $BaSO_4$ entsprechend 0·3851 Baryum.

II. 1·148 Gr. desselben Salzes lieferten 0·149 H_2O und 0·631 $BaSO_4$ entsprechend 0·371 Baryum.

Aus diesen Analysen ergibt sich für das krystallisirte Baryumcapronat die Formel $Ba(C_6H_{11}O_2)_2 + 3H_2O$, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

In 100 Theilen:

	Gefunden		Berechnet
	I.	II.	
Baryum	31.92	32·31	32·54
Krystallwasser	12·40	12·97	12·82

Die Löslichkeitsbestimmung wurde wie oben ausgeführt. 4·891 Gr. der Mutterlauge, die eine Temperatur von 23° hatte, im Vacuum verdunstet, hinterliessen einen Salzrückstand, der bei 120° getrocknet 0·564 Gr. wog. Somit enthalten 100 Th. einer bei 23° gesättigten Lösung 11·53 Th. wasserfreies Baryumcapronat. Der obige Salzrückstand, zur Controle in $BaSO_4$ übergeführt, gab 0·356 Gr., enthält also 0·209 Gr., d. i. 37·05 Proc. Baryum. Die Theorie fordert für wasserfreies Baryumcapronat 37·33 Proc. Baryum, was mit dem Gefundenen hinlänglich übereinstimmt.

Strontiumcapronat. Es wurde ebenso wie das Baryumsalz dargestellt und die Untersuchung in genau derselben Weise durchgeführt.

0·951 Gr. der zwischen Papier ausgepressten fein gepulverten Krystallblättchen lieferten beim Trocknen bei 120° 0·136 H_2O, und weiter 0·464 $SrSO_4$, entsprechend 0·2212 Strontium.

Daraus ergibt sich die Formel $Sr(C_6H_{11}O_2)_2 + 3H_2O$.

Digitized by Google

In 100 Theilen:

	Gefunden	Berechnet
Strontium	23·24	23·55
Krystallwasser	14·30	14·53

3·124 Gr. der bei 24° gesättigten Mutterlauge, im Vacuum verdunstet, gaben 0·278 Gr. bei 120° getrockneten Salzrückstand, der aus wasserfreiem neutralen Strontiumcapronat bestand, denn er lieferte bei Behandlung mit Schwefelsäure 0·159 $SrSO_4$ und enthielt somit 27·27 Proc. Strontium, während sich 27·55 Proc. Strontium für wasserfreies Salz berechnen. 100 Th. einer bei 24° gesättigten Lösung enthalten daher 8·89 Th. wasserfreies Strontiumcapronat.

Cadmiumcapronat. Frisch gefälltes feuchtes Cadmiumhydroxyd wurde mit Capronsäure und Wasser in der Reibschale verrieben, bis neutrale Reaction eintrat, hierauf abfiltrirt und die Lösung im Vacuum bis zu reichlicher Krystallabscheidung verdunstet.

1·086 Gr. des zwischen Papier gepressten Salzes verloren bei 120° 0·1045 H_2O und lieferten bei Behandlung mit verd. Schwefelsäure in der Muffel 0·59 $CdSO_4$ entsprechend 0·3176 Gr. Cadmium.

Daraus ergibt sich die Formel $Cd(C_6H_{11}O_2)_2 + 2H_2O$.

In 100 Theilen:

	Gefunden	Berechnet
Cadmium	29·24	29·63
Krystallwasser	9·62	9·52

5·303 Gr. der bei 23·5° gesättigten Mutterlauge hinterliessen nach dem Verdunsten im Vacuum 0·051 Gr. bei 120° getrockneten Salzrückstand, der aus wasserfreiem neutralen Salz bestand, denn er lieferte bei Behandlung mit Schwefelsäure in der Muffel 0·0308 $CdSO_4$, enthielt also 0·01658 Gr., d. i. 32·5 Proc. Cadmium, während man für $Cd(C_6H_{11}O_2)_2$ 32·74 Proc. Cadmium berechnet. 100 Th. der bei 23·5° gesättigten Lösung enthalten daher 0·96 Th. wasserfreies Cadmiumcapronat.

Digitized by Google

Zinkcapronat. Es wurde ebenso wie das Cadmiumsalz dargestellt und gleichfalls nur in sehr undeutlichen Krystallen erhalten.

0·82 Gr. des zwischen Filterpapier ausgepressten gepulverten Salzes verloren bei allmäligem Erhitzen auf 120° 0·046 Gr. H_2O und lieferten nach Auflösung in verd. Salzsäure, Ausfällen der zum Sieden erhitzten Lösung mit kohlensaurem Natron u. s. w. 0·2114 ZnO entsprechend 0·1697 Zink.

Aus diesen Daten leitet sich für das krystallisirte Zinkcapronat die Formel $Zn(C_6H_{11}O_2)_2 + H_2O$ ab.

In 100 Theilen:

	Gefunden	Berechnet
Zink	20·69	20·81
Krystallwasser	5·60	5·74

Zur Löslichkeitsbestimmung wurde wie sonst die Mutterlauge verwendet. 6·717 Gr. der bei 24·5° gesättigten Lösung hinterliessen nach dem Abdunsten im Vacuum 0·069 Gr. bei 120° getrockneten Salzrückstand. Somit enthalten 100 Th. einer bei 24·5° gesättigten Lösung 1·03 Th. wasserfreies Zinkcapronat. Zur Controle der chemischen Beschaffenheit des Rückstandes wurde durch Auflösen in verd. Salzsäure und Ausfällen mit kohlensaurem Natron der Zinkgehalt desselben bestimmt. 0·069 Gr. des getrockneten Salzes lieferten 0·0189 ZnO, enthalten also 0·0151 Gr., d. i. 21·88 Proc. Zink, während sich für wasserfreies capronsaures Zink 22·08 Proc. berechnet.

Die vorstehenden Untersuchungen wurden in Prof. Lieben's Laboratorium in Prag ausgeführt.

Digitized by Google

Digitized by Google

Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1872 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl., jener der I. Abtheilung 10 fl., der der II. Abtheilung 8 fl. und jener der III. Abtheilung 6 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge, oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

Digitized by Google

S-85.V
132

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. BAND. III. HEFT.

[illegible]g 1873. — October.

([illegible] Tafel und 2 Holzschnitten.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Che[illegible]e, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

1873.

Digitized by Google

INHALT

des 3. Heftes (October 1873) des 68. Bandes, II. Abth. der Sitzungberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 1 fl. = 20 Ngr.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

8.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

Digitized by Google

Digitized by Google

XXII. SITZUNG VOM 9. OCTOBER 1873.

Der Präsident heisst die Mitglieder bei Wiedereröffnung der Sitzungen willkommen.

Derselbe gedenkt des schmerzlichen Verlustes, den die Akademie und speciell die math.-nat. Classe durch das am 17. September zu Leipzig erfolgte Ableben des inländischen c. M. Herrn Prof. Dr. Joh. Nep. Czermak erlitten hat.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Der Secretär legt drei Dankschreiben vor, und zwar:

1. Von dem c. M. Herrn Hofrathe Dr. Fr. Wöhler in Göttingen, für die ihm aus Anlass der am 2. September begangenen Feier seines 50jährigen Doctor-Jubiläums vom Präsidium der Akademie dargebrachten Glückwünsche. 2. Vom Herrn Prof. Dr. F. C. Donders für seine Wahl zum correspondirenden Mitgliede der Akademie. 3. Vom Herrn Prof. Dr. Const. Freiherrn von Ettingshausen für die ihm zur Erforschung der fossilen Flora des Sulm-Thales bewilligte Subvention von 300 fl.

Das „*Institut Impérial des Mines*“ zu St. Petersburg ladet die Akademie mit Schreiben vom 18. September ein, sich bei seiner am 21. October (2. November) d. J. zu begehenden 100-jährigen Gründungsfeier durch eines ihrer Mitglieder vertreten zu lassen.

Das k. k. Ministerium des Inneren setzt die Akademie, mit Zuschrift vom 9. September, in Kenntniss, dass nach einem Berichte des Statthalters von Niederösterreich im Winter 1872/3 am n.-ö. Donaustrome keine Eisbildung stattgefunden hat.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Beiträge zur Feststellung der Lagerungsformel der Allylverbindungen und der Acrylsäure“, von dem c. M. Herrn Prof. Dr. Ed. Linnemann in Brünn.

Digitized by Google

„Beiträge zur Physiologie der Pflanzen", vom Herrn Prof. Fr. Krašan in Krainburg, eingesendet und empfohlen durch Herrn Vice-Director K. Fritsch in Salzburg.

„Bestimmung von Tangenten an die Selbstschattengrenze von Rotationsflächen", vom Herrn Prof. Dr. Rud. Staudigl in Wien.

„Der Golfstrom", vom Herrn Jos. Kregau in Görz.

„Über eine neue Weltanschauung und eine Universalerklärung der Natur", vom Herrn Eug. Schacherl zu Lembach im Mühlkreise.

Der Secretär legt ferner die im Drucke beendigte, gekrönte Preisschrift: „Untersuchungen über die Härte an Krystallflächen", vom Herrn Dr. Franz Exner, vor.

Herr Regierungsrath Dr. K. v. Littrow berichtet über die am 21. August vom Herrn Borelly in Marseille gemachte Entdeckung eines neuen teleskopischen Kometen.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie des Sciences et Lettres de Montpellier: Mémoires de la Section des Lettres. Tome IV, 2e—4e fasc. Années 1865—1868. — Mémoires de la Section des Sciences. Tome VI, 2e—3e fasc. Années 1865—1866; Tome VII, 1er—4e fasc. Années 1867—1870; Tome VIII, 1er fasc. Année 1871. — Mémoires de la Section de Médecine. Tome IV, 3e—5e fasc. Années 1865—1869. Montpellier; 4°.

American Chemist. Vol. III, Nr. 12; Vol. IV, Nrs. 1—2. Philadelphia, 1873; 4°.

Annalen der Chemie & Pharmacie von Wöhler, Liebig, Kopp, Erlenmeyer und Volhard. N. R. Band XCII, Heft 1—3. Leipzig & Heidelberg, 1873; 8°.

— der königl. Sternwarte bei München. XIX. Band. München, 1873; 8°.

Annales des mines. VIIe Série. Tome III, 1re & 2e Livraisons de 1873. Paris; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 22—28. Wien, 1873; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1949—1959. (Bd. 82. 5—15.) Kiel, 1873; 4°.

Digitized by Google

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nrs. 2—11. Paris, 1873; 4°.

Exner, Franz, Untersuchungen über die Härte an Krystallflächen. Eine von der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien gekrönte Preisschrift. Wien, 1873; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, k. böhmische, in Prag: Sitzungsberichte. 1873. Nr. 4—5. Prag; 8°.

— österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VIII. Band, Nr. 14—18. Wien, 1873; 4°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 30—40. Wien, 1873; 4°.

Göttingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus den Jahren 1869—1872. 4° & 8°.

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie und verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XXXIX, Heft 5 & 6; Band XL, Heft 1. Speyer, 187.; 8°.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 15—20. Graz, 1873; 4°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1873, Nr. 11—13. Wien; 8°.

Memorial des Ingenieros. Tomo XXVII. Madrid 1872; 8°. — Estado del cuerpo de Ingenieros del ejército en 1873. Madrid; 8°.

Moniteur scientifique du Dteur Quesneville. 380e—382e Livraisons. Paris, 1873; 4°.

Nature. Nrs. 195—205, Vol. VIII. London, 1873; 4°.

Observatorio, Real, de Madrid: Anuario. I. Año. 1860; II. Año. 1861; VII. Año 1866. Madrid, 1859, 1861 & 1865; 8°. — Observaciones meteorológicas efectuadas en el Observatorio de Madrid, 1864—1865 & 1870—1871. Madrid, 1866 & 1872; 8°. — Resúmen de las observaciones meteorológicas efectuadas en la Peninsula. 1870—1871. Madrid. 1872; 8°.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. VII. Nr. 2. 1872; Vol. VIII, Nr. 4. 1873, Torino; 4°.

Digitized by Google

Osservatorio Reale, di Brera in Milano: Pubblicazioni Nr. III. Milano & Napoli, 1873; 4⁰.

Repertorium für Experimental-Physik etc. Von Ph. Carl. IX. Band, 3. & 4. Heft. München, 1873; 8⁰.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. III[e] Année, 2[e] Série, Nrs. 4—14. Paris, 1873; 4⁰.

Sammlungen, Die, der vereinten Familien- und Privat-Bibliothek Sr. Maj. des Kaisers. I. Band. Wien, 1873; Folio.

Società degli Spettroscopisti Italiani: Memorie. 1873. Disp. 4[a]—6[a]. Palermo; 4⁰.

Société Géologique de France: Bulletin. 2[e] Serie. Tome XXIX, (1872), Nr. 8; 3[e] Série. Tome I[er] (1873), Nr. 3. Paris; 8⁰.

— des Ingénieurs civils: Mémoires et Compte rendu des travaux. 3[e] Série. 26[e] Année. 1[er] Cahier. Paris, 1873; 8⁰.

Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg: Archiv. 26. Jahr. Neubrandenburg, 1873; 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 30—40. Wien, 1873; 4⁰.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. XXV. Jahrgang, 10—12. Heft. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

Beiträge zur Feststellung der Lagerungsformel der Allylverbindungen und der Acrylsäure.

Von dem c. M. **Eduard Linnemann.**

Erste Abtheilung.

Verhalten der Acrylsäure gegen aus saurer Lösung nascirenden Wasserstoff und gegen Oxydationsmittel.

Die Thatsache, dass die Acrylsäure beim Behandeln mit Natriumamalgam, durch directe additionelle Aufnahme von einem Molecül Wasserstoff in Propionsäure übergeht, ist für die Feststellung der Natur des Anfangsgliedes der Acrylsäurereihe von einiger Wichtigkeit.

Von grösserem Werthe wäre es gewesen, wenn sich bei der Acrylsäure die sogenannte „Pinakonreaction" vollzogen hätte; d. h. wenn zwei Molecüle Acrylsäure sich mit einem Molecül Wasserstoff zu verbinden im Stande wären.

Hier müsste eine Säure von der Zusammensetzung der Adipinsäure entstehen:

$$\underbrace{2[C_3H_4O_2]}_{\text{Acrylsäure}} + H_2 = \underbrace{C_6H_{10}O_4}_{\text{Adipinsäure}}.$$

Da zwei Adipinsäuren bekannt sind, welche beide synthetisch erhalten wurden, so dass man annehmen darf, die eine von beiden enthalte zweimal die Methylgruppe, die andere aber gar nicht; so wäre, falls die eine oder andere Adipinsäure unter diesen Umständen aus Acrylsäure darzustellen gewesen, ein gewichtiger Rückschluss auf die Lagerungsformel der Acrylsäure möglich geworden.

Digitized by Google

Da ich früher die Beobachtung gemacht, dass sich die Pinakonreaction besonders gerne in saurer Lösung vollzieht, so zog ich es vor, den Wasserstoff diesmal in saurer Lösung auf Acrylsäure einwirken zu lassen. Da ferner nach den Mittheilungen von Caspary & Tollens[1] beim Behandeln von Bibrompropionsäure mit Zink und Schwefelsäure, Acrylsäure erhalten wurde, dieselbe sich somit bei gewöhnlicher Temperatur in saurer Lösung nur schwierig mit Wasserstoff zu verbinden versprach, so schien es zweckmässig, die Einwirkung bei etwas erhöhter Temperatur vor sich gehen zu lassen.

Als ich eine Lösung von acrylsaurem Natron in einer am Rückflusskühler befindlichen Retorte durch 15 Stunden im kochenden Wasserbade mit Zink und Schwefelsäure behandelte, derart, dass durch stets erneuerten Zusatz kleiner Mengen von Schwefelsäure eine fortwährende schwache Gasentwicklung unterhalten wurde, hatte ich vollständigen Erfolg.

Unter diesen Umständen wurde zwar keine nachweisbare Menge von Adipinsäure gebildet, aber die in Anwendung gebrachte Acrylsäure war so vollständig in Propionsäure übergegangen, dass keine unveränderte Acrylsäure mehr nachgewiesen werden konnte.

Ehe ich zur näheren Beschreibung der erhaltenen Propionsäure, welche übrigens sich als völlig identisch mit der Propionsäure aus Propylalkohol erwies, übergehe, muss ich einige Angaben über die Gewinnung des in Verwendung gekommenen acrylsauren Natrons machen.

Für meine noch nicht beendete Untersuchung der Acrylsäure dient als Rohmaterial ein Natronsalz, welches durch Oxydation einer wässerigen Acroleinlösung mit Silberoxyd erhalten ist. Dieses rohe Natronsalz, welches alle bei genannter Oxydation entstehende Säuren einschliesst, enthält unter Anderem auch ein ausserordentlich zerfliessliches, selbst in kaltem absolutem Alkohol sehr leicht lösliches, beim Verdunsten der alkoholischen Lösung als „Schmiere" bleibendes Natronsalz. Um dieses Salz zu isoliren, muss das rohe Natronsalz wiederholt mit beträchtlichen Mengen von kaltem absolutem Alkohole ausgezogen

[1] Ann. Chem. & Pharm. CLXVII. Heft 2—3. St. 255.

Digitized by Google

werden. Hierbei löst sich nun auch eine geringe Menge eines in kaltem absolutem Alkohol nur schwer löslichen Salzes mit auf, welches beim Verdunsten der alkoholischen Lösung sich successive ausscheidet, und dann durch wiederholtes Waschen mit kleineren Mengen absoluten Alkohols rein erhalten werden kann.

Dieses Salz hat die Zusammensetzung des acrylsauren Natrons und alle Eigenschaften, wie solche in neuerer Zeit für dasselbe aus den Mittheilungen von Wislicenus [1] und Anderer bekannt geworden.

Dieses Salz diente zu den nachfolgenden Versuchen und es sei deshalb etwas näher beschrieben.

Aus mikroskopischen, linsenförmigen Nädelchen bestehend, zerfliesst es an mässig trockener Luft nicht, wohl aber an feuchter Luft, oder unter eine Glocke neben Wasser gestellt. Es stellt eine weisse, leichte, lockere Salzmasse dar, deren wässerige Lösung fast farblos ist und nur einen Stich ins Gelbliche besitzt. Die kochend heiss vollkommen gesättigte wässerige Lösung erstarrt beim Erkalten zu einer Gallerte, in der unter dem Mikroskope keine bestimmten Formen erkannt werden können. In kaltem absolutem 99⁰/₀igem Alkohole ist das Salz nur wenig auflöslich, und eine kochend bereitete Lösung scheidet beim Erkalten nichts aus. Es ist also dieses Salz in kochendem absolutem Alkohol kaum merklich löslicher als in kaltem. Verdünnterer Weingeist löst es zwar reichlicher, 80%iger Weingeist sogar sehr leicht, aber auch hier tritt für keinen Concentrationsgrad die Erscheinung ein, dass beim Erkalten kochend bereiteter Lösungen etwas krystallisire. Verdunstet man eine Lösung des Salzes in 80%igem Weingeiste auf dem Wasserbade, bis sich auf dem zurückbleibenden Syrup ein Häutchen zeigt, so erstarrt der erkaltete Syrup beim Berühren sofort krystallinisch. Unter dem Mikroskope zeigen sich alsdann zu Gruppen vereinigte haar- und linsenförmige Nadeln.

Dieses Natronsalz ändert bei 250° C. sein Ansehen noch nicht; stärker erhitzt, entlässt es aber zunächst etwas saure Dämpfe, bläht sich auf, wird grau und zersetzt sich dann unter

[1] Ann. Chem. & Pharm. Bd. CLXVI. Heft 1. St. 2, 24.

Digitized by Google

theilweisem Schmelzen und unter starker Verkohlung und Aufblähen, indem brenzliche Producte abdestilliren.

Das Salz ist also ohne Zersetzung nicht schmelzbar. Mit trockener gasförmiger Jodwasserstoffsäure behandelt, entsteht β. Jodpropionsäure, wie schon Wislicenus[1] als charakteristisches Kennzeichen für acrylsaures Natron angegeben. Die gebildete Jodpropionsäure kann durch Schütteln mit Äther und Verdunsten der Lösung leicht erhalten werden.

Das über Schwefelsäure getrocknete Salz, geglüht und mit Schwefelsäure abgeraucht, enthielt 24·01 % Na, insofern 0·2745 Gramm Salz 0·2035 Grm. Na_2SO_4 lieferten; das acrylsaure Natron enthält 24·47 % Na.

Es geht hieraus zur Genüge hervor, dass das hier beschriebene Natronsalz identisch ist, mit dem acrylsauren Natron, wie es von Wislicenus und Anderen seither beschrieben wurde. Erwähnen will ich noch, dass es sich auch gegen Metallsalze wie das acrylsaure Natron verhielt.

Ob die in diesem Natronsalze enthaltene Acrylsäure in jeder Beziehung identisch ist mit der bei 139·78 ° C. siedenden und bei +7° C. bis +8° C. schmelzenden, von mir bereits kurz beschriebenen[2] Acrylsäure, kann ich heute, nach gerade an den Natronsalzen beobachteten und noch nicht erklärten Unterschieden, noch nicht entscheiden.

Es schien desshalb aber auch erforderlich, die Genesis des zu den nachfolgenden Versuchen verwendeten Natronsalzes so ausführlich mitzutheilen.

Die Salze der Propionsäure sind in der letzten Zeit so gut untersucht worden, und ihre Eigenschaften so wesentlich verschieden von den Eigenschaften der acrylsauren Salze, dass es mir möglich war, die nachfolgende Untersuchung mit nur 5 Grm. des oben beschriebenen acrylsauren Natrons durchzuführen.

Nachdem das acrylsaure Natron fünfzehn Stunden in Eingangs erwähnter Weise der Wirkung des nascirenden Wasserstoffes ausgesetzt gewesen, wurde mit Schwefelsäure übersättigt, bis zur Krystallisationsfähigkeit des Destillationsrückstandes

[1] Ann. Chem. & Pharm. Bd. CLXVI. Heft 1. St. 1—2.

[2] Ann. Chem. & Pharm. Bd. CLXIII. 95.


Digitized by Google

abdestillirt, und die Mutterlauge, sowie das Auskrystallisirte wiederholt unter Zusatz von Wasser destillirt, so lange bis die saure Reaction des Übergehenden nur noch sehr schwach war.

Der Destillationsrückstand enthielt, wie schon erwähnt, keine Adipinsäure oder sonst eine isolirbare organische Substanz.

Das mit Soda neutralisirte und zur Trockne gebrachte saure Destillat wurde mit absolutem 99volum$^0/_0$igem Alkohol ausgekocht. Hierbei blieb ein Rückstand, welchem von 80$^0/_0$igem Weingeist nur noch Spuren entzogen wurden, die nicht als acrylsaures Natron erkannt werden konnten. Der Rückstand bestand aus schwefelsaurem und kohlensaurem Natron, sowie kohlensaurem Zink.

Die in absolutem Alkohole kochend bereitete Lösung des erhaltenen Natronsalzes liess beim Erkalten einen Theil des Salzes auskrystallisiren. Die Mutterlauge enthielt nur noch Salz, welches mit dem Auskrystallysirten vollkommen gleiche Eigenschaften besass. Keine nachweisbare Menge des in absolutem Alkohol schwer löslichen acrylsauren Natrons war aufzufinden.

Das auskrystallisirte und das in der Mutterlauge befindliche Salz, zusammen etwas über 2 Grm. betragend, hatten völlig die Eigenschaften des propionsauren Natrons, wie ich mich durch einen genauen Vergleich dieses Salzes mit reinem, aus der früher beschriebenen[1] Propionsäure dargestelltem Natronsalze überzeugt habe.

Aus der heiss gesättigten Lösung in absolutem Alkohol fällt das Salz in Form eines sandigen Pulvers aus, welches unter dem Mikroskope vereinzelte Nadeln oder linsenförmige Gebilde zeigt. Auch die beim Verdunsten der alkoholischen Lösung auf dem Wasserbade bleibende, weisse, glänzende Salzmasse, und der beim Verdunsten der alkoholischen Lösung über Schwefelsäure bleibende Rückstand zeigen ähnliche mikroskopische Beschaffenheit. Die linsenförmigen Nadeln sind hier jedoch vorzugsweise zu Kugeln vereinigt. Beim Verdunsten der wässrigen Lösung über Schwefelsäure vereinigen sich diese Nadeln zu Dendriten.

---

[1] Ann. Ch. & Ph. Bd. CLXI. 216.

Digitized by Google

Das Salz zerfliesst an feuchter Luft oder neben Wasser unter eine Glocke gestellt rasch, wird jedoch an trockner Luft ebenso rasch wieder fest.

Beim Erhitzen schmilzt das durch Schmelzen zuvor völlig entwässerte Salz bei 230° C. noch nicht, bei höherer Temperatur jedoch ohne Zersetzung zu einer fast farblosen Flüssigkeit, welche beim Erkalten zu einer faserig krystallinischen, seidenglänzenden, leicht zerreiblichen Masse erstarrt. Nur bei sehr starkem Erhitzen des geschmolzenen Salzes findet etwas Verkohlung statt.

Das reine propionsaure Natron verhält sich in allen Stücken ganz gleich.

Die Löslichkeit in kochendem absolutem Alkohol ergab sich wie folgt:

27·6485 Grm. kochend bereiteter Lösung des zuvor geschmolzenen Salzes liessen beim Abkühlen 0·2565 (bei 100° C. getrocknetes) Salz auskrystallisiren. Die bei +20° C. filtrirte Mutterlauge enthielt auf 22·549 Grm. Lösung 0·5220 Grm. Salz.

1 Theil Salz erfordert 30 Theile kochenden absoluten Alkohol.

1 Theil Salz erfordert 42 Theile absoluten Alkohol von +20° C.

28% des Salzes fallen beim Abkühlen aus.

Ein Gegenversuch mit reinem propionsaurem Natron ergab, insofern:

11·8275 Grm. kochend filtrirter Lösung 0·332 Grm. Salz hinterliessen und 12·5 Grm. kochend bereiteter Lösung 0·1185 Grm. beim Abkühlen fallen liessen, dass: 1 Theil Salz 34 Theile kochenden absoluten Alkohol erfordert und dass circa 28% des Gelösten beim Erkalten auskrystallisiren.

Diese Zahlen stimmen mit Anbetracht der Versuchsfehler, die nicht zu umgehen sind, gut überein.

Das zweimal aus kochendem absolutem Alkohol umkrystallisirte und über Schwefelsäure getrocknete Salz enthielt 23·43% Na insofern 0·1745 Grm. Salz 0·1316 Grm. geschmolzenes Na_2SO_4 lieferten. Propionsaures Natron verlangt 23·95% Na.

Das beschriebene Natronsalz lieferte beim Behandeln mit gasförmiger Jodwasserstoffsäure keine Jodpropionsäure, was als Beweis für die Abwesenheit jeder Spur von Acrylsäure dienen kann

Digitized by Google

Nachdem so die Überzeugung gewonnen war, dass das untersuchte Natronsalz von dem ursprünglich in Anwendung gekommenen acrylsauren Natron verschieden war, und sich als propionsaures Natron erwiesen, wurde aus dem Natronsalze die Säure wieder mit Schwefelsäure abgeschieden und in das für die Propionsäure so bezeichnende basische Bleisalz übergeführt.

Ich habe dieses Salz früher beschrieben[1] und auch den Weg angegeben, wie man es darstellt. Es charakterisirt sich dadurch, dass es in kaltem Wasser leicht löslich ist, und dass die kalt gesättigte Lösung beim Kochen das Salz fast vollständig wieder ausfallen lässt.

Indem ich mit der aus Acrylsäure gewonnenen Propionsäure ganz so wie früher beschrieben verfuhr, erhielt ich auch ganz das gleiche Resultat.

Das erhaltene, in kochendem Wasser unlösliche und heiss abfiltrirte Bleisalz enthielt nach dem Trocknen über Schwefelsäure 77·2% Pb, insofern 0·4010 Grm. Salz nach dem Abglühen mit Salpetersäure 0·3339 Grm. geschmolzenes Bleioxyd lieferten. Die früher von mir angegebene Formel des basisch propionsauren Bleies verlangt 74·2% Pb. Ich habe mich jedoch seither überzeugt, dass es schwer ist, das Salz von constantem Bleigehalte zu gewinnen, ohne dass dies auf seine hauptsächlichsten Eigenschaften, die Löslichkeit in kaltem und die Schwerlöslichkeit in kochendem Wasser, einen Einfluss hätte.

Aus dem so abgeschiedenen basischen Bleisalze wurde nun mittelst Schwefelwasserstoff die Säure abermals in Freiheit gesetzt und durch längeres Kochen mit überschüssigem Silberoxyd in das Silbersalz übergeführt.

Dieses wurde nach dem Krystallisiren ganz vom gewöhnlichen Ansehen eines sehr reinen propionsauren Silbers erhalten, Eigenschaften und Zusammensetzung stimmten gleichfalls überein.

Das Salz *b* war aus der Mutterlauge von Salz *a* erhalten. Zur Verbrennung diente der Rest beider Salze. Die Silberbestimmung wurde durch Erhitzung vorgenommen, wobei das Salz ohne Verpuffung zusammensinterte und sich zersetzte.

---

[1] Ann. Ch. & Ph. Bd. CLXI. 223.

Digitized by Google

Die Analyse des über Schwefelsäure getrockneten Salzes ergab:

a) 0·2102 Grm. Salz hinterliessen 0·1257 Grm. Ag
b) 0·1540 Grm. „ „ 0·0920 Grm. Ag
a+b) 0·5155 Grm. gaben 0·3700 Grm. CO_2 u. 0·1330 Grm. H_2O.

Berechnet		Gefunden	
C.....	19·88	*a+b)*	19·57
H.....	2·76	.....	2·86
Ag.....	59·66	*a)*	59·80
		b)	59·74

Die Löslichkeitsbestimmung wurde so ausgeführt, dass das mit wenig Wasser fein zerriebene Salz unter häufigem Umschütteln 24 Stunden in verkorkten Gefässen stehen blieb. Nach dem Abfiltriren wurde der Silbergehalt als Chlorsilber bestimmt. Bei einer neuerlichen Controllbestimmung mit synthetisch dargestelltem propionsaurem Silber wurde geradeso verfahren.

I. Aus Acrylsäure erhaltenes propionsaures Silber:
12·2030 Grm. bei +23° C. gesättigte Lösung gaben 0·0753 Grm. Ag Cl.
1 Thl. propions. Silber erfordert bei +24° C. 118 Thl. Wasser.

II. Synthetisch dargestelltes propionsaures Silber (aus reiner Propionsäure)[1]:
29·0200 Grm. bei +24° C. gesättigte Lösung gaben 0·1991 Grm. Ag Cl.
1 Thl. propions. Silber erfordern bei +24° C. 115 Thl. Wasser.

Früher wurde gefunden:[2]
1 Thl. propions. Silber erfordert bei +18° C. 119 Thl. Wasser.

Diese Zahlen stimmen innerhalb der Genauigkeitsgrenzen derartiger Bestimmungen hinreichend überein.

Noch soll bemerkt werden, dass das reine acrylsaure Silber nach meinen Beobachtungen bei +15° C. circa 100 Theile

[1] Annalen d. Ch. & Ph. Bd. CLXI. 221.
[2] Annalen d. Ch. & Ph. Bd. CLXI. 222.

Digitized by Google

Wasser zur Lösung erfordert, also nicht ganz unbeträchtlich löslicher ist.

Aus den vorliegenden Versuchen geht zur Sicherheit hervor:

I. „Dass die auf die Temperatur des kochenden Wasserbades gebrachte Acrylsäure beim Behandeln mit Schwefelsäure und Zink bis auf die kleinste Menge ein Molecül Wasserstoff aufnimmt.“

II. „Dass die so aus Acrylsäure entstehende Propionsäure in jeder Beziehung identisch ist mit der bis jetzt bekannten normalen Propionsäure.“

Wenn demnach Caspary und Tollens[1] am Schlusse ihrer Untersuchung über die „β Bibrompropionsäure“ und deren Umwandlung in Acrylsäure“ zu dem Endresultate kommen: „Mit Zink und Schwefelsäure geht die Acrylsäure nicht in Propionsäure über“, so hat dies nur seine Giltigkeit, für „kurze Berührung bei mittlerer Temperatur“.

Ob indessen die Acrylsäure selbst bei mittlerer Temperatur nicht dennoch durch das genannte Hydrogenisationsmittel in Propionsäure übergeführt wird, wenn die Berührung nur hinreichend lang andauert, hat der Versuch bis jetzt noch nicht entschieden. Diese Frage ist vorderhand noch offen.

Die Bildung der Propionsäure, einer einmal die Methylgruppe enthaltenden Substanz aus Acrylsäure und nascirendem Wasserstoffe, ist für die Lagerungsformel letzterer Säure nicht ohne Bedeutung.

Zunächst wird die Acrylsäure durch diese Reaction genau in dieselbe Beziehung zur Propionsäure gebracht, wie diese sich zwischen Crotonsäure und normaler Buttersäure ergab. Man wird verführt, aus Analogie zu schliessen, die Acrylsäure enthalte die Methylgruppe.

Für die Annahme der Präexistenz der Methylgruppe in der Acrylsäure sprachen denn auch die bis jetzt vorliegenden Angaben über die Oxydationsproducte der Acrylsäure.

[1] Annalen d. Ch. & Ph. Bd. CLXVII. Heft 2—3. 257.

Digitized by Google

Redtenbacher[1] gibt an, dass aus der Acrylsäure nicht nur bei Oxydation mit Salpetersäure, sondern auch durch andere energische Oxydationsmittel, ja schon beim langen Stehen mit wässrigem Kali „Essigsäure und Ameisensäure“, respective die Oxydationsproducte letzterer, entstehen.

Wenn das Nichtauftreten der Essigsäure bei Oxydation des Allylalkohols[2], des Jodallyls[3] und des Acroleins[4] als Beweis dafür dient, dass die genannten Allylderivate die Methylgruppe nicht enthalten; so musste das Auftreten von Essigsäure bei Oxydation der Acrylsäure ebenso entscheidend für Präexistenz der Methylgruppe in der Acrylsäure sprechen.

Da Redtenbacher der Oxydation der Acrylsäure mit Salpetersäure erwähnt, von der Chromsäure als Oxydationsmittel speciell nicht spricht und gerade das Verhalten der Allylderivate gegen Chromsäure entscheidend war; so untersuchte ich zunächst das Verhalten der Acrylsäure gegen Chromsäure.

I) Oxydation des acrylsauren Natrons durch Chromsäure.

a) 2 Grm. des oben beschriebenen acrylsauren Natrons, 5 Grm. saures chromsaures Kali, 10 Grm. concentrirte Schwefelsäure und 100 Grm. Wasser wurden 1½ Stunde am Rückflusskühler gekocht. Die Lösung färbte sich nur langsam grün, die Oxydation erfolgte schwierig. Man setzte nun Wasser zu, destillirte die flüchtige Säure ab, kochte das saure Destillat anhaltend mit überschüssigem Silberoxyd, um vorhandene Ameisensäure zu zerstören, filtrirte ab, und brachte das Silbersalz zur Krystallisation. Es wurde ein beim Erhitzen verpuffendes Salz erhalten, welches nichts Anderes als „reines acrylsaures Silber“ war.

1. 0·1890 Grm. hinterliessen 0·1135 Grm. Ag = 60·05% Ag
2. 0·1350 Grm. „ 0·0810 Grm. Ag = 60·00% Ag

acrylsaures Silber verlangt 60·33% Ag.

---

[1] Ann. Ch. & Ph. XLVII. St. 34.
[2] Ann. Ch. & Ph. CLIX. 101. Rinne & Tollens.
[3] B. d. d. ch. G. 1873. Nr. 6—7. St. 388. Kekule.
[4] Ann. Ch. & Ph. Splbd. II. Claus.

Digitized by Google

Die flüchtige Säure war also im vorliegenden Falle noch unveränderte Acrylsäure. Essigsäure hätte sich höchstens etwa noch in der Mutterlauge des analysirten Silbersalzes vorfinden können. Es wurde deshalb diese Mutterlauge bei einem zweiten Versuche, der angestellt wurde, um etwa gebildete Essigsäure möglichst von der noch unzersetzten Acrylsäure zu trennen, mit verarbeitet.

b) 4 Grm. acrylsaures Natron, 10 Grm. saures chromsaures Kali, 20 Grm. concentrirte Schwefelsäure und 100 Grm. Wasser wurden eine Stunde am Rückflusskühler gekocht. Diesmal färbte sich die Chromsäurelösung bei stärkerer Concentration etwas rascher grün, dennoch war ein nicht unbeträchtlicher Theil der Acrylsäure unoxydirt geblieben. Die erhaltene flüchtige Säure wurde wieder zunächst mit überschüssigem Silberoxyd gekocht, hierauf die Silbersalzlösung mit Soda gefällt, das Ganze zur Trockne verdampft und mit etwas kochendem absolutem Alkohol ausgezogen. Wäre unter dem Verdunstungsrückstande essigsaures Natron gewesen, so hätte dies nun vorzugsweise in Lösung gehen müssen, und ein aus dem Gelösten bereitetes Silbersalz hätte mehr oder weniger den Silbergehalt des essigsauren Silbers zeigen müssen. Es wurden also sowohl aus dem in kochendem absolutem Alkohol Gelösten, wie aus dem darin unlöslichen Rückstande Silbersalze bereitet. Beide erwiesen sich als reines acrylsaures Silber, und somit war die Gegenwart der Essigsäure bestimmt ausgeschlossen. Das Silbersalz aus dem in Alkohol gelösten Natronsalze enthielt 60·29 % Ag, insofern 0·2015 Grm. Salz 0·1215 Grm. Ag hinterliessen; das andere Silbersalz enthielt 60·02 % Ag, insofern 0·1770 Grm. Salz 0·1065 Grm. Ag hinterliessen. Das acrylsaure Silber verlangt 60·33 % Ag.

Aus diesen Versuchen folgt:

I. „Die Acrylsäure wird nur schwierig von Chromsäure oxydirt."

II. „Die Acrylsäure liefert bei Oxydation mit Chromsäure keine Essigsäure."

III. „Die Acrylsäure wird auch bei längerem Kochen mit überschüssigem Silberoxyd nicht, oder kaum merklich oxydirt, gewiss entsteht dabei aber keine Essigsäure."

Digitized by Google

Angesichts dieser Erfahrungen war es nun geboten, das Verhalten der Acrylsäure nicht nur gegen Salpetersäure, sondern auch gegen Kali zu controlliren. Das verwendete acrylsaure Natron war dasselbe, welches zu allen anderen Versuchen diente.

2. Oxydation der Acrylsäure mittelst Salpetersäure.

Vermischt man 3 Grm. acrylsaures Natron mit 10 CC. rauchender Salpetersäure, so findet bei gewöhnlicher Temperatur kaum bemerkbare Einwirkung statt. Erhitzt man jedoch nur gelinde, so tritt plötzlich eine heftige Reaction ein, die indessen bald verlaufen ist. Mit dieser Reaction ist die eigentliche Oxydation der Acrylsäure auch beendet, und bedarf es nur, noch einigemal gelinde zu erwärmen, um etwas nachzuhelfen. Die ganze Reaction wurde am Rückflusskühler bei guter Kühlung vorgenommen. Um etwa vorhandene flüchtige Säure zu erhalten, wurde nun mit Wasser versetzt und so lange abdestillirt, bis der Destillationsrückstand von neuem salpetrige Säure zu entwickeln anfing. Das schwach saure Destillat wurde mit überschüssigem Silberoxyd gekocht, worauf aus der ziemlich stark eingeengten Silberlösung ein in kleinen, isolirten, glänzenden, gelblichweissen Nadeln anschiessendes Salz, aber nur in geringer Menge erhalten werden konnte. Es stellte sich als salpetrigsaures Silber heraus.

Im sauren Destillate war somit weder unveränderte Acrylsäure, noch eine flüchtige Fettsäure vorhanden.

Das eigentliche, in reichlicher Menge vorhandene Oxydationsproduct der Acrylsäure ist im Destillationsrückstande. Neutralisirt man diesen theilweise mit Kali, so erhält man mit essigsaurem Silber, essigsaurem Blei, essigsaurem Kupfer, Baryt und Kalk amorphe Niederschläge. Der Silberniederschlag färbt sich sehr leicht braun am Lichte, und aus einem derartig bereits veränderten Niederschlage wurde durch Schwefelwasserstoff eine syrupartige, nicht flüchtige, in Alkohol leicht lösliche Säure abgeschieden. Noch muss bemerkt werden, dass, wenn man den noch nicht neutralisirten Destillationsrückstand mit salpetersaurem Silber versetzt, ein weisser Niederschlag erhalten wird,

Digitized by Google

der sich als oxalsaures Silber erwies. Die Menge desselben war jedoch äusserst gering.

Ich werde auf das Hauptoxydationsproduct der Acrylsäure durch Salpetersäure bei einer späteren Gelegenheit zurückkommen; so viel ergibt sich aber aus den vorstehenden Versuchen zur Zeit bereits als sicher, dass:

„Die Acrylsäure durch erwärmte concentrirte Salpetersäure leicht oxydirt wird und dass dabei keine Essigsäure entsteht.“

3. Verhalten des acrylsauren Natrons gegen wässriges und schmelzendes Kali.

Nach Redtenbacher wird die Acrylsäure bei längerem Stehen mit wässrigem Kali durch den Sauerstoff der Luft leicht zu Essigsäure und Ameisensäure oxydirt.

Von der Meinung ausgehend, dass recht günstige Bedingungen für eine solche Oxydation obwalteten, erwärmte ich 3 Grm. acrylsaures Natron durch 10 Stunden mit 10 Grm. Kali und 50 Grm. Wasser auf dem kochenden Wasserbade in flacher Schale an offener Luft. Während dieser Zeit wurde das abdunstende Wasser in der Schale häufig ersetzt. Am Ende dieser 10stündigen Erhitzungsperiode war das Kali grösstentheils in kohlensaures Salz übergegangen und die Lösung hatte eine schwach braune Farbe angenommen.

Die Masse wurde nun mit Schwefelsäure übersättigt und abdestillirt. Das äusserst schwach sauer reagirende Destillat reducirte sich beim Kochen mit Silberoxyd nicht, was schon die Abwesenheit von Ameisensäure bewies.

Die vom Silberoxyd abfiltrirte Lösung enthielt nur so wenig Salz, dass selbst aus den letzten Mengen der eingedunsteten Lösung nur zwei etwa erbsengrosse kugelige Aggregate krystallisirten Salzes erhalten werden konnten. Eine kleine Menge hiervon erhitzt verpuffte, der Rest mit gasförmiger Jodwasserstoffsäure behandelt und mit Äther extrahirt, lieferte alsdann einen Verdunstungsrückstand, der unter dem Mikroskope deutlich die sechsseitigen Blättchen der β Jodpropionsäure erkennen liess.

Digitized by Google

Diese geringe Menge Silbersalz rührte somit von nichts Anderem als einer geringen Menge unveränderter Acrylsäure her.

Vorstehender Versuch über das Verhalten der Acrylsäure gegen wässeriges Kali und Luft bei der Temperatur des kochenden Wasserbades ergab also, dass die Acrylsäure zwar rasch verschwindet (das entstehende Product werde ich später beschreiben), dass aber hierbei:

„weder Essigsäure noch Ameisensäure entsteht“.

Ich habe nur noch hinzuzufügen, dass ich beim Schmelzen von acrylsaurem Natron mit Kalihydrat nicht glücklicher war. Es gelang mir nicht, die Bildung von Essigsäure oder Ameisensäure nachzuweisen.

Als ich in 15 Grm. eben geschmolzenes Kalihydrat, unter Umrühren rasch 3 Grm. acrylsaures Natron eintrug, fand starke Verkohlung und Gasentwicklung statt. In der Schmelze war aber auch keine Spur einer flüchtigen Säure vorhanden.

Die seit Decennien in allen Lehrbüchern figurirende Gleichung:

$$\underbrace{C_3H_4O_2}_{\text{Acrylsäure}} + 2H_2O = H_2 + \underbrace{C_2H_4O_2}_{\text{Essigsäure}} + \underbrace{CH_2O_2}_{\text{Ameisens.}}$$

ist demnach thatsächlich „grundfalsch“.

Die Resultate meiner Untersuchung über die Oxydationsproducte der Acrylsäure widersprechen also gänzlich allen Angaben Redtenbacher's über Bildung von Essigsäure und Ameisensäure aus Acrylsäure.

Die Angaben Redtenbacher's lassen sich nur erklären, wenn es entweder eine zweite isomere Acrylsäure gibt, in welche die gewöhnliche, aus Acroleïn entstehende Acrylsäure unter Umständen übergehen kann, welche bei Oxydation Essigsäure und Ameisensäure liefert und welche Redtenbacher unter Händen gehabt hätte; oder wenn man die Vermuthung zulässt, dass Redtenbacher theilweise seine Untersuchung über Acrylsäure nicht mit Acrylsäure, sondern mit einer ursprünglichen Mischung von Essigsäure und Ameisensäure durchgeführt hat. Bei wiederholter Lectüre der Redtenbacher'-

Digitized by Google

schen Arbeit, und wenn man derselben alles bis jetzt über Acrylsäure Bekannte entgegenhält, scheint die letztere Annahme die wahrscheinlichere.

Die eigentliche Fehlerquelle könnte möglicherweise darin gesucht werden, dass Redtenbacher eine grössere Menge seines Acroleïns nicht durch Destillation aus Glycerin, wie es jetzt ausschliesslich geschieht, sondern durch Destillation verschiedener Fette darstellte.

Da die Acrylsäure nach den vorstehenden Versuchen unter keiner Bedingung bei ihrer Oxydation Essigsäure liefert, so verhält sie sich somit dem Allylalkohol und dem Acroleïn conform. In Consequenz dessen ist zur Stunde kein Grund vorhanden, die Präexistenz der Methylgruppe in der Acrylsäure anzunehmen, obgleich die Möglichkeit, dass die drei genannten Körper dennoch die Methylgruppe, aber in einer Complication, welche die Oxydation derselben zu Essigsäure nicht gestattet, enthalten, noch nicht ganz ausgeschlossen werden kann.

Die drei Tollens'schen Formeln:

Allylalkohol	Acroleïn	Acrylsäure
CH_2	CH_2	CH_2
‖	‖	‖
CH	CH	CH
|	|	|
CH_2OH	COH	$CO.OH$

stehen also in der erwähnten, auf die Oxydationsversuche basirten Annahme der Nichtexistenz der Methylgruppe in Einklang. Sehr vieles in dem Verhalten der drei Körper lässt sich, wie Tollens hervorhebt, mit den verzeichneten Formeln in Übereinstimmung bringen. Was diese Formeln aber nicht zum Ausdrucke bringen, ja was dieselben geradezu entstellen, das ist das thatsächliche gegenseitige Verhältniss, in welchem diese Körper zu einander stehen.

Nach den Tollen'schen Formeln wäre dieses Verhältniss genau dasselbe, wie zwischen einem normalen Alkohole, seinem Aldehyde und seiner Säure. Dieses Verhältniss besteht nun thatsächlich durchaus nicht.

Digitized by Google

Zunächst zeigt das Acroleïn in seinem Verhalten gegen saures schwefelsaures Kali und Ammon durchaus nicht das Verhalten eines Aldehydes, wie schon Wislicenus[1] hervorhob.

Ferner geht das Acroleïn bei Oxydation mit Chromsäure, wie Claus zeigte, nicht in Acrylsäure über, welche selbst doch, wie ich in dem Vorliegenden fand, von Chromsäure nur langsam und schwierig oxydirt wird. Alle wirklichen Aldehyde liefern bei Oxydation mittelst Chromsäure mit Leichtigkeit die zugehörige Säure, entstünde demnach bei Oxydation des Acroleïns mit Chromsäure Acrylsäure, so müsste die Gegenwart dieser durch Chromsäure nur schwierig weiter zu oxydirenden Säure wenigstens zur Gewissheit nachweisbar sein. Dies ist aber nicht der Fall.

Endlich liefert der acrylsaure Kalk beim Erhitzen mit ameisensaurem Kalk durchaus kein Acroleïn. Von dieser Thatsache kann man sich des furchtbaren Acroleïngeruches wegen leicht überzeugen. Mischt man acrylsauren und ameisensauren Kalk nach geeigneten Verhältnissen und destillirt, so treten wohl empyreumatische Producte und Gerüche auf; von dem furchtbaren Acroleïngeruch jedoch ist keine Spur zu bemerken. Man kann hier füglich auf Grundlage dieser blossen Geruchsreaction behaupten, dass kein Acroleïn entsteht.

Die Acrylsäure lässt sich somit durch jene Reaction, durch welche alle einbasischen Säuren vom Baue der Fettsäuren sich in ihre Aldehyde zurückführen lassen, nicht in Acroleïn umwandeln, und wir müssen den Schluss ziehen: „dass das Acroleïn entweder nicht das wahre Aldehyd der Acrylsäure ist; oder: dass der einen von beiden Substanzen bestimmt jene von den normalen Fettsubstanzen abgeleitete Formel, wie sie Tollens zum Ausdrucke bringt, mangelt; oder endlich, dass überhaupt weder das Acroleïn noch die Acrylsäure, sei es den Aldehyden, sei es den Fettsäuren analog constituirt sind."

Durch den blossen Geruch nämlich lässt sich nicht feststellen, ob bei trockener Destillation von acrylsaurem und amei-

[1] Ann. d. Chem. u. Pharm. Bd. CLXVI. Heft 1. 54.

Digitized by Google

sensaurem Kalke nicht am Ende doch ein, freilich vom Acroleïn verschiedenes, wirkliches, der Acrylsäure zugehöriges Aldehyd entsteht.

Wahrscheinlich ist diese Vermuthung nicht, aber der Versuch muss doch erst hier entscheiden.

So viel aber ist heute schon gewiss, dass die Tollens'schen Formeln zum mindesten für das Acroleïn oder für die Acrylsäure, am vorsichtigsten aber für beide, zum Gebrauche nicht empfohlen werden können, da sie „thatsächlich Falsches ausdrücken".

Wenn demnach Tollens[1] den Ausspruch thut: „somit sind (nach Entdeckung der Methylgruppe im Cyanallyl durch Kekulé) die letzten Zweifel in Hinsicht der Allylfrage beseitigt", so glaube ich der entgegengesetzten Anschauung Ausdruck verleihen zu müssen, wenn ich gestützt auf die vorliegenden Versuche meine Meinung dahin ausspreche, dass die Frage der Lagerungsformel des Allylalkohols, des Acroleïns und der Acrylsäure noch lange nicht spruchreif ist, und dass es vor Allem noch an den nöthigen Studien über diese Körper fehlt.

Brünn, Juli 1873.

[1] B. d. d. ch. G. 1873. Heft 8. St. 519.

Digitized by Google

Bestimmung von Tangenten an die Selbstschattengrenze von Rotationsflächen.

Von Dr. **Rudolf Staudigl,**
a. ö. Professor an der k. k. technischen Hochschule in Wien.

(Mit 1 Tafel.)

Die directe Construction von Tangenten an die Selbstschattengrenze von Rotationsflächen dürfte ein bisher noch ungelöstes Problem bilden, so wünschenswerth es auch für den Constructeur stets sein musste: Curven nicht blos durch Punkte, sondern auch durch Tangenten zu bestimmen. Kennt man ausser einzelnen Punkten einer Curve irgend welcher Art auch die zugehörigen Tangenten, so lässt sich ja die Curve selbst viel leichter, mit bedeutend grösserer Präcision darstellen.

Der wesentliche Inhalt vorliegender Abhandlung ist die Erklärung einer einfachen Lösung des genannten Problems. Diese Lösung beruht auf dem Umstande, dass irgend zwei Flächen, welche sich längs einer Curve C osculiren, in allen Punkten von C dieselben Beleuchtungsverhältnisse zeigen. Innerhalb des gemeinschaftlichen Flächenelementes, das sich längs der Curve C erstreckt, besteht kein Unterschied zwischen den Linien gleicher Beleuchtungs-Intensität der einen und der andern Fläche. Diese Linien haben an der Stelle, wo die Flächen osculiren, gemeinschaftliche Elemente, d. h. sie berühren sich und besitzen also hier gemeinschaftliche Tangenten. Für die Selbstschattengrenze gilt dasselbe wie für alle übrigen Intensitätslinien. Legen wir daher an irgend eine Fläche F eine zweite Fläche F_1, welche mit F längs einer Curve C osculirt, und bestimmen die Tangenten der Selbstschattengrenze von F_1 in jenen Punkten, wo sie C schneidet, so haben wir damit auch Tangenten der Schatten-

Digitized by Google

grenze von F erhalten. Selbstverständlich wird man eine Fläche F_1 wählen, für welche die fraglichen Tangenten leicht direct bestimmt werden können, etwa wenn möglich eine Fläche zweiter Ordnung.

Wir wollen nun die in Rede stehende Aufgabe zunächst für den Wulst lösen.

Als osculirende Hilfsfläche F_1 nehmen wir eine Rotationsfläche zweiter Ordnung an, deren Rotationsaxe mit jener des Wulstes zusammenfällt. Die Osculation beider Flächen soll längs eines Parallelkreises stattfinden. Jene Punkte I, II, in welchen der letztere von der Selbstschattengrenze geschnitten wird, findet man auf bekannte Weise. Würde man den Mittelpunkt M der osculirenden Fläche zweiter Ordnung kennen, so hätte man nur durch die Punkte I, II und M eine Ebene zu legen und die Schnittlinie derselben mit der tangirenden Ebene der Rotationsfläche im Punkte I zu suchen. Diese Schnittlinie müsste die gesuchte Tangente der Selbstschattengrenze des Wulstes bei parallelen Strahlen im Punkte I sein; denn sie wäre ja auch Tangente der Selbstschattengrenze der Fläche zweiter Ordnung in demselben Punkte I.

Um den in der Rotationsaxe gelegenen Mittelpunkt M der osculirenden Fläche zweiter Ordnung zu bestimmen, verfahren wir wie folgt:

In Fig. 1 sei α die Axe des Wulstes, welcher durch Rotation des Kreises K um α entsteht. AB sei der in der Zeichenfläche liegende Durchmesser eines beliebigen Parallelkreises, AS die Tangente in A an den Kreis K, und S ihr Schnitt mit α. Es handelt sich nun darum, den in α gelegenen Mittelpunkt M einer Curve zweiter Ordnung zu finden, welche mit dem Kreise K im Punkte A osculirt, für welche also K ein Krümmungskreis ist. Wir lösen diese Aufgabe durch Anwendung eines von Poncelet angegebenen Verfahrens zur Bestimmung der Krümmungskreise von Curven zweiter Ordnung[1]. Wäre die fragliche Curve zweiter Ordnung gegeben und es sollte der Krümmungskreis für den Punkt A derselben nach diesem Verfahren bestimmt werden, so

---

[1] Siehe z. B. das „Lehrbuch der neueren Geometrie“ des Verfassers der vorliegenden Abhandlung, Seite 215.



Digitized by Google

hätte man irgend einen in *A* berührenden Kreis zu zeichnen, welcher die Curve (im Allgemeinen in zwei Punkten) schneidet, und dann durch *A* parallel zur Verbindungslinie der so erhaltenen Schnittpunkte eine Sehne der Curve zweiter Ordnung zu ziehen. Der zweite Endpunkt letzterer Sehne müsste dann auch ein Punkt des Krümmungskreises sein. Denken wir uns nun jenen beliebigen Kreis so gewählt, dass sein Mittelpunkt in α liegt, so berühren sich dieser Kreis und die Curve zweiter Ordnung ausser in *A* auch in *B* und man würde, dem Poncelet'schen Verfahren gemäss, durch *A* eine parallele Gerade zur Tangente in *B*, also zur Geraden *BS* zu ziehen haben. Hieraus folgt, dass der Punkt *C*, in welchem die letztgenannte Parallele den Kreis *K* schneidet, auch der fraglichen Curve zweiter Ordnung angehört. Man hat demnach nur den Mittelpunkt *M* einer Curve zweiter Ordnung zu bestimmen, welche durch die Punkte *A*, *B*, *C* geht und die Geraden *AS*, *BS* beziehungsweise in *A* und *B* berührt.

Am einfachsten dürfte *M* durch Anwendung des Pascal'schen Satzes erhalten werden, indem man den Schnittpunkt *E* der Tangenten in *A* und *C* bestimmt und *E* mit dem Halbirungspunkte *F* der Berührungssehne *AC* verbindet. Letztere Verbindungslinie schneidet α in *M*.

Der Punkt *E* ergibt sich dadurch, dass man aus dem Schnittpunkte *D* der Geraden *BC* mit α eine Parallele zu *AB* zieht. Diese Parallele schneidet *AS* in *E*, wie aus der Betrachtung der Fig. 2, in welcher das hier benützte Pascal'sche Sechseck dargestellt ist, hervorgeht. Die Aufeinanderfolge der Seiten des Sechseckes ist, wenn wir mit *CX* die Tangente in *C* bezeichnen, folgende: *BC*, *CX*, *CG*, *GA*, *AS*, *AB*. Zwei von den Pascal'schen Punkten sind *D* und *E*, der dritte liegt unendlich ferne in der Richtung der gegenüberliegenden parallelen Seiten *AB* und *CG*.

Die Construction zur Bestimmung des Mittelpunktes *M* der osculirenden Fläche zweiter Ordnung ist demnach eine sehr einfache und auch die Construction der fraglichen Tangente der Selbstschattengrenze besteht im Wesentlichen nur darin, dass man den Schnitt zweier Ebenen bestimmt, sobald einmal der Punkt *M* bekannt ist. Diese beiden Ebenen sind, wie schon im Allgemeinen bemerkt, die Ebene der Selbstschattengrenze der

Digitized by Google

Fläche zweiter Ordnung und die tangirende Ebene des Wulstes in einem der Schnittpunkte des Parallelkreises *AB* mit der genannten Schattengrenze.

In Fig. 3 wurde die Construction der Tangente für den beliebig gewählten Punkt I der Selbstschattengrenze eines Wulstes auf die eben erklärte Art für Parallel-Beleuchtung in orthogonaler Projection durchgeführt. Die Richtung der Lichtstrahlen wird durch die Gerade $l'' \ l'$ angegeben. $M'' \ M'$ ist der Mittelpunkt der osculirenden Fläche zweiter Ordnung, *ML* die Trace der Ebene der Selbstschattengrenze dieser Fläche auf der durch *M* gehenden Parallelkreis-Ebene, und *HL* die Trace der tangirenden Ebene des Wulstes in I auf derselben Ebene. Die beiden Tracen schneiden sich in *L*, also ist *L* ein Punkt des Durchschnittes der zwei Ebenen, folglich ein Punkt der gesuchten Tangente.

Fällt *L* zu nahe an I, so kann auch der Punkt *N* mit Vortheil benützt werden. *N* ergibt sich im Schnitte der Geraden *MP* und *SH*. Durch *P* bezeichnen wir den Halbirungspunkt der Sehne I II des Parallelkreises *AB*. Überhaupt lässt sich der Schnitt der zwei Ebenen auf sehr verschiedene Art bestimmen. Fallen bei der einen Methode gewisse Punkte oder Linien ausser die Zeichenfläche, oder wird die Construction durch ungünstige Verhältnisse unsicher, so kann man auf irgend eine andere Art den Schnitt beider Ebenen ermitteln.

Für den grössten und kleinsten Parallelkreis des Wulstes kann obige Construction nicht angewendet werden, weil der Mittelpunkt *M* und die Punkte I, II in eine und dieselbe Gerade fallen, in Folge dessen die Ebene der Selbstschattengrenze der Fläche zweiter Ordnung durch diese drei Punkte allein nicht bestimmt erscheint. Wir wollen nun zeigen, auf welche Weise auch für diese Parallelkreise die in Rede stehende Aufgabe durchgeführt werden kann.

Wenn der Meridiankreis *K* die Rotationsaxe α nicht schneidet, so ist die im kleinsten Parallelkreise osculirende Fläche zweiter Ordnung ein einfaches Rotations-Hyperboloid. Schneidet *K* die Gerade α, so ist die in beiden Maximal-Parallelkreisen osculirende Fläche ein Rotations-Ellipsoid. In beiden Fällen er-

Digitized by Google

hält man aber für den grössten Parallelkreis ein osculirendes Ellipsoid.

Wir wollen nun zunächst zeigen, wie man für einen kleinsten oder grössten Parallelkreis die Länge der mit α zusammenfallenden Axe b des osculirenden **Ellipsoides** finden kann.

Der Kreis K in Fig. 4 sei der Meridiankreis und α die Rotationsaxe. K soll der Krümmungskreis für den in P befindlichen Scheitel des elliptischen Meridians sein, dessen Mittelpunkt M ist. Bekanntlich besteht, wenn durch a, b die Halbaxen einer Ellipse und durch r der Halbmesser von K bezeichnet wird, die Relation:

$$b^2 = ar.$$

Um b zu erhalten, hat man also nur zwischen a und r die mittlere geometrische Proportionale zu bestimmen. — Die betreffende Construction kann leicht aus der Figur ersehen werden. — Einen Punkt der Ebene der Selbstschattengrenze des Ellipsoides findet man einfach, indem man an den zur verticalen Projectionsebene parallelen Meridian dieser Fläche eine Tangente parallel zum Aufrisse l'' des Lichtstrahles zieht. Der Berührungspunkt X der letzteren Tangente lässt sich bestimmen, ohne dass es nöthig ist, den elliptischen Meridian zu zeichnen. Wäre nun III ein im grössten (beziehungsweise kleinsten) Parallelkreise gelegener Punkt der Selbstschattengrenze des Wulstes, so hat man nur den Schnittpunkt Δ der den Wulst in III berührenden Ebene mit der Geraden MX aufzusuchen. ΔIII ist dann die gewünschte Tangente im Punkte III der eben genannten Selbstschattengrenze.

Es erübrigt nun noch zu zeigen, wie in dem Falle, wenn K die Axe α nicht schneidet, das im kleinsten Parallelkreise osculirende **einfache Hyperboloid** bestimmt werden kann. Dabei handelt es sich wieder im Wesentlichen nur um die Construction der Länge b der mit α zusammenfallenden (uneigentlichen) Axe des Hyperboloids. Die bereits angeführte Gleichung $b^2 = ar$ gibt auch hier Aufschluss. a bedeutet den Halbmesser PM (Fig. 5) des kleinsten Parallelkreises und r jenen des Meridiankreises K. Die Asymptoten MR und MR_1 der den Kreis K im Punkte P osculirenden Hyperbel ergeben sich durch eine sehr einfache, aus der Figur leicht zu ersehende Construction.

Digitized by Google

Ein Punkt der Ebene der Selbstschattengrenze des osculirenden Hyperboloids, dessen Meridian die eben erwähnte Hyperbel bildet, wird erhalten, indem man an letztere eine Tangente parallel zum Aufrisse l'' des Lichtstrahles zieht. Der sich ergebende Berührungspunkt gehört der Ebene der Selbstschattengrenze an. Indess braucht man diesen Punkt, der auch imaginär sein kann, nicht zu bestimmen. Es genügt die Construction der Verbindungslinie desselben mit M, welche Linie erhalten wird, wenn man irgend eine Gerade l'' (Fig. 5) parallel zum Aufrisse der Lichtstrahlen zieht, die Entfernung ihrer Schnittpunkte 1, 2 mit den Asymptoten MR, MR_1 im Punkte Y halbirt und Y mit M verbindet. Die Gerade MY geht ja durch den genannten (reellen oder imaginären) Berührungspunkt und liegt in der Ebene der Selbstschattengrenze des Hyperboloids. Ist nun IV ein im kleinsten Parallelkreise gelegener Punkt der Selbstschattengrenze des Wulstes und Δ der Schnittpunkt der den Wulst in IV berührenden Ebene mit der Geraden MY, so muss die Gerade IVΔ die Tangente dieser Schattengrenze im Punkte IV sein.

Die Construction von Tangenten an die Selbstschattengrenze einer Rotationsfläche mit beliebigem Meridian kann mit Zuhilfenahme von Wulsten, welche diese Fläche längs Parallelkreisen osculiren, durchgeführt werden. Jede Tangente der Selbstschattengrenze eines solchen Wulstes in Punkten des betreffenden Parallelkreises ist ja auch Tangente der Schattengrenze der gegebenen Rotationsfläche. Der Meridiankreis eines derartigen Wulstes muss selbstverständlich ein Krümmungskreis für den Meridian der Rotationsfläche sein. Die Construction eines Krümmungskreises für irgend eine Curve lässt sich nach der von Bergery angegebenen bekannten Methode leicht durchführen[1]. Es unterliegt somit die Bestimmung der in Rede stehenden Tangenten weder principiell noch in der Ausführung besonderen Schwierigkeiten.

Direct, ohne Zuhilfenahme von osculirenden Wulsten, lässt sich die Aufgabe ebenfalls leicht auf folgende Art lösen. Man

[1] Siehe Leroy's „darstellende Geometrie", deutsch von Kauffmann, Seite 251.

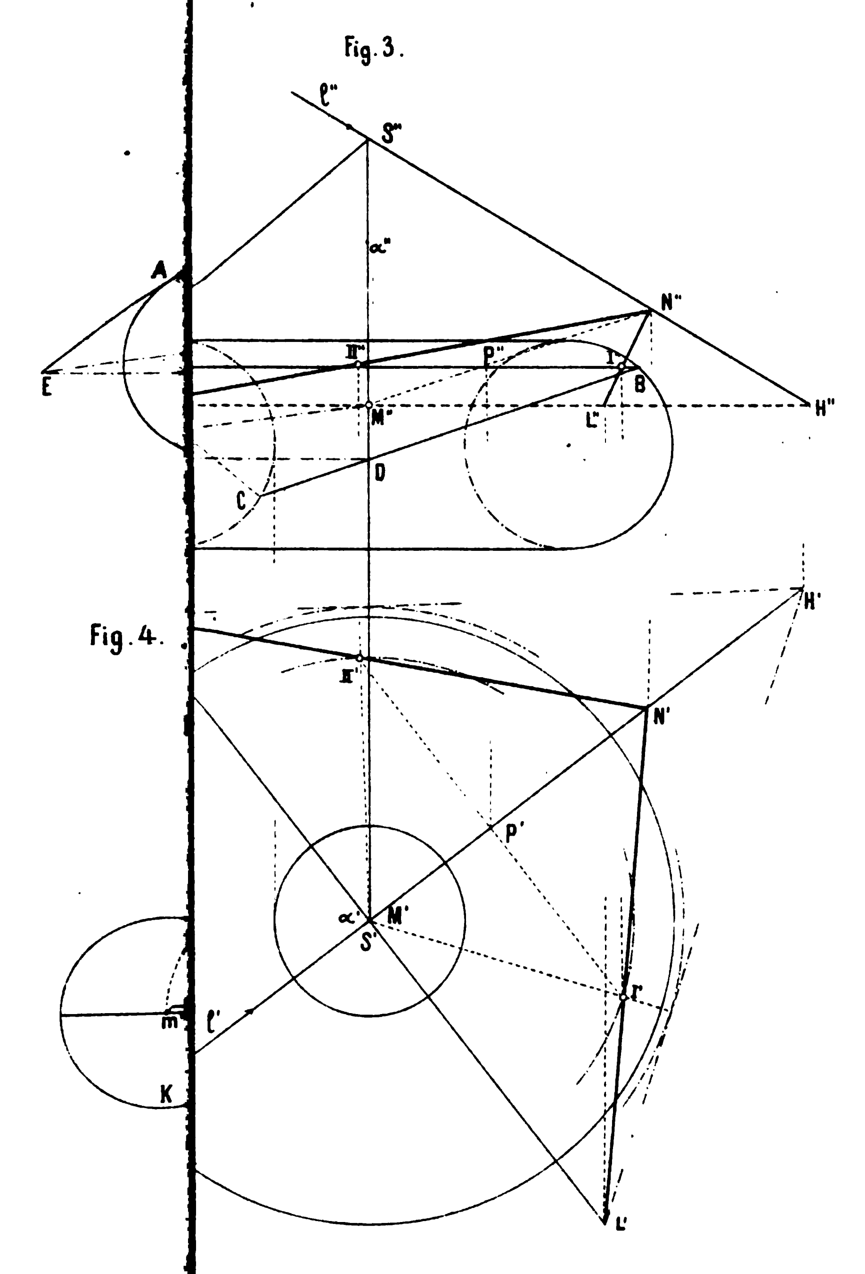


bestimmt eine Curve zweiter Ordnung, welche den Meridian der gegebenen Rotationsfläche osculirt und deren eine Axe mit der Rotationsaxe α dieser Fläche zusammenfällt, betrachtet die so erhaltene Curve als Meridian einer Rotationsfläche zweiter Ordnung mit der Axe α und verfährt im Übrigen wie oben bereits erklärt worden ist. In Fig. 6 wurde die Construction zur Bestimmung des Mittelpunktes M der osculirenden Curve zweiter Ordnung mit Hilfe einer fehlerzeigenden Curve I II III.. durchgeführt.

In dem als Osculationspunkt beliebig gewählten Punkte A des Meridians K, so wie auch in einigen in der Nähe von A gelegenen Punkten 1, 2, 3,.. wurden Tangenten an K gezogen, sodann die Sehnen $A1$, $A2$,.. halbirt und die Halbirungspunkte (D) mit den Schnittpunkten (C) der beziehungsweise in 1, 2, 3,.. und in A gezogenen Tangenten verbunden. Jede dieser Verbindungslinien wurde bis zu ihrem Schnitte (E) mit α verlängert, in jedem der so erhaltenen Schnittpunkte eine Senkrechte auf α errichtet und auf derselben die Länge der betreffenden Sehne ($A1$) aufgetragen ($E\mathrm{I} = A1$). Dadurch wurden einzelne Punkte I, II, III,.. der erwähnten fehlerzeigenden Curve erhalten. Der Schnittpunkt M der letzteren mit α ist der Mittelpunkt jener Curve zweiter Ordnung, welche mit K im Punkte A osculirt. Dies geht aus dem Umstande hervor, dass I in die Axe α fällt, sobald 1 mit A coincidirt und dass in diesem Falle die fragliche Curve zweiter Ordnung zwei unendlich nahe Tangenten mit K gemein hat.

Digitized by Google

R. Staudigl : Be



Druck v. Jos. Wagner in Wien

Digitized by Google

Digitized by Google

XXIII. SITZUNG VOM 16. OCTOBER 1873.

Herr Prof. Dr. Camil Heller in Innsbruck übersendet eine vorläufige Mittheilung über die von ihm, mit Unterstützung der Akademie, angestellten Untersuchungen der Tunicaten des Adriatischen Meeres, und zwar zunächst „über das Gefässsystem der Tunicaten, namentlich der Ascidien".

Herr August Fischer, suppl. Gymnasial-Professor in Prag, hinterlegt ein versiegeltes Schreiben zur Wahrung seiner Priorität.

Herr Prof. Dr. Aug. Em. Ritter v. Reuss legt die erste Abtheilung einer für die Denkschriften bestimmten Abhandlung vor, betitelt: „Die Bryozoen des österreichisch-ungarischen Miocäns".

Herr Regierungsrath Dr. Th. Ritter v. Oppolzer überreicht eine zweite Abhandlung: „Über den Winnecke'schen Kometen (Komet III. 1819)."

Herr Prof. Dr. Jos. Boehm übergibt eine Abhandlung: „Über den Einfluss des Leuchtgases auf die Vegetation."

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia, Reale, dei Lincei: Atti. Anno XXV. Sess. 7ª; Anno XXVI. Sess. 5ª. Roma, 1873; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Februar (Nr. 2), März & April 1873; Berlin, 8°. — *Corpus inscriptionum Atticarum. Vol. I. Berolini, MDCCCLXXIII; in folio.*

— — ungarische: Évkönyvei. XIII. Kötet, 3., 5., 6., 7. & 8. darab. Pesten, 1870—1872; 4°. — Archaeologiai Közlemények. VIII. Kötet, 2. & 3. füzet. Pest, 1871; 4°. — Értesitöje. IV. Évfolyam. 13.—18. szám. 1870; V. Évfol. 1—17. szám. 1871; VI. Évfol. 1.—8. szám. 1872. Pest; 8°. — Értekezések a természettudományok köréből. III.—XV. szám. (1870 & 1871); I.—III. szám. (1872). — Értekezések a bölesészeti tudományok köréből. 1871, I. szám.; 1872, II. szám. — Értekezések a történeti tudom. köréből. 1872. I. szám. — Értekezések a nyelv és széptudom.

Digitized by Google

köréből. 1870. II.—V. & XI. szám; 1871—1872. VI.—XI. szám. — Értekezések a mathematikai osztály köréből. 1870—1871. VI.—XI. szám.; 1872. I. szám. — Értekezések a társadalmi tudom. köréből. 1870. II. & III. szám; 1871. IV. szám; 1872. V. szám. Pest; 8°. — Almanach. 1871 & 1872. Pesten; 8°. — Nyelvtudományi Közlemények. IX. kötet, 1.—3. füzet; X. kötet, 1. füzet. Pesten, 1871 & 1872; 8°. — Statistikai és nemzetgazdasági Közlemények. VII. kötet, 1. & 2. füzet; VIII. kötet, 1. & 2. füzet. Pesten, 1869, 1871 & 1872; 8°. — Magyar történelmi tár. XV.—XVIII. kötet. Pesten, 1871—1872; 8°. — A Magyar nyelv szótára. V. kötet, 5. füzet; VI. kötet, 1. & 2. füzet. Pest, 1870—1872; 4°. — Török-Magyarkori történelmi emlékek. I. osztály: Okmánytárak. VI. & VII. kötet. Pest, 1871; 8°. — *Monumenta Hungariae historica.* I. osztály: Okmánytárak. XIV—XVII. kötet. Pest, 1870 & 1872; 8°; II. osztály: Írók. XX. & XXI. kötet. Pest, 1870 & 1871; 8°. — *Archivum Rákóczianum.* II. osztály: Diplomatia. I. kötet. Pest, 1872; 8°. — A Magyar igeidők. Irta Szarvas Gábor. Pest, 1872; 8°. — Barna Ferdinand, Kalevala. A finnek nemzeti eposza. Pesten, 1871; gr. 8°.

Bonn, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1872. 4° & 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nr. 13. Paris, 1873; 4°.

Cosmos di Guido Cora. III.—IV. Torino, 1873; 4°.

Gesellschaft, geographische, in Wien: Mittheilungen. Bd. XVI (neuer Folge VI), Nr. 7—8. Wien, 1873; 8°.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 19. Band, 1873, VIII. & IX. Heft. Gotha; 4°.

Nature. Nr. 206, Vol. VIII. London, 1873; 4°.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrg. 1873, XXIII. Band, Nr. 2. Wien; 4°. — Verhandlungen. Jahrgang 1873, Nr. 10—11. Wien; 4°.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. IIIe Année, 2e Série. Nr. 15. Paris, 1873; 4°.

Società Italiana di Antropologia e di Etnologia: Archivio. III. Vol., fasc. 2°. Firenze, 1873; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 41. Wien, 1873; 4°.

Digitized by Google

Über den Winnecke'schen Kometen.

(Komet. III. 1819.)

II. Abhandlung.

Von dem c. M. Prof. Dr. **Theodor Ritter v. Oppolzer.**

(Vorgelegt in der Sitzung am 16. October 1873.)

In der ersten Abhandlung über diesen Kometen, welche im LXII. Bande der Sitzgsb., II. Abth. Nov.-Heft 1870 enthalten ist, habe ich nachgewiesen, dass mit Zugrundelegung annähernd richtiger Störungswerthe für Jupiter und Saturn die drei beobachteten Erscheinungen des Kometen in den Jahren 1819, 1858 und 1869 dargestellt werden können, ohne eine merkliche Beschleunigung in der täglichen mittleren siderischen Bewegung annehmen zu müssen, so dass die Constanz der grossen Achse der Hauptsache nach gesichert erscheint. Seit dem Abschlusse jener Abhandlung habe ich eine Reihe von Rechnungen für diesen Kometen ausgeführt, die zwar zur definitiven Entscheidung der angeregten Frage nicht unmittelbar beitragen, aber dieselbe vorbereiten.

1. Die Erscheinung im Jahre 1858.

Vor Allem war es wünschenswerth eine genaue Sonnenephemeride herzustellen, gegründet auf die neueren Sonnentafeln; in Anbetracht, dass die verbreitetsten astronomischen Ephemeriden die vortrefflichen Le-Verrier'schen Tafeln benützen, habe ich dieselben statt den Hansen'schen gewählt; bei der Ableitung aber der Relationen des Äquators gegen die Ekliptik die von Le-Verrier angenommene Schiefe um 0'59 vermindert, eine Correction, die in Anbetracht des bei der Ableitung dieser Grösse aus den Beobachtungen eingeschlagenen Verfahrens wohl gerechtfertigt erscheint. Die folgende Ephemeride gibt die wahren Längen und Breiten der Sonne, nebst dem Logarithmus des Abstandes der Erde von der Sonne, ferner die rechtwinkligen äquatorealen Sonnencoordinaten, bezogen auf das mittlere Äquinoctium des tropischen Jahresanfangs.

Digitized by Google

0h Berl. Zeit		wahre Länge	w. Breite	log *R*
1858 März	8	347°37'26"60	—0"23	9·9970705
	9	348 37 22·01	—0·21	9·9971896
	10	349 37 15·79	—0·16	9·9973092
	11	350 37 7·82	—0·10	9·9974293
	12	351 36 58·10	—0·01	9·9975497
	13	352 36 46·55	+0·10	9·9976704
	14	353 36 33·11	+0·22	9·9977911
	15	354 36 17·72	+0·35	9·9979118
	16	355 36 0·33	+0·48	9·9980325
	17	356 35 40·89	+0·60	9·9981531
	18	357 35 19·31	+0·70	9·9982737
	19	358 34 55·57	+0·78	9·9983940
	20	359 34 29·60	+0·82	9·9985144
	21	0 34 1·37	+0·83	9·9986348
	22	1 33 30·79	+0·81	9·9987556
	23	2 32 57·89	+0·75	9·9988766
	24	3 32 22·60	+0·66	9·9989981
	25	4 31 44·95	+0·56	9·9991198
	26	5 31 4·97	+0·43	9·9992425
	27	6 30 22·73	+0·31	9·9993658
	28	7 29 38·29	+0·17	9·9994897
	29	8 28 51·73	+0·03	9·9996143
	30	9 28 3·15	—0·08	9·9997394
	31	10 27 12·62	—0·19	9·9998652
April	1	11 26 20·17	—0·27	9·9999914
	2	12 25 25·85	—0·33	0·0001180
	3	13 24 29·76	—0·36	0·0002449
	4	14 23 31·84	—0·38	0·0003719
	5	15 22 32·19	—0·36	0·0004990
	6	16 21 30·74	—0·33	0·0006260
	7	17 20 27·54	—0·27	0·0007529
	8	18 19 22·56	—0.19	0·0008791
	9	19 18 15·80	—0·09	0·0010050
	10	20 17 7·27	+0·02	0·0011303
	11	21 15 56·91	+0·15	0·0012546
	12	22 14 44·63	+0·26	0·0013779
	13	23 13 30·58	+0·39	0·0015002
	14	24 12 14·60	+0·51	0·0016213
	15	25 10 56·62	+0·58	0·0017412
	16	26 9 36·67	+0.64	0·0018600
	17	27 8 14·60	+0·66	0·0019775
	18	28 6 50·38	+0·63	0·0020939
	19	29 5 23·97	+0·59	0·0022094
	20	30 3 55·33	+0·50	0·0023240

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit		X	Y	Z
1858 März	8	+0·9701822	—0·1953471	—0·0847688
	9	+0·9740133	—0·1798547	—0·0780460
	10	+0·9775503	—0·1643066	—0·0712989
	11	+0·9807921	—0·1487076	—0·0645296
	12	+0·9837377	—0·1330626	—0·0577403
	13	+0·9863861	—0·1173766	—0·0509331
	14	+0·9887366	—0·1016545	—0·0441101
	15	+0·9907882	—0·0859013	—0·0372735
	16	+0·9925409	—0·0701221	—0·0304258
	17	+0·9939941	—0·0543222	—0·0235690
	18	+0·9951480	—0·0385066	—0·0167056
	19	+0·9960021	—0·0226804	—0·0098377
	20	+0·9965570	—0·0068484	—0·0029675
	21	+0·9968135	+0·0089841	+0·0039028
	22	+0·9967716	+0·0248122	+0·0107711
	23	+0·9964325	+0·0406316	+0·0176352
	24	+0·9957969	+0·0564373	+0·0244934
	25	+0·9948649	+0·0722247	+0·0313436
	26	+0·9936384	+0·0879897	+0·0381838
	27	+0·9921179	+0·1037275	+0·0450122
	28	+0·9903041	+0·1194340	+0·0518272
	29	+0·9881979	+0·1351051	+0·0586266
	30	+0·9857995	+0·1507362	+0·0654087
	31	+0·9831109	+0·1663233	+0·0721720
April	1	+0·9801323	+0·1818616	+0·0789142
	2	+0·9768647	+0·1973470	+0·0856335
	3	+0·9733091	+0·2127755	+0·0923282
	4	+0·9694662	+0·2281422	+0·0989961
	5	+0·9653380	+0·2434429	+0·1056358
	6	+0·9609248	+0·2586732	+0·1122449
	7	+0·9562283	+0·2738286	+0·1188216
	8	+0·9512489	+0·2889045	+0·1253639
	9	+0·9459895	+0·3038966	+0·1318703
	10	+0·9404509	+0·3188005	+0·1383382
	11	+0·9346341	+0·3336112	+0·1447657
	12	+0·9285417	+0·3483241	+0·1511507
	13	+0·9221751	+0·3629353	+0·1574914
	14	+0·9155368	+0·3774396	+0·1637859
	15	+0·9086292	+0·3918326	+0·1700318
	16	+0·9014549	+0·4061101	+0·1762276
	17	+0·8940160	+0·4202671	+0·1823710
	18	+0·8863161	+0·4343002	+0·1884602
	19	+0·8783570	+0·4482049	+0·1944936
	20	+0·8701430	+0·4619776	+0·2004695

0h mittl. Berl. Zeit			wahre Länge	w. Breite	log *R*
1858	April	21	31° 2' 24"47	+0"40	0·0024378
		22	32 0 51·36	+0·28	0·0025509
		23	32 59 16·07	+0·14	0·0026636
		24	33 57 38·69	+0·01	0·0027757
		25	34 55 59·23	—0·12	0·0028874
		26	35 54 17·84	—0·23	0·0029987
		27	36 52 34·55	—0·34	0·0031096
		28	37 50 49·51	—0·41	0·0032202
		29	38 49 2·72	—0·48	0·0033303
		30	39 47 14·29	—0·52	0·0034398
	Mai	1	40 45 24·27	—0·54	0·0035489
		2	41 43 32·70	—0·52	0·0036573
		3	42 41 39·64	—0·50	0·0037648
		4	43 39 45·12	—0·44	0·0038715
		25	63 54 7·54	—0·56	0·0057436
		26	64 51 40·79	—0·62	0·0058153
		27	65 49 12·90	—0·66	0·0058859
		28	66 46 43·91	—0·68	0·0059552
		29	67 44 13·91	—0·66	0·0060235
		30	68 41 42·92	—0·64	0·0060904
		31	69 39 11·04	—0·58	0·0061561
	Juni	1	70 36 38·28	—0·52	0·0062203
		2	71 34 4·75	—0·42	0·0062832
		3	72 31 30·46	—0·31	0·0063445
		4	73 28 55·48	—0·20	0·0064042
		5	74 26 19·87	—0·06	0·0064621
		6	75 23 43·70	+0·04	0·0065180
		7	76 21 6·98	+0·16	0·0065719
		8	77 18 29·75	+0·27	0·0066236
		9	78 15 52·02	+0·33	0·0066729
		10	79 13 13·77	+0·38	0·0067196
		11	80 10 34·97	+0·38	0·0067638
		12	81 7 55·51	+0·34	0·0068053
		13	82 5 15·34	+0·27	0·0068442
		14	83 2 34·35	+0·17	0·0068806
		15	83 59 52·54	+0·05	0·0069145
		16	84 57 9·86	—0·08	0·0069461
		17	85 54 26·32	—0·23	0·0069753
		18	86 51 41·99	—0·35	0·0070026
		19	87 48 56·92	—0·47	0·0070278
		20	88 46 11·15	—0·58	0·0070512
		21	89 43 24·79	—0·66	0·0070729
		22	90 40 37·86	—0·73	0·0070928
		23	91 37 50·47	—0·76	0·0071111

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit			X	Y	Z
1858	April	21	+0·8616758	+0·4756143	+0·2063864
		22	+0·8529592	+0·4891115	+0·2122426
		23	+0·8439965	+0·5024657	+0·2180367
		24	+0·8347898	+0·5156733	+0·2237672
		25	+0·8253423	+0·5287308	+0·2294326
		26	+0·8156570	+0·5416353	+0·2350318
		27	+0·8057372	+0·5543830	+0·2405629
		28	+0·7955850	+0·5669710	+0·2460247
		29	+0·7852040	+0·5793956	+0·2514157
		30	+0·7745964	+0·5916539	+0·2567349
	Mai	1	+0·7637660	+0·6037426	+0·2619805
		2	+0·7527153	+0·6156583	+0·2671511
		3	+0·7414471	+0·6273973	+0·2722451
		4	+0·7299651	+0·6389567	+0·2772614
	Mai	25	+0·4458662	+0·8347472	+0·3622205
		26	+0·4306421	+0·8416162	+0·3652009
		27	+0·4152965	+0·8482472	+0·3680781
		28	+0·3998334	+0·8546385	+0·3708513
		29	+0·3842573	+0·8607884	+0·3735201
		30	+0·3685719	+0·8666950	+0·3760833
		31	+0·3527821	+0·8723572	+0·3785405
	Juni	1	+0·3368916	+0·8777730	+0·3808911
		2	+0·3209047	+0·8829416	+0·3831343
		3	+0·3048260	+0·8878608	+0·3852695
		4	+0·2886597	+0·8925295	+0·3872959
		5	+0·2724100	+0·8969459	+0·3892131
		6	+0·2560815	+0·9011086	+0·3910200
		7	+0·2396790	+0·9050166	+0·3927164
		8	+0·2232071	+0·9086680	+0·3943014
		9	+0·2066705	+0·9120619	+0·3957744
		10	+0·1900742	+0·9151964	+0·3971348
		11	+0·1734234	+0·9180708	+0·3983822
		12	+0·1567231	+0·9206847	+0·3995162
		13	+0·1399787	+0·9230371	+0·4005366
		14	+0·1231955	+0·9251269	+0·4014430
		15	+0·1063783	+0·9269546	+0·4022355
		16	+0·0895329	+0·9285198	+0·4029140
		17	+0·0726636	+0·9298222	+0·4034784
		18	+0·0557753	+0·9308620	+0·4039289
		19	+0·0388729	+0·9316394	+0·4042655
		20	+0·0219613	+0·9321543	+0·4044884
		21	+0·0050448	+0·9324073	+0·4045978
		22	−0·0118718	+0·9323980	+0·4045934
		23	−0·0287842	+0·9321270	+0·4044755

Digitized by Google

Um nun eine Ephemeride abzuleiten, die einen genügenden Anschluss an die Beobachtungen zeigt, habe ich die Arbeiten und Rechnungen zu Hilfe genommen, die Seeling in Nr. 1319 der astronomischen Nachrichten publicirt hat, und den folgenden Weg eingeschlagen.

Seeling leitet an dem citirten Orte die folgenden Elemente aus der Erscheinung des Jahres 1858 ab:

Epoche 1858 Mai 1·0 mittl. Berl. Zeit

$$
\begin{aligned}
M &= 359^\circ 48' 36''70 \quad - 3\cdot32\,\Delta\mu \\
\pi &= 275\ 40\ 31\cdot40 \quad -11\cdot12\,\Delta\mu \\
\Omega &= 113\ 34\ \ 5\cdot08 \quad -33\cdot10\,\Delta\mu \\
i &= 10\ 48\ 11\cdot99 \quad - 7\cdot44\,\Delta\mu \\
\varphi &= 49\ \ 1\ 38\cdot06 \quad -79\cdot34\,\Delta\mu \\
\mu &= 638''0611 \quad +\Delta\mu
\end{aligned}
$$

(π, Ω, i: mittl. Äquinoct. 1860·0)

Nun zeigt es sich, dass die in diesen Elementen angenommene tägliche Bewegung des Kometen nach der Erscheinung 1869 einer Correction bedarf von nahe

$$\Delta\mu = +0''6289$$

die in Anbetracht aller Umstände als sehr mässig bezeichnet werden muss; führt man nun diese Verbesserung in die obigen Elemente ein und reducirt dieselbe auf das mittlere Äquinoctium 1858·0, so erhält man:

Epoche 1858 Mai 1·0 mittl. Berl. Zeit

$$
\begin{aligned}
M &= 359^\circ 48' 34''6 \\
\pi &= 275\ 38\ 43\cdot9 \\
\Omega &= 113\ 32\ \ 8\cdot1 \\
i &= 10\ 48\ \ 7\cdot8 \\
\varphi &= 49\ \ 0\ 48\cdot2 \\
\mu &= 638''6900
\end{aligned}
$$

Diese Elemente werden aber keinen ganz genügenden Anschluss an die von Seeling ermittelten Normalorte, die ich unten auf 1858·0 reducirt mit ihren zugehörigen Gewichten anfüge, zeigen können, da derselbe bei seinen Rechnungen die Sonnenorte nach dem Berliner Jahrbuch (Carlini's Sonnentafeln) angenommen. Ich habe nun diese Normalorte mit obigen

Digitized by Google

Elementen durch eine sechsstellige Rechnung verglichen und finde die folgenden Unterschiede zwischen der Beobachtung und Rechnung.

			α	δ	dα	dδ	Gew.
1858	März	11 5	263°53'59"5	—1°58' 5"7	+3"5	—6"1	20·16
		19·5	279 17 50·3	—2 5 10·0	—6·1	—3·9	20·29
		23·5	287 25 31·1	—2 5 17·7	—4·3	—4·6	19·31
	April	8·5	318 40 29·9	—1 40 25·8	—9·4	—2·8	6·7
		12·5	325 32 21·1	—1 27 43·3	—5·3	—5·6	12·18
		20·5	337 53 40·1	—0 53 41·7	—2·4	—2·6	19·26
	Mai	2·5	353 32 49·0	+0 20 15·5	+2·8	—5·3	2· 3
		30·5	21 14 18·5	+4 18 9·9	—1·5	—0·2	55·17
	Juni	19·5	35 43 18·5	+6 41 17·1	—4·4	0·0	52·15

Um diese Fehler wegzuschaffen, habe ich ebenfalls die von Seeling mitgetheilten Differentialformel benutzt und von seinen Normalgleichungen Gebrauch gemacht; indem ich diese Zahlen, um nicht allzuviel Raum in Anspruch nehmen zu müssen, hier unterdrücke, theile ich nur das Schlussresultat mit, welches sich ergab, wenn man die oben angegebene verbesserte mittlere tägliche siderische Bewegung unverändert belasst; ich fand:

$$
\begin{aligned}
d\varphi &= -1''56 \\
dM &= -0\cdot48 \\
di &= -1\cdot14 \\
d\pi &= +1\cdot64 \\
d\Omega &= -8\cdot79
\end{aligned}
$$

und hiemit erhält man die Elemente, die als Grundlage für eine genaue Ephemeride benützt werden können:

Epoche 1858 Mai 1·0 mittl. Berl. Zeit

$$
\begin{aligned}
M &= 359°48'34''12 \\
\pi &= 275\ 38\ 45\cdot54 \\
\Omega &= 113\ 31\ 59\cdot31 \\
i &= 10\ 48\ 6\cdot66 \\
\varphi &= 49\ 0\ 46\cdot66 \\
\mu &= 638''6900
\end{aligned}
$$

Diese Elemente stellen die obigen Normalorte recht befriedigend dar, man findet nämlich:

Digitized by Google

		$d\alpha$	$d\delta$
1858 März	11·5	+3"0	−1·1
	19·5	−1·8	+0·5
	23·5	+0·7	−0·3
April	8·5	−2·5	+1·7
	12·5	+1·6	−2·3
	20·5	+4·2	+0·8
Mai	2·5	+8·1*	−2·2
	30·5	+2·3	+1·1
Juni	19·5	−0·8	+0·5

Der mit einem Sternchen versehene Normalort beruht nur auf einer Cambridger Beobachtung; dieselbe wird durch obige Elemente direct verglichen, wesentlich besser (nämlich $d\alpha$+4"5, $d\delta$—1"2) dargestellt; ich bin nicht in der Lage, die Ursache dieser Differenz anzugeben, da die von Seeling mitgetheilten Zahlen hiefür nicht ausreichend sind, übrigens ist auch dieser Umstand für die folgende Untersuchung ganz ohne Bedeutung.

Die Ephemeride, die ich nun aus den obigen Elementen ableitete, fand ich wie folgt.

0^h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
1858 März	8	257°44'34"4	−1°52'32"6	9·7839	5m 2"7
	9	259 27 39·4	−1 54 19·1	9·7782	4 58 8
	10	261 12 46·5	−1 55 58·6	9·7728	4 55·0
	11	262 59 52·6	−1 57 31·0	9·7676	4 51·5
	12	264 48 53·9	−1 58 56·1	9·7627	4 48·3
	13	266 39 46·1	−2 0 13·6	9·7581	4 45·2
	14	268 32 23·7	−2 1 23·3	9·7538	4 42·4
	15	270 26 40·8	−2 2 24·9	9·7499	4 39·9
	16	272 22 30 4	−2 3 18·4	9·7462	4 37·5
	17	274 19 44 8	−2 4 3·4	9·7430	4 35·5
	18	276 18 15·7	−2 4 40·1	9·7401	4 33·7
	19	278 17 54·1	−2 5 8·2	9·7377	4 32·1
	20	280 18 30·4	−2 5 27·5	9·7356	4 30·8
	21	282 19 54·5	−2 5 37·9	9·7339	4 29·8
	22	284 21 55·7	−2 5 39·4	9·7327	4 29·0
	23	286 24 23·7	−2 5 31·9	9·7319	4 28·5
	24	288 27 7·3	−2 5 15·1	9·7315	4 28·3
	25	290 29 55·2	−2 4 49·0	9·7315	4 28·3
	26	292 32 36·8	−2 4 13·5	9·7320	4 28·6
	27	294 35 1·2	−2 3 28·5	9·7329	4 29·1

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
1858 März	28	296°36'58"0	—2° 2'34"0	9·7342	4 29·9
	29	298 38 16·9	—2 1 30·0	9·7359	4 31·0
	30	300 38 48·4	—2 0 16·3	9·7379	4 32·3
	31	302 38 23·6	—1 58 52·7	9·7404	4 33·8
April	1	304 36 54·1	—1 57 19·5	9·7433	4 35·6
	2	306 34 12·3	—1 55 36·5	9·7464	4 37·7
	3	308 30 11·6	—1 53 43·8	9·7500	4 39·9
	4	310 24 45·9	—1 51 41·4	9·7538	4 42·4
	5	312 17 50·1	—1 49 29·2	9·7580	4 45·1
	6	314 9 19·7	—1 47 7·1	9·7624	4 48·0
	7	315 59 11·0	—1 44 35·3	9·7671	4 51·2
	8	317 47 21·2	—1 41 53·5	9·7720	4 54·5
	9	319 33 48·5	—1 39 1·6	9·7772	4 58·0
	10	321 18 31·1	—1 35 59·8	9·7825	5 1·7
	11	323 1 28·0	—1 32 47·9	9·7881	5 5·6
	12	324 42 39·2	—1 29 25·9	9·7938	5 9·7
	13	326 22 4·9	—1 25 53·5	9·7997	5 13·9
	14	327 59 45·8	—1 22 10·7	9·8057	5 18·3
	15	329 35 42·9	—1 18 17·4	9·8119	5 22·8
	16	331 9 58·0	—1 14 13·3	9·8181	5 27·5
	17	332 42 32·4	—1 9 58·5	9·8244	5 32·3
	18	334 13 28·3	—1 5 32·7	9·8309	5 37·2
	19	335 42 47·9	—1 0 55·8	9·8373	5 42·3
	20	337 10 34·0	—0 56 7·6	9·8439	5 47·5
	21	338 36 48·7	—0 51 7·8	9.8504	5 52·8
	22	340 1 34·7	—0 45 56·4	9·8570	5 58·2
	23	341 24 54·7	—0 40 33·2	9·8637	6 3·7
	24	342 46 51·1	—0 34 58·1	9·8703	6 9·3
	25	344 7 26·7	—0 29 11·1	9·8769	6 15·0
	26	345 26 43·8	—0 23 12·1	9·8835	6 20·7
	27	346 44 45·0	—0 17 1·3	9·8901	6 26·5
	28	348 1 33·0	—0 10 38·5	9·8967	6 32·4
	29	349 17 9·8	—0 4 4·2	9·9032	6 38·4
	30	350 31 37·6	+0 2 41·6	9·9097	6 44·4
Mai	1	351 44 58·8	+0 9 38·6	9·9162	6 50·4
	2	352 57 15·5	+0 16 46·5	9·9225	6 56·5
	3	354 8 29·7	+0 24 5·2	9·9289	7 2·6

Digitized by Google

0^h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
1858 Mai	26	17°26'29"4	+3°39'47"9	0·0517	9^m20^s8
	27	18 18 19·2	+3 48 29·2	0·0560	9 26 3
	28	19 9 30·0	+3 57 6·6	0·0601	9 31·7
	29	20 0 2·0	+4 5 39·9	0·0642	9 37·1
	30	20 49 55·8	+4 14 8·4	0·0681	9 42·4
	31	21 39 11·7	+4 22 31·8	0·0720	9 47·6
Juni	1	22 27 50·5	+4 30 49·7	0·0758	9 52·8
	2	23 15 52·4	+4 39 1·7	0·0795	9 57·9
	3	24 3 18·1	+4 47 7·4	0·0831	10 2·9
	4	24 50 7·7	+4 55 6·5	0·0867	10 7·8
	5	25 36 21·9	+5 2 58·7	0·0901	10 12·6
	6	26 22 0·7	+5 10 43·6	0·0935	10 17·4
	7	27 7 4·9	+5 18 20·9	0·0968	10 22·1
	8	27 51 34·5	+5 25 50·4	0·1000	10 26·7
	9	28 35 30·2	+5 33 11·7	0·1031	10 31·3
	10	29 18 52·1	+5 40 24·8	0·1062	10 35·7
	11	30 1 40·4	+5 47 29·2	0·1091	10 40·1
	12	30 43 55·5	+5 54 24·9	0·1120	10 44·3
	13	31 25 37·8	+6 1 11·8	0·1149	10 48·5
	14	32 6 47·6	+6 7 49·5	0·1176	10 52·7
	15	32 47 25·3	+6 14 18·0	0·1203	10 56·7
	16	33 27 31·0	+6 20 37·3	0·1229	11 0·6
	17	34 7 5·3	+6 26 47·1	0·1254	11 4·5
	18	34 46 8·4	+6 32 47·6	0·1279	11 8·3
	19	35 24 40·6	+6 38 38·5	0·1303	11 12·0
	20	36 2 42·3	+6 44 19·9	0·1326	11 15·6
	21	36 40 13·9	+6 49 51·7	0·1349	11 19·1
	22	37 17 15·6	+6 55 13·8	0·1371	11 22·6
	23	37 53 47·6	+7 0 26·3	0·1392	11 25·9

Bei dieser Ephemeride ist zur Berechnung der Aberrationszeit die Struve'sche Constante angenommen worden, die Reduction auf das wahre Äquinoctium wurde mit Hilfe der Werthe durchgeführt, die das Berliner Jahrbuch für 1858 angibt; da ich aber die weiter unten folgenden Correctionen der Sterne auf den scheinbaren Ort mit Hilfe der Pulkowaer Constanten durchgeführt habe, so bedarf die obige Ephemeride geringer Correctionen, um mit den Beobachtungen streng vergleichbar zu sein.

Digitized by Google

Es sind demnach an die obige Ephemeride vor der Vergleichung mit den Beobachtungen die folgenden Correctionswerthe anzubringen.

0ʰ mittl. Berl. Zeit			dα	dδ
1858	März	8	+0"14	—0"11
		9	+0·21	—0·15
		10	+0·25	—0·18
		11	+0·28	—0·20
		12	+0·28	—0·22
		13	+0·26	—0·24
		14	+0·21	—0·26
		15	+0·14	—0·29
		16	+0·07	—0.29
		17	+0·01	—0·26
		18	—0·01	—0·23
		19	+0·01	—0·19
		20	+0·07	—0·15
		21	+0·15	—0·13
		22	+0·26	—0·10
		23	+0·35	—0·11
		24	+0·43	—0·12
		25	+0·47	—0·14
		26	+0·47	—0·16
		27	+0·45	—0·19
		28	+0·37	—0·20
		29	+0·29	—0·21
		30	+0·20	—0·21
		31	+0·14	—0·19
	April	1	+0·11	—0·16
		2	+0·11	—0·12
		3	+0·16	—0·09
		4	+0·22	—0·05
		5	+0·28	—0·01
1858	Mai	26	+0·06	+0·08
		27	+0·09	+0·10
		28	+0·15	+0·12
		29	+0·19	+0·14
		30	+0·25	+0·18
		31	+0·31	+0·21
	Juni	1	+0·33	+0·24
		2	+0·32	+0·26
		3	+0·27	+0·26
		4	+0·20	+0·24
		5	+0·11	+0·20
		6	+0·03	+0·17
		7	—0·02	+0·15
		8	—0·05	+0·13
		9	—0·04	+0·12

0ʰ mittl. Berl. Zeit			dα	dδ
1858	April	5	+0"28	—0"01
		6	+0·34	+0·01
		7	+0·39	0·00
		8	+0·41	—0·02
		9	+0·38	—0·04
		10	+0·32	—0·08
		11	+0·25	—0·10
		12	+0·17	—0·11
		13	+0·11	—0·11
		14	+0·08	—0·10
		15	+0·08	—0·08
		16	+0·13	—0·04
		17	+0·20	+0·01
		18	+0·29	+0·05
		19	+0·38	+0·09
		20	+0·46	+0·11
		21	+0·51	+0·13
		22	+0·52	+0·13
		23	+0·50	+0 12
		24	+0·44	+0·09
		25	+0·35	+0·06
		26	+0·27	+0·03
		27	+0·19	+0·02
		28	+0·15	+0·02
		29	+0·14	+0·02
		30	+0·16	+0·03
	Mai	1	+0·21	+0·06
		2	+0·28	+0·09
		3	+0·33	+0·12
	Juni	9	—0·04	+0·12
		10	+0·01	+0·12
		11	+0·08	+0·13
		12	+0·19	+0·17
		13	+0·28	+0·21
		14	+0·34	+0·26
		15	+0·38	+0·29
		16	+0·38	+0·31
		17	+0·32	+0·32
		18	+0·24	+0·30
		19	+0·15	+0·28
		20	+0·08	+0·24
		21	+0·03	+0·19
		22	—0·01	+0·16
		23	—0·01	+0·13

Um nun für die Bildung der Normalorte die möglichst sicheren Grundlagen zu erhalten, habe ich die Beobachtungen, soweit es aus den Angaben der Beobachter möglich war, einer

Digitized by Google

neuen Reduction unterzogen, welche Arbeit in Anbetracht der vorzüglichen Vergleichssternpositionen immerhin wünschenswerth erschien.

Die Vergleichssterne sind grossentheils in Pulkowa durch Winnecke und in Bonn durch Argelander neu bestimmt worden; ich habe die Bonner Beobachtungen (*B*) in Rectascension um 0"3, in Declination um 0"1 vergrössert, um dieselben mit den Pulkowaer (*P*) Bestimmungen homogen zu machen. Die Beobachtungen dieser Sterne finden sich in Nr. 1244 der Astronomischen Nachrichten durch Winnecke mitgetheilt, und ich habe mit Rücksicht auf die obigen Correctionen in dem folgenden Vergleichssternverzeichnisse die Mittel nach Massgabe der Anzahl der Einzelnbeobachtungen gezogen. Nur der Stern Nr. 49 macht eine Ausnahme, derselbe ist nämlich ein Doppelstern, die Pulkowaer Position gilt für die Mitte, die Bonner für den vorausgehenden südlichen Componenten. Dieser Vergleichsstern wurde von Reslhuber am 16. April benutzt und bei der Beobachtung ist nichts über die Duplicität angemerkt, es scheint mir daher die Pulkowaer Position, die sich, wie schon bemerkt, auf die Mitte bezieht, mit grösserer Berechtigung zu Grunde zu legen sein; ich habe daher den Bonner Ort ausgeschlossen. Doch noch einige Bemerkungen muss ich dem folgenden Verzeichnisse vorausschicken. Die Sterne 1—6, 8—12 und 15—17 sind in Nr. 1244 der Astronomischen Nachrichten für 1859·0 mitgetheilt, ich habe dieselben in diesem Verzeichnisse auf 1858·0 reducirt aufgenommen, und ausserdem den Fehler in der Rectascension des Sternes Nr. 1 um 10 Zeitminuten verbessert.

Beim Sterne Nr. 15 ist die starke Eigenbewegung ($d\alpha + 1"8$, $d\delta + 1"3$) bis Juni 18 bereits im mittleren Sternorte enthalten. Der Stern Nr. 18 ist nicht im Meridian direct bestimmt, sondern am Pulkowaer und Bonner Sterne heliometrisch angeschlossen, man kann daher die angesetzte Position als gleichwerthig den übrigen annehmen.

Die Declination des Sternes 24 (60 Serpentis) habe ich um 3"8 südlicher angenommen, als dies nach der Angabe Winnecke's folgen würde. Mir schien nämlich die in Nr. 1244 der Astronomischen Nachrichten angesetzte Declination dieses Sternes etwas zu nördlich; ich wandte mich zur Erledigung dieses

Digitized by Google

Zweifels nach Pulkowa an Döllen, der mir mittheilte, dass der Stern in der That in Folge eines Reductionsfehlers der obigen Correction bedürfe. Die von mir den Beobachtungen zu Grunde gelegten Sternorte sind daher:

Mittl. Äquinoctium 1858·0

Nr.	α	δ	
Nr. 1	17°52'55"1	+3°54'18"9	2*P*
2	18 50 39·9	+3 59 41·0	2*P*
3	20 4 27·3	+4 37 9·7	2*P*
4	21 22 42·2	+4 2 35·5	2*P*
5	21 25 3·1	+4 39 4·3	2*P*
6	22 3 1·2	+4 17 1·0	3*P*
7	23 30 40·5	+4 46 3·8	Nautic. Alman. $d\alpha$+0"9 $d\delta$ = +0"4
8	23 55 54·1	+4 29 39·3	2*P*
9	24 3 37·9	+5 1 44·9	2*P*
10	31 46 6·5	+5 59 9·2	2*P*
11	34 31 52·4	+6 35 9·2	2*P*
12	35 0 28·2	+7 4 44·5	2*P*
13	36 21 49·8	+7 15 31·4	6 years Catalogue
14	36 53 19·0	+6 50 11·4	$d\alpha$ = +0"9 $d\delta$ = +0"4
15	37 4 33·3	+6 12 24·6	
16	37 24 49·4	+6 40 11·3	2*P*
17	37 37 6·1	+7 4 43·2	2*P*
18	258 21 3·9	—1 55 6·3	*B* (Heliometer)
19	258 51 43·9	—2 14 35·9	2*B*, 2*P*
20	263 12 10·3	—2 4 13·8	2*P*
21	263 56 48·4	—2 13 35·0	2*B*, 1*P*
22	264 4 6·3	—1 55 17·4	1*B*
23	265 37 55·5	—1 34 14·4	2*B*
24	275 34 25·8	—2 4 23·6	3*P*
25	277 57 42·1	—2 4 19·8	2*B*, 2*P*
26	279 35 26·1	—2 6 59·3	2*B*, 2*P*
27	281 4 39·3	—1 55 23·9	2*P*
28	281 19 11·9	—2 24 26·4	2*B*, 1*P*
29	282 15 3·4	—1 58 44·3	1*B*, 2*P*
30	283 34 52·3	—2 8 6·2	2*B*, 1*P*
31	284 6 53·8	—2 3 34·2	2*B*, 2*P*
32	285 22 2·8	—2 30 33·2	2*B*, 1*P*
33	287 8 14·1	—1 58 36·5	2*P*
34	287 23 51·3	—2 11 43·3	2*B*, 1*P*
35	288 36 4·0	—2 6 11·7	1*B*, 2*P*
36	294 30 21·4	—2 9 19·8	1*B*, 2*P*
37	298 19 15·1	—2 2 5·9	2*P*
38	298 33 48·3	—2 3 35·2	1*B*, 2*P*
39	302 16 13·3	—1 55 52·6	3*P*

Digitized by Google

Nr.			
Nr. 40	311°56'57"6	−1°54'42"2	2B, 2P
41	313 56 51·6	−1 51 55·1	2B, 5P
42	315 12 22·2	−1 33 34·2	2B, 2P
43	316 27 12·1	−1 42 37·3	2B, 2P
44	319 33 34·3	−1 35 44·3	2P
45	327 16 51·9	−1 21 7·6	3P
46	327 27 37·6	−1 27 19·8	1B, 1P
47	329 22 16·7	−1 35 28·5	1B, 1P
48	329 53 18·9	−1 26 15·0	1B, 2P
49	332 30 31·0	−1 24 31·9	3P
50	335 30 5·7	−1 7 39·9	1B, 1P
51	335 33 42·6	−0 55 47·4	1B, 1P
52	336 31 57·9	−1 2 31 6	1B, 1P
53	337 0 52·5	−0 50 52·8	α nach P; δ Nautical +0"4
54	337 15 32·5	−0 55 12·4	2P
55	338 20 0·6	−0 48 36·7	1B, 2P
56	340 39 0·0	−0 53 12·3	1B, 3P
57	343 20 16·3	−0 34 32·9	1P
58	353 59 34·0	+0 19 31·0	2P.

Diese Sternpositionen dienten mir als Grundlage für die weiteren Reductionen, die ich mit Hilfe der Pulkowaer Constanten, also mit Rücksicht auf die kleinen Mondglieder, durchgeführt habe. Ich gebe die gewonnenen Zahlen in der folgenden Zusammenstellung nach den Sternwarten geordnet; die erste Columne gibt das Datum, die zweite die Nummer des Vergleichssternes nach dem obigen Verzeichniss, die dritte und vierte die beobachteten Rectascensions- ($\Delta\alpha$) und Declinationsdifferenzen ($\Delta\delta$).

Diese Differenzen (☌—*) sind direct den Angaben der Beobachter entnommen für Ann Arbor, Berlin, Bonn, Cambridge (*E*), Cambridge (*US*), Kopenhagen, St. Jago und Toulouse; für Bilk, Kremsmünster und Padua wurden diese Grössen dadurch bestimmt, dass ich die Differenzen des beobachteten Kometenortes und des scheinbaren Sternortes, welche letztere Angabe die eben genannten Sternwarten ebenfalls mit den Beobachtungen publicirten, bildete; es können daher auch diese Reductionselemente als identisch mit den vorausgehenden angesehen werden. Hiebei hätte ich zu erwähnen, dass ich nach einer Mittheilung des Prof. Förster die Berliner Beobachtung vom 13. März um 10ˢ in $\Delta\alpha$ verminderte und nach Angabe Moesta's die Rectascensionsdifferenzen in St. Jago vom 4. Juni und 13. Juni (letzte

Beobachtung dieses Tages) um 5" verkleinerte. Die Beobachtung Padua März 18 habe ich weggelassen, da der Vergleichsstern nicht angegeben ist und der Beobachter hinzufügt „osservazione molto incerta". Von einer von Schjellerup in Nr. 1134 der Astronomischen Nachrichten erwähnten Altona'er Beobachtung vom 11. März habe ich nirgends weiter eine Notiz gefunden; es scheint mir daher die Bezeichnung des Beobachtungsortes von Schjellerup irrthümlich zu sein.

Die fünfte und sechste Columne enthält unter $\delta\alpha$ und $\delta\delta$ die Reduction des Sternes auf den scheinbaren Ort nach den Pulkowaer Constanten; die siebente und achte Columne endlich die Parallaxe in Rectascension ($d\alpha$) und Declination ($d\delta$); hiebei ist die Horizontal-Äquatorealparallaxe der Sonne mit 8"848 (Newcomb) angenommen. Ich finde so:

Ann Arbor (Gould Journal V. 147).

		*	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\delta\alpha$	$\delta\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
1858 April	4	40	+ 11' 14"1	+ 5' 4"4	+ 7"3	− 9"8	−10"4	+10"5
	5	41	+ 6 19·6	+ 4 48·4	+ 7·2	− 9·3	− 9·3	+10·4
	6	43	− 34 38·5	− 2 2·3	+ 6·9	− 8·8	− 9·5	+10·3

Berlin (Astr. Nachr. XLIX. 155).

		*	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\delta\alpha$	$\delta\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
1858 März	10	20	− 45 4·5	+ 6 56·6	+11 6	−17·3	− 3·4	+12·2
	11	22	+ 5 32·9	− 3 3·6	+11·8	−17·4	− 6·2	+12·3
	12	22	+113 31·6	− 4 26·8	+12·2	−17·5	− 7·2	+12·4
	19	26	+ 1 25·4	+ 1 40·9	+10·2	−15·8	− 7·0	+13·1
	20	29	− 38 49·8	− 6 44·9	+ 9·8	−15·5	− 7·8	+13·1
	28	37	− 23 32·3	− 0 14·0	+ 8·5	−12·8	− 8·2	+13·0
	30	39	− 17 56·0	− 3 26·1	+ 8.0	−12·1	− 7·9	+12·9
April	9	44	+ 70 0·2	− 1 12·2	+ 7·1	− 8·0	− 8·0	+11·7
	12	46	−100 25·8	+ 0 16·2	+ 5·8	− 6 3	− 8·1	+11·2
	13	46	− 2 16·6	+ 3 44·4	+ 6·1	− 6·2	− 8·0	+11·0
	13	45	+ 9 28·3	− 2 31·5	+ 6·2	− 6·3	− 7·9	+11·0
	19	54	− 36 33·6	− 2 37·6	+ 6·0	− 3·5	− 7·6	+10·1
	20	55	− 14 28·1	− 4 24·2	+ 6·1	− 3·2	− 7·5	+ 9·9

Bilk (Astr. Nachr. XLVIII. 78).

		*	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\delta\alpha$	$\delta\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
1858 März	11	22	+ 5 29 6	− 2 57·8	+11·8	−17·4	− 7·3	+12·0

Bonn (Astr. Nachr. L. II. 307)

		*	$\Delta\alpha$	$\Delta\delta$	$\delta\alpha$	$\delta\delta$	$d\alpha$	$d\delta$
1858 März	8	19	+ 4 34·5	+20 44·5	+12·0	−17·4	− 4·4	+11·6
	8	18	+ 37 21·8	+ 1 13·3	+12·1	−17·6	− 3·0	+11·6
	11	21	+ 17 14·6	+15 13·5	+11·8	−17·3	− 5·4	+12·0

Digitized by Google

			•	Δα	Δδ	δα	δδ	dα	dδ
1858	März	11	21	+19' 12"7	+15 16·7	+11·8	—17·3	—4·5	+12·0
		12	23	+25 7·2	—25 21·2	+11·7	—17·4	—6·2	+12·1
		18	25	—21 13·7	— 0 38·7	+10·2	—16·0	—7·9	+12·7
		18	25	—19 5·5	— 0 37·1	+10·2	—16·0	—7·1	+12·7
		20	28	+21 5·6	+19 0·2	+10·2	—15·4	—7·5	+12·8
		21	30	+ 2 37·4	+ 2 25·7	+10·0	—15·2	—9·0	+12·8
		22	32	+20 27·2	+25 5·1	+10·0	—14·8	—8·4	+12·8
		23	34	+25 27·9	+ 6 25·8	+ 9·8	—14·6	—7·1	+12·9
	April	6	42	+ 9 24·3	—11 52·4	+ 7·2	— 9·1	—9·0	+11·8
		13	46	— 1 2·8	+ 3 51·9	+ 6·1	— 6·2	—8·5	+10·8
		14	47	—19 5·8	+15 36·0	+ 6·0	— 5·7	—8·4	+10·6
		18	50	—17 30·1	+ 5 1·2	+ 6·0	— 4·0	—8·0	+10·0
		19	52	+ 8 20·7	+ 4 45·3	+ 6·2	— 3·6	—7·9	+ 9·8
		20	55	—12 28·1	— 4 23·1	+ 6·1	— 3·2	—7·8	+ 9·7

Cambridge [Engl.] (Astr. Nach. XLVIII. 302).

1858	April	18	51	—19 43·9	— 6 44·9	+ 6·0	— 4·0	—7·7	+10·2
		19	53	—19 3·7	— 6 56·1	+ 6·0	— 3·6	—7·7	+10·0

Cambridge [U. S.] (Astr. Nachr. LI 273).

1858	Mai	2	58	+ 0 34·9	+ 3 32·2	+ 6·1	+ 1·0	—7·6	+ 7·0

Göttingen (briefl. Mittheilung von Prof. Auwers).

1858	März	11	22	+11 34·5	— 3 13·2	+11·8	—17·4	—4·1	+12·2

Kopenhagen (briefl. Mittheilung des Prof. d'Arrest).

1858	März	17	24	+ 5 36·9	+ 0 7·0	+10·5	—16·3	—5·2	+13·5
		19	26	— 0 21·9	+ 1 30·5	+10·2	—15·8	—7·1	+13·6

Kremsmünster (Astr. Nachr. XLIX 65. vergl. pag. 266 ibid.)

1858	März	18	25	—18 42·7	— 0 31·7	+10·2	—16·0	—6·3	+12·3
		20	29	—35 37·2	— 6 46·7	+ 9·8	—15·5	—7·2	+12·4
		21	31	—26 35·8	— 1 56·1	+ 9·8	—15·1	—7·8	+12·4
		26	36	—35 56·7	+ 5 31·8	+ 9·0	—13·5	—8·1	+12·4
		28	38	—33 14·5	+ 1 48·6	+ 8·5	—12·8	—7·4	+12·3
	April	5	41	—26 54·6	+ 3 51·1	+ 7·2	— 9·3	—9·3	+11·5
		14	48	—50 18·4	+ 6 36·9	+ 5·8	— 5·6	—8·5	+10·2
		15	48	+43 33·4	+10 23·7	+ 6·3	— 5·5	—8·6	+10·1
		16	49	—20 10·2	+12 50·7	+ 6·0	— 4·8	—8·5	+ 9·9
		19	53	—21 38·2	— 7 8·2	+ 6·0	— 3·6	—8·3	+ 9·
		22	56	+16 41·2	+10 31·2	+ 6·3	— 2·5	—7·9	+ 9·0
		23	57	—62 42·6	— 2 26·8	+ 5·8	— 2·0	—7·9	+ 8·9

Padua (Ast. Nachr. XLVIII. 141)

		*	Δα	Δδ	6α	6δ	dα	dδ
1858 März	16	24	—114'15"6	+ 0'39"1	+10"1	—16"4	—7"4	+11·6
	19	27	— 88 48·1	— 9 32·8	+ 9·7	—15·7	—8·4	+11·8
	21	32	—100 57·9	+25 11·5	+ 9·5	—14·8	—8·0	+11·9
	22	33	— 85 7·0	— 6 47·8	+ 9·4	—14·7	—8·5	+11·9
	23	35	— 47 27·9	+ 1 10·0	+ 9·5	—14·4	—7·2	+12·0

Santiago (Astr. Nachr. L. 125)

		*	Δα	Δδ	6α	6δ	dα	dδ
1858 Mai	26	1	+ 22 55·6	. . .	+ 8·5	+ 7·3	—5·2	. .
	26	2	— 34 4·8	. . .	+ 8·3	+ 7·3	—4·8	. .
	29	2	+115 15·7	. . .	+ 9·6	+ 7·9	—5·7	. .
	29	3	+ 42 3·9	—23 45·1	+ 9·2	+ 7·9	—5·4	— 4·4
	29	1	+175 4·0	+19 34·3	+ 9·9	+ 7·9	—4·8	— 4·4
		2	+117 16·9	. . .	+ 9·6	+ 7·9	—4·8	. .
	30	6	— 27 5·7	. . .	+ 9·2	+ 8·3	—5·3	. .
	30	4	+ 13 57·4	. . .	+ 9·4	+ 8·3	—5·0	. .
	30	4	. . .	+19 43·5	+ 9·4	+ 8·3	. .	— 4·4
	30	5	+ 12 46·8	—17 12·5	+ 9·4	+ 8·2	—4·7	— 4·4
Juni	3	7	+ 76 55·5	. . .	+10·4	+ 9·1	—4·9	. .
	3	9	+ 43 54·6	. . .	+10·2	+ 9·0	—4·8	. .
	3	8	. . .	+25 26·5	+10·3	+ 9·2	. .	— 4·3
	4	9	+ 89 37·5	. . .	+10·5	+ 9·2	—5·4	. .
	11	10	— 64 6·6	. . .	+11·5	+10·6	—4·2	. .
	13	10	+ 18 19·2	. . .	+12·5	+11·0	—4·4	. .
	13	11	. . .	—27 43·4	+11·8	+10·9	.	— 4·1
	13	10	+ 19 21·0	. . .	+12·5	+11·0	—3·6	. .
	18	11	+ 48 56·2	. . .	+13·7	+11·8	—4·9	. .
	18	15	. . .	+25 45·0	+13·1	+12·0	. .	— 3·9
	18	12	. . .	—26 34·1	+13·6	+11·7	. .	— 4·0
	18	11	+ 51 27·4	. . .	+13·7	+11·8	—3·5	. .
	21	14	+ 21 30·3	. . .	+14·2	+12·2	—4·2	. .
		17	— 22 15·9	. . .	+14·0	+12·2	—4·2	. .
	21	13	+ 53 57·7	—20 43·6	+14·4	+12·1	—3·6	— 4·0
	21	14	+ 22 38·1	. . .	+14·2	+12·2	—3·3	. .
	22	17	+ 14 7·3	. . .	+14·5	+12·3	—4·3	. .
	22	16	. . .	+20 3·5	+14·5	+12·4	. .	— 4·0
	22	17	+ 15 34 6	. . .	+14·5	+12·3	—3·3	. .

Toulouse (Compt. rend. XLVI. 592.)

		*	Δα	Δδ	6α	6δ	dα	dδ
1858 März	17	24	+ 10 27·3	+ 0 20·4	+10·5	—16·3	—6·1	+10·7

Bringt man nun die Summe dieser Correctionen an die mittleren Sternorte an, so erhält man den geocentrischen Ort der Beobachtung. Ich habe diese so erhaltenen Positionen in der

Digitized by Google

folgenden Zusammenstellung in die fünfte und sechste Columne aufgenommen. Die erste enthält die Nummer der Beobachtung, die zweite das Datum, die dritte den Beobachtungsort, die vierte die Ortszeit, die fünfte und sechste die geocentrischen Orte des Kometen nach der Beobachtung, die siebente und achte Columne enthält die Unterschiede der obigen Ephemeride gegen diese Orte, im Sinne Beobachtung weniger Rechnung; diese Differenzen sind in AR bereits auf den grössten Kreis reducirt. Bei dieser Vergleichung habe ich die Längen der Beobachtungsorte nach dem Berliner Jahrbuch 1871 angenommen, für Toulouse, welcher Ort in dem angegebenen Verzeichnisse nicht aufgenommen ist, habe ich nach Nr. 839 der Astronomischen Nachrichten die Länge $0^h 47^m 44^s 7$ westlich von Berlin, die Breite $+43°36'47''$ angesetzt.

Nr.	Datum		Beobachtungsort	Ortszeit	geoc α☿	geoc δ☿	$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
1	1858 März	8	Bonn	16ʰ16ᵐ45ˢ1	258°56'26"0	—1°53'57"2	(+42"6)	(—10"0)
2		8	Bonn	16 53 20·2	258 58 34·8	—1 53 59·0	+13·5	— 9·1
3		10	Berlin	16 48 37·0	262 27 14·0	—1 57 22·3	+ 0·3	—18·3
4		11	Bilk	14 59 28·6	264 9 40·4	—1 58 20·9	+16·1	+ 5·6
5		11	Berlin	15 32 34·0	264 9 44·8	—1 58 26·4	— 9·5	+ 0·5
6		11	Bonn	16 2 25·0	264 14 9·4	—1 58 26·8	+ 4·4	+ 3·3
7		11	Göttingen	16 37 42·0	264 15 48·5	—1 58 36·1	— 5·4	— 4·6
8		11	Bonn	16 28 11·3	264 16 8·4	—1 58 23·6	+ 6·0	+ 8·0
9		12	Berlin	15 3 15·0	265 57 42·9	—1 59 49·6	— 9·2	— 4·0
10		12	Bonn	15 45 7·6	266 3 8·2	—1 59 40·9	+ 5·5	+ 8·3
11		16	Padua	15 51 21·0	273 40 12·9	—2 3 49·3	+16·8	0·0
12		17	Kopenhagen	16 22 37·0	275 40 8·0	—2 4 19·4	—14·8	+10·2
13		17	Toulouse	16 33 45·7	275 44 57·5	—2 4 8·8	— 0·6	+22·1
14		18	Bonn	15 22 54·6	277 36 30·7	—2 5 1·8	— 1·6	— 2·1
15		18	Bonn	15 48 47·2	277 38 39·7	—2 5 0·2	— 1·8	0·0

Digitized by Google

16	18	Kremsmünster	16 23 41·7	277 39 3·3	—2 4 55·2	—11·9	+ 5·1
17	19	Kopenhagen	15 26 43·0	279 35 7·3	—2 5 31·0	—11·5	— 9·2
18	19	Padua	15 40 8·5	279 35 52·5	—2 5 0·6	(—48·1)	(+21·4)
19	19	Berlin	15 50 29·0	279 36 54·7	—2 5 21·1	— 7·2	+ 0·9
20	20	Berlin	15 27 32·0	281 36 15·6	—2 5 31·6	+ 0·8	+ 3·7
21	20	Kremsmünster	16 8 30·4	281 39 28·8	—2 5 34·1	+ 1·5	+ 1·5
22	20	Bonn	15 48 57·4	281 40 20·2	—2 5 28·8	+ 9·4	+ 6·8
23	21	Bonn	14 57 0·6	283 37 30·7	—2 5 42·9	— 6·1	— 2·9
24	21	Kremsmünster	15 56 31·6	283 40 20·0	—2 5 33·0	+ 3·6	+ 7·0
25	21	Padua	16 0 9·0	283 41 6·4	—2 5 24·6	—14·6	+15·4
26	22	Bonn	15 26 31·2	285 42 31·6	—2 5 30·1	+ 4·4	+ 5·5
27	22	Padua	15 51 23·8	285 43 8·0	—2 5 27·1	+11·2	+ 8·5
28	23	Padua	16 30 53·7	287 48 38·4	—2 5 4·1	—20·1	+17·3
29	23	Bonn	16 14 47·0	287 49 21·9	—2 5 19·2	+ 8·2	+ 2·2
30	26	Kremsmünster	16 8 7·6	293 54 25·6	—2 3 49·1	+ 6·0	— 4·4
31	28	Berlin	15 42 25·0	297 55 43·1	—2 1 51·7	—21·0	+ 1·9
32	28	Kremsmünster	16 36 28·7	298 0 34·9	—2 1 47·1	+12·6	+ 4·2
33	30	Berlin	16 2 54·0	301 58 17·4	—1 59 17·9	—13·3	+ 4·0
34	April 4	Ann-Arbor	15 34 1·0	312 8 8·6	—1 49 37·1	— 9·5	+ 3·7
35	5	Kremsmünster	15 37 16·1	313 29 54·9	—1 48 1·8	— 4·8	— 3·2
36	5	Ann-Arbor	16 17 33·0	314 3 9·1	—1 47 5·6	— 7·6	+ 9·5
37	6	Bonn	15 27 33·6	315 21 44·7	—1 45 23·9	— 5·5	+ 4·4
38	6	Ann-Arbor	16 11 15·0	315 52 31·0	—1 44 38·1	—13·6	+ 6·4
39	9	Berlin	15 57 42·0	320 43 33·6	—1 36 52·8	+16·4	+ 9·7
40	12	Berlin	15 38 32·0	325 47 9·5	—1 26 58·7	— 8·4	+10·8
41	13	Berlin	15 37 39·0	327 25 19·1	—1 23 30·6	—12·7	— 0·1

Digitized by Google

Nr.	Datum		Beobachtungsort	Ortszeit	geoc α ♅	geoc δ ♅	dα cos δ	dδ
42	1858 April	13	Berlin	15ʰ 47ᵐ 57ˢ·0	327°26'18"5	—1°23'34"3	+ 4"9	— 5"4
43		13	Bonn	15 26 49·6	327 26 32·4	—1 23 23·3	+ 2·4	+ 5·0
44		14	Bonn	15 26 28·4	329 3 8·5	—1 19 47·6	+ 7·8	— 8·9
45		14	Kremsmünster	15 55 56·9	329 2 57·8	—1 19 33·5	— 8·3	+ 5·0
46		15	Kremsmünster	15 41 48·0	330 36 50·0	—1 15 46·7	—10·3	— 6·3
47		16	Kremsmünster	15 40 52·3	332 10 18·3	—1 11 36·1	+12·2	— 6·5
48		18	Bonn	15 26 54·0	335 12 33·6	—1 2 32·7	+11·8	— 0·8
49		18	Cambridge (E)	15 26 9·4	335 13 57·0	—1 2 26·1	— 6·0	+ 0·5
50		19	Berlin	15 21 21·0	336 38 57·3	—0 57 43·4	+10·0	+10·4
51		19	Kremsmünster	15 31 48·9	336 39 12·0	—0 57 55·1	— 2·8	— 2·8
52		19	Bonn	15 21 21·5	336 40 16·9	—0 57 40·1	— 2·4	+ 8·6
53		19	Cambridge (E)	15 18 4·4	336 41 47·1	—0 57 42·5	— 2·3	+ 1·2
54		20	Berlin	15 21 51·0	338 5 31·1	—0 52 54·2	— 5·5	+ 3·9
55		20	Bonn	15 26 23·3	338 7 30·8	—0 52 53·3	+ 7·7	— 1·4
56		22	Kremsmünster	15 41 47·1	340 55 39·6	—0 42 34·6	— 4·2	— 6·3
57		23	Kremsmünster	15 28 47·4	342 17 31·6	—0 36 52·8	+ 6·9	+ 7·7
58	Mai	2	Cambridge (U. S) ..	15 37 0·0	354 0 7·4	+0 23 11·2	+ 4·5	— 1·2
59		26	Santjago	17 22 46·5	18 15 54·0	. . .	+ 6·1	. . .
60		26	„	17 42 27·1	18 16 38·6	. . .	+ 8·5	. . .
61		29	„	16 37 21·9	20 45 59·5	. . .	+ 3·6	. . .
62		29	„	16 58 8·6	20 46 35·0	+4 13 28·1	— 3·8	— 6·9
63 {		29	„	17 37 23·8	20 48 4·2	+4 13 56·7	{ + 4·2	+ 7·8
		29	„	17 37 23·8	20 48 1·6	. . .	+ 1·6	. . .
64		30	„	16 59 8·4	21 35 59·4	. . .	+ 0·2	. . .
65		30	„	17 19 57·5	21 36 44·0	. . .	+ 2·4	. . .

Digitized by Google

66	30	„	....	17 21 45·2	. . . .	+4 22 22·9	. . .	+15·9
67	30	„	....	17 39 52·5	21 37 54·6	+4 21 55·6	(+32·2)	(—17·7)
68	Juni 3	„	....	17 13 3·6	24 47 41·5	. . .	+10·6	. . .
69	3	„	....	17 17 49·9	24 47 37·9	. . .	— 2·3	. . .
70	3	„	....	17 55 21·4	. . .	+4 55 10·7	. . .	+16·7
71	4	„	....	16 34 50·2	25 32 20·5	. . .	—13·2	. . .
72	11	„	....	17 33 25·8	30 42 7·2	. . .	— 1·5	. . .
73	13	„	....	17 16 32·0	32 4 33·8	. . .	— 0·8	. . .
74	13	„	....	17 34 57·1	. . .	+6 7 32·6	. . .	— 0·8
75	13	„	....	17 58 38·2	32 5 36·4	. . .	—10·0	. . .
76	18	„	....	16 21 41·1	35 20 57·4	. . .	—10·4	. . .
77	18	„	....	16 59 2·9	. . .	+6 38 17·7	. . .	+ 2·0
78	18	„	....	17 32 44·3	. . .	+6 38 18·1	. . .	— 5·7
79	18	„	....	17 52 31·1	35 23 30·0	. . .	— 2·9	. . .
80 {	21	„	....	17 5 25·2	37 14 59·3	. . .	{ + 1·4	. . .
	21	„	....	17 5 25·2	37 15 0·0	. . .	+ 2·1	. . .
81	21	„	....	17 43 30·5	37 15 58·3	+6 54 55·9	+ 2·0	— 6·7
82	21	„	....	17 58 47·5	37 16 8·0	. . .	—11·6	. . .
83	22	„	....	16 57 46·4	37 51 23·6	. . .	+ 3·5	. . .
84	22	„	....	17 31 30·1	. . .	+7 0 23·2	. . .	+10·4
85	22	„	....	17 55 28·9	37 52 51·9	. . .	+ 4·5	. . .

Bevor ich diese Beobachtungen zu Normalorten zusammenzog, habe ich die an einem Kreismikrometer erhaltenen Declinationen von Santjago einer Correction unterzogen. Moesta nämlich hat durchaus die Antritte nur am inneren Ringrande beobachtet, es zeigen sich demnach, wie dies auch anderweitige Erfahrungen bestätigen, constante Unterschiede, je nachdem der Komet nördlich oder südlich vom Ringcentrum passirte. Diese

Digitized by Google

Unterschiede gleicht man beiläufig dadurch aus, indem man empirisch eine Correction des Ringdurchmessers ableitet; ich habe gefunden, dass man den Radius (849"38) beiläufig um 5"8 vergrössern muss, um die gewünschte Übereinstimmung herzustellen; ich gebe in der folgenden Übersicht die erhaltenen Resultate, nebst den Abständen ($\Delta\delta$), in welchen der Komet vom Ringcentrum vorbeiging.

			$\Delta\delta$	corrig. $d\delta$
Mai	29	$16^h 58^m$	−11'04	+ 0"5
	29	17 37	+10·14	− 0·3
	30	17 21	+ 9·92	+ 7·6
	30	17 39	− 7·16	(− 6·2)
Juni	3	17 55	+12·42	+10·1
	13	17 34	−13·98	+ 5·1
	18	16 59	+12·88	− 4·4
	18	17 32	−13·62	+ 0·3
	21	17 43	− 9·34	+ 2·1
	22	17 31	+10·34	+ 2·5

Fasst man nun die Beobachtungen 1—29, 30—39, 40—58 und 59—84 in vier Normalorte zusammen, so erhält man als Ephemeridencorrection:

	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
1858 März 17·0	−0"5	+3·0
April 2·0	−4·0	+3·6
April 18·0	+0·3	+0·7
Juni 12·0	−0·5	+2·6

und hiemit die folgenden Normalorte, die sich auf das mittlere Äquinoctium 1858 beziehen

	Mittl. Berl. Zeit	α☋	δ☋	Anzahl der Beob.
I.	1858 März 17·0	274°19'31"1	−2° 3'51"6	27·27
	April 2·0	306 33 53·4	−1 55 29·3	10·10
	April 18·0	334 13 12·1	−1 5 34·5	19·19
	Juni 12·0	30 43 30·5	+5 54 14·2	20· 9

Digitized by Google

II. Die Erscheinung im Jahre 1869.

Vor allem habe ich wieder die Sonnencoordinaten nach Le Verrier's Sonnentafeln berechnet, aber die Schiefe der Ekliptik wie oben um 0"59 kleiner angenommen. Die rechtwinckeligen Coordinaten gelten für das Äquinoctium 1869·0.

0h mittl. Berl. Zeit	wahre Länge	w. Breite	log R	X	Y	Z
1869 April 9	19°38' 3"95	−0"41	0·0010218	+0·9440746	+0·3089768	+0·1340635
10	20 36 55·42	−0·49	0·0011460	+0·9384385	+0·3238515	+0·1405172
11	21 35 44·96	−0·56	0·0012693	+0·9325252	+0·3386309	+0·1469296
12	22 34 32·56	−0·61	0·0013918	+0·9263374	+0·3533108	+0·1532990
13	23 33 18·17	−0·63	0·0015131	+0·9198764	+0·3678861	+0·1596232
14	24 32 1·80	−0·62	0·0016334	+0·9131453	+0·3823530	+0·1659004
15	25 30 43·34	−0·60	0·0017526	+0·9061454	+0·3967065	+0·1721286
16	26 29 22·80	−0·55	0·0018708	+0·8988802	+0·4109431	+0·1783061
17	27 28 0·11	−0·47	0·0019880	+0·8913519	+0·4250578	+0·1844310
18	28 26 35·21	−0·35	0·0021042	+0·8835636	+0·4390468	+0·1905014
19	29 25 8·10	−0·22	0·0022198	+0·8755182	+0·4529065	+0·1965159
20	30 23 38·75	−0·09	0·0023345	+0·8672184	+0·4666327	+0·2024724
21	31 22 7·14	+0·06	0·0024485	+0·8586671	+0·4802219	+0·2083697
22	32 20 33·31	+0·19	0·0025621	+0·8498674	+0·4936701	+0·2142054
23	33 18 57·30	+0·32	0·0026752	+0·8408225	+0·5069743	+0·2199789
24	34 17 19·20	+0·41	0·0027881	+0·8315354	+0·5201311	+0·2256880
25	35 15 39·19	+0·48	0·0029009	+0·8220087	+0·5331376	+0·2313321
26	36 13 57·32	+0·51	0·0030134	+0·8122455	+0·5459904	+0·2369090
27	37 12 13·70	+0·51	0·0031254	+0·8022478	+0·5586855	+0·2424175
28	38 10 28·41	+0·47	0·0032372	+0·7920191	+0·5712205	+0·2478562

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit	wahre Länge	w. Breite	log R	X	Y	Z
1869 April 29	39° 8'41"57	+0"41	0·0033486	+0·7815618	+0·5835918	+0·2532238
30	40 6 53·18	+0·33	0·0034593	+0·7708784	+0·5957956	+0·2585187
Mai 1	41 5 3·27	+0·22	0·0035694	+0·7599729	+0·6078292	+0·2637393
2	42 3 11·87	+0·11	0·0036787	+0·7488474	+0·6196886	+0·2688848
3	43 1 19·00	—0·01	0·0037869	+0·7375049	+0·6313706	+0·2739530
4	43 59 24·72	—0·13	0·0038940	+0·7259487	+0·6428714	+0·2789426
5	44 57 29·00	—0·23	0·0039999	+0·7141823	+0·6541883	+0·2838524
6	45 55 31·82	—0·34	0·0041043	+0·7022090	+0·6653169	+0·2886806
7	46 53 33·24	—0·43	0·0042073	+0·6900324	+0·6762548	+0·2934261
8	47 51 33·22	—0·49	0·0043085	+0·6776557	+0·6869981	+0·2980872
9	48 49 31·79	—0·54	0·0044081	+0·6650832	+0·6975438	+0·3026628
10	49 47 28·96	—0·57	0·0045058	+0·6523181	+0·7078885	+0·3071513
11	50 45 24·69	—0·57	0·0046017	+0·6393646	+0·7180294	+0·3115514
12	51 43 18·98	—0·55	0·0046956	+0·6262269	+0·7279636	+0·3158619
13	52 41 11·73	—0·50	0·0047876	+0·6129092	+0·7376876	+0·3200815
14	53 39 2·94	—0·42	0·0048777	+0·5994154	+0·7471991	+0·3242090
15	54 36 52·56	—0·32	0·0049657	+0·5857499	+0·7564951	+0·3282431
16	55 34 40·50	—0·19	0·0050519	+0·5719175	+0·7655733	+0·3321828
17	56 32 26·76	—0·06	0·0051362	+0·5579222	+0·7744313	+0·3360270
18	57 30 11·32	+0·08	0·0052189	+0·5437687	+0·7830670	+0·3397747
19	58 27 54·15	+0·21	0·0052999	+0·5294615	+0·7914779	+0·3434249
20	59 25 35·13	+0·33	0·0053795	+0·5150047	+0·7996625	+0·3469769
21	60 23 14·86	+0·43	0·0054577	+0·5004029	+0·8076188	+0·3504296
22	61 20 52·85	+0·50	0·0055347	+0·4856604	+0·8153450	+0·3537824
28	62 18 29·39	+0·54	0·0056106	+0·4707815	+0·8228399	+0·3570346

	24	63 16 4·64	+0·55	0·0056854	+0·4557698	+0·8301015	+0·3601855
	25	64 13 38·65	+0·52	0·0057592	+0·4406295	+0·8371281	+0·3632342
	26	65 11 11·46	+0·46	0·0058321	+0·4253653	+0·8439182	+0·3661802
	27	66 8 43·27	+0·39	0·0059037	+0·4099802	+0·8504700	+0·3690226
	28	67 6 14·05	+0·27	0·0059743	+0·3944787	+0·8567818	+0·3717607
	29	68 3 43·94	+0·16	0·0060436	+0·3788648	+0·8628519	+0·3743939
	30	69 1 12·94	+0·05	0·0061114	+0·3631426	+0·8686781	+0·3769213
	31	69 58 41·08	—0·07	0·0061779	+0·3473168	+0·8742593	+0·3793425
Juni	1	70 56 8·44	—0·18	0·0062428	+0·3313912	+0·8795934	+0·3816564
	2	71 53 35·08	—0·28	0·0063060	+0·3153703	+0·8846791	+0·3838625
	3	72 51 1·01	—0·37	0·0063672	+0·2992585	+0·8895144	+0·3859600
	4	73 48 26·27	—0·44	0·0064266	+0·2830607	+0·8940978	+0·3879483
	5	74 45 50·88	—0·50	0·0064839	+0·2667812	+0·8984279	+0·3898268
	6	75 43 14·90	—0·53	0·0065389	+0·2504247	+0·9025031	+0·3915950
	7	76 40 38·31	—0·54	0·0065918	+0·2339960	+0·9063222	+0·3932521
	8	77 38 1·09	—0·51	0·0066424	+0·2174998	+0·9098847	+0·3947980
	9	78 35 32·26	—0·46	0·0066904	+0·2009420	+0·9131883	+0·3962316
	10	79 32 44·75	—0·38	0·0067361	+0·1843266	+0·9162327	+0·3975529
	11	80 30 5·55	—0·28	0·0067790	+0·1676586	+0·9190162	+0·3987613
	12	81 27 25·61	—0·16	0·0068195	+0·1509436	+0·9215390	+0·3998567
	13	82 24 44·83	—0·03	0·0068575	+0·1341868	+0·9237999	+0·4008383
	14	83 22 3·16	+0·12	0·0068930	+0·1173927	+0·9257987	+0·4017065
	15	84 19 20·61	+0·25	0·0069261	+0·1005670	+0·9275351	+0·4024605
	16	85 16 37·16	+0·38	0·0069571	+0·0837148	+0·9290095	+0·4031009
	17	86 13 52·88	+0·47	0·0069859	+0·0668405	+0·9302212	+0·4036272
	18	87 11 7·79	+0·55	0·0070130	+0·0499491	+0·9311713	+0·4040397

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit		wahre Länge	w. Breite	log R	X	Y	Z
1869 Juni	19	88° 8′21″97	+0″60	0·0070382	+0·0330454	+0·9318590	+0·4043385
	20	89 5 35·50	+0·61	0·0070616	+0·0161339	+0·9322849	+0·4045234
	21	90 2 48·46	+0·58	0·0070835	—0·0007808	+0·9324493	+0·4045946
	22	91 0 0·93	+0·53	0·0071040	—0·0176944	+0·9323522	+0·4045520
	23	91 57 13·02	+0·45	0·0071229	—0·0346024	+0·9319937	+0·4043961
	24	92 54 24·74	+0·35	0·0071406	—0·0515004	+0·9313751	+0·4041271
	25	93 51 36·21	+0·23	0·0071567	—0·0683841	+0·9304951	+0·4037447
	26	94 48 47·52	+0·11	0·0071714	—0·0852494	+0·9293542	+0·4032490
	27	95 45 58·72	—0·01	0·0071845	—0·1020912	+0·9279533	+0·4026405
1869 Aug.	4	132° 2′33″96	—0″26	0·0061531	—0·6791786	+0·6910499	+0·2998463
	5	133 0 4·52	—0·14	0·0060896	—0·6915829	+0·6804317	+0·2952398
	6	133 57 36·27	—0·02	0·0060240	—0·7037906	+0·6696193	+0·2905488
	7	134 55 9·20	+0·13	0·0059558	—0·7157978	+0·6586146	+0·2857747
	8	135 52 43·24	+0·27	0·0058852	—0·7276005	+0·6474219	+0·2809188
	9	136 50 18·30	+0·40	0·0058124	—0·7391954	+0·6360441	+0·2759827
	10	137 47 54·34	+0·51	0·0057371	—0·7505779	+0·6244850	+0·2709677
	11	138 45 31·39	+0·60	0·0056596	—0·7617453	+0·6127480	+0·2658755
	12	139 43 9·41	+0·64	0·0055801	—0·7726943	+0·6008373	+0·2607077
	13	140 40 48·43	+0·66	0·0054986	—0·7834213	+0·5887559	+0·2554656
	14	141 38 28·45	+0·64	0·0054152	—0·7939236	+0·5765078	+0·2501511
	15	142 36 9·48	+0·59	0·0053303	—0·8041985	+0·5640966	+0·2447657
	16	143 33 51·58	+0·51	0·0052441	—0·8142439	+0·5515264	+0·2393109
	17	144 31 34·81	+0·42	0·0051564	—0·8240560	+0·5387997	+0·2337882
	18	145 29 19·17	+0·30	0·0050676	—0·8336331	+0·5259208	+0·2281995

Digitized by Google

	19	146	27	4·66	+0·19	0·0049779	—0·8429723	+0·5128985	+0·2225463
	20	147	24	51·38	+0·07	0·0048871	—0·8520710	+0·4997208	+0·2168301
	21	148	22	39·46	—0·05	0·0047954	—0·8609272	+0·4864061	+0·2110521
	22	149	20	28·90	—0·16	0·0047027	—0·8695374	+0·4729530	+0·2052143
	23	150	18	19·82	—0·26	0·0046094	—0·8779010	+0·4593654	+0·1993180
	24	151	16	12·34	—0·34	0·0045150	—0·8860135	+0·4456458	+0·1933647
	25	152	14	6·47	—0·40	0·0044198	—0·8938733	+0·4317989	+0·1873562
	26	153	12	2·34	—0·44	0·0043239	—0·9014790	+0·4178278	+0·1812939
	27	154	9	59·96	—0·46	0·0042268	—0·9088262	+0·4037362	+0·1751794
	28	155	7	59·47	—0·45	0·0041287	—0·9159136	+0·3895275	+0·1690143
	29	156	6	0·89	—0·42	0·0040299	—0·9227394	+0·3752059	+0·1628003
	30	157	4	4·24	—0·36	0·0039298	—0·9293002	+0·3607751	+0·1565390
	31	158	2	9·56	—0·28	0·0038285	—0·9355939	+0·3462393	+0·1502323
Sept.	1	159	0	16·88	—0·18	0·0037258	—0·9416180	+0·3316016	+0·1438816
	2	159	58	26·14	—0·05	0·0036218	—0·9473707	+0·3168668	+0·1374889
	3	160	56	37·34	+0·08	0·0035164	—0·9528496	+0·3020392	+0·1310558
	4	161	54	50·45	+0·22	0·0034093	—0·9580517	+0·2871229	+0·1245843
	5	162	53	5·38	+0·36	0·0033006	—0·9629762	+0·2721224	+0·1180763
	6	163	51	22·11	+0·48	0·0031902	—0·9676204	+0·2570425	+0·1115338
	7	164	49	40·61	+0·56	0·0030782	—0·9719829	+0·2418879	+0·1049585
	8	165	48	0·83	+0·62	0·0029644	—0·9760613	+0·2266631	+0·0983529
	9	166	46	22·73	+0·65	0·0028491	—0·9798552	+0·2113733	+0·0917187
	10	167	44	46·26	+0·63	0·0027326	—0·9833633	+0·1960231	+0·0850583
	11	168	43	11·42	+0·59	0·0026146	—0·9865846	+0·1806173	+0·0783734
	12	169	41	38·19	+0·51	0·0024959	—0·9895182	+0·1651606	+0·0716662
	13	170	40	6·54	+0·42	0·0023762	—0·9921636	+0·1496571	+0·0649388

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit			wahre Länge	w. Breite	log *R*	*X*	*Y*	*Z*
1869	Sept.	14	171°38'36"51	+0"30	0·0022558	—0·9945200	+0·1341117	+0·0581930
		15	172 37 8·08	+0·18	0·0021349	—0·9965870	+0·1185288	+0·0514310
		16	173 35 41·30	+0·06	0·0020136	—0·9983642	+0·1029127	+0·0446544
		17	174 34 16·24	—0·06	0·0018919	—0·9998505	+0·0872675	+0·0378654
		18	175 32 52·94	—0·17	0·0017702	—1·0010465	+0·0715977	+0·0310656
		19	176 31 31·42	—0·27	0·0016484	—1·0019510	+0·0559079	+0·0242573
		20	177 30 11·77	—0·36	0·0015265	—1·0025637	+0·0402020	+0·0174421
		21	178 28 54·08	—0·43	0·0014046	—1·0028846	+0·0244845	+0·0106218
		22	179 27 38·41	—0·47	0·0012829	—1·0029129	+0·0087597	+0·0037986
		23	180 26 24·84	—0·49	0·0011611	—1·0026483	—0·0069683	—0·0030259
		24	181 25 13·40	—0·48	0·0010393	—1·0020906	—0·0226947	—0·0098496
		25	182 24 4·18	—0·45	0·0009177	—1·0012401	—0·0384155	—0·0166708
		26	183 22 57·20	—0·40	0·0007960	—1·0000956	—0·0541260	—0·0234873
		27	184 21 52·52	—0·34	0·0006744	—0·9986577	—0·0698221	—0·0302975
		28	185 20 50·13	—0·24	0·0005526	—0·9969261	—0·0854991	—0·0370991
		29	186 19 50·09	—0·12	0·0004307	—0·9949007	—0·1011523	—0·0438906
		30	187 18 52·36	+0·01	0·0003087	—0·9925818	—0·1167774	—0·0506696
	Oct.	1	188 17 56·95	+0·15	0·0001862	—0·9899684	—0·1323694	—0·0574342
		2	189 17 3·80	+0·28	0·0000632	—0·9870614	—0·1479237	—0·0641825
		3	190 16 12·89	+0·40	9·9999396	—0·9838609	—0·1634349	—0·0709123
		4	191 15 24·17	+0·49	9·9998152	—0·9803670	—0·1788983	—0·0776213
		5	192 14 37·56	+0·57	9·9996904	—0·9765816	—0·1943089	—0·0843075
		6	193 13 53·06	+0·60	9·9995647	—0·9725042	—0·2096614	—0·0909689
		7	194 13 10·62	+0·60	9·9994384	—0·9681362	—0·2249510	—0·0976031
		8	195 12 30·13	+0·56	9·9993117	—0·9634796	—0·2401727	—0·1042080

Digitized by Google

9	196	11	51·58	+0·49	9·9991846	—0·9585355	—0·2553217	—0·1107815
10	197	11	14·74	+0·39	9·9990572	—0·9533053	—0·2703928	—0·1173214
11	198	10	39·71	+0·27	9·9989298	—0·9477913	—0·2853819	—0·1238258
12	199	10	6·45	+0·15	9·9988025	—0·9419946	—0·3002843	—0·1302926
13	200	9	34·90	+0·03	9·9986755	—0·9359174	—0·3150957	—0·1367199
14	201	9	5·10	—0·09	9·9985490	—0·9295617	—0·3298121	—0·1431061
15	202	8	37·03	—0·20	9·9984232	—0·9229294	—0·3444287	—0·1494488
16	203	8	10·74	—0·31	9·9982979	—0·9160219	—0·3589415	—0·1557464
17	204	7	46·24	—0·40	9·9981736	—0·9088421	—0·3733463	—0·1619972
18	205	7	23·62	—0·47	9·9980501	—0·9013910	—0·3876391	—0·1681992
19	206	7	2·92	—0·51	9·9979277	—0·8936710	—0·4018158	—0·1743506
20	207	6	44·17	—0·54	9·9978064	—0·8856847	—0·4158721	—0·1804499
21	208	6	27·44	—0·54	9·9976861	—0·8774329	—0·4298043	—0·1864950
22	209	6	12·79	—0·52	9·9975671	—0·8689190	—0·4436081	—0·1924844
23	210	6	0·22	—0·48	9·9974492	—0·8601443	—0·4572795	—0·1984163
24	211	5	49·80	—0·41	9·9973326	—0·8511116	—0·4708145	—0·2042887
25	212	5	41·55	—0·32	9·9972170	—0·8418225	—0·4842089	—0·2101001
26	213	5	35·48	—0·21	9·9971025	—0·8322794	—0·4974588	—0·2158487

Für die Erscheinung des Jahres 1869 lagen keine genügend genauen Elemente zur Herleitung einer Ephemeride vor; ich konnte daher Linsser's Elemente (Ast. Nachr. 1755) vorerst nur dazu benützen, um neue, den Beobachtungen sich besser anschliessende Elemente zu erhalten; ich habe jedoch dieselben vorerst durch die nun genähert bekannte Correction in der täglichen siderischen Bewegung um etwas verbessert, auf den Äquator übertragen und so gefunden:

Digitized by Google

1869 Juni 11·0 mittl. Berl. Zeit

$L' = 274°37'22"5$
$\pi' = 277\ 58\ \ 9·5$ ⎫ mittl. Äquinoct.
$\Omega' = 28\ \ 4\ \ 3·3$ ⎬ 1869·0
$i' = 21\ 25\ 18·5$ ⎭
$\varphi' = 48\ 45\ 32·0$
$\mu = 634"69$

Nach diesen Elementen nun fand ich die folgenden Ephemeridenorte:

0h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ
1869 April	9	10h 33m 4s62	+33°51'36"1	9·8150
	10	10 31 6·55	+34 4 33·2	9·8128
	11	10 29 10·10	+34 16 55·9	9·8106
	12	10 27 15·50	+34 28 43·6	9·8086
	13	10 25 22·75	+34 40 0·7	9·8065
	14	10 23 32·09	+34 50 45·4	9·8045
	15	10 21 43·17	+35 0 55·5	9·8025
Mai	14	9 47 26·85	+36 56 53·3	9·7323
	15	9 46 47·73	+36 56 53·5	9·7286
	16	9 46 9·49	+36 56 47·5	9·7248
	17	9 45 32·03	+36 56 35·0	9·7209
Juni	9	9 20 30·09	+36 52 19·9	9·5787
	10	9 18 2·07	+36 52 27·3	9·5699
	11	9 15 20·05	+36 52 28·6	9·5609
	12	9 12 22·83	+36 54 16·5	9·5517
	13	9 9 9·38	+36 51 48·9	9·5422
	14	9 5 38·51	+36 50 57·9	9·5326
Aug.	7	4 3 40·25	+ 1 9 21·5	9·5868
	8	4 2 21·96	+ 0 44 26·8	9·5929
	9	4 1 5·71	+ 0 20 12·9	9·5988
	10	3 59 51·69	— 0 3 22·7	9·6045
	11	3 58 39·19	— 0 26 23·5	9·6101
	12	3 57 27·60	— 0 48 52·6	9·6155
	13	3 56 16·65	— 1 10 52·5	9·6208
	14	3 55 6·60	— 1 32 24·1	9·6259
	15	3 53 56·80	— 1 53 31·6	9·6309
	16	3 52 46·97	— 2 14 15·3	9·6358
Sept.	7	3 21 33·88	— 8 47 51·7	9·7218
	8	3 19 44·67	— 9 3 18·1	9·7254
	9	3 17 53·27	— 9 18 29·2	9·7289
	10	3 15 59·76	— 9 33 23·2	9·7325

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ
1869 Oct.	8	2h 15m 10s·98	—13°50'48"3	9·8557
	9	2 13 4·01	—13 53 6·5	9·8611
	10	2 10 58·73	—13 54 53·8	9·8666
	11	2 8 55·31	—13 56 11·6	9·8721
	12	2 6 53·84	—13 57 0·5	9·8777
	13	2 4 54·42	—13 57 22·3	9·8834
	14	2 2 57·15	—13 57 16·4	9·8891
	15	2 1 2·10	—13 56 43·1	9·8948
	16	1 59 9·39	—13 55 43·7	9·9006

Mit diesen Ephemeriden-Bruchstücken habe ich nun die folgenden Beobachtungen verglichen und in der ersichtlich gemachten Weise zu Normalorten zusammengefasst.

			dα	dδ
1869 April	13·5	Leipzig........	+7s·69	+45"2
	14·5	Bonn..........	+4·50	+17·6
	14·5	Leipzig.......	+5·55	+41·7
	14·6	Hamburg......	+6·90	+ 0·2
April	14·0		+6·16	+26·2
1869 Mai	14·4	Leipzig.......	+5·48	+27·9
	14·5	Warschau......	+6·20	+24·7
	14·5	Wien........	+5·62	+25·9
	14·5	Lund..........	+4·52	+12·5
	15·5	„	+4·78	+12·6
	15·5	Hamburg......	+5·65	+26·9
	16·5*	Lund..........	+5·86	+ 8·5
	16·5	Hamburg......	+5·56	+21·3
Mai	15·0		+5·46	+20·0
1869 Juni	9·4	Wien.........	+3·41	+22·3
	9·4	Mannheim.....	+4·47	+20·0
	12·4	Wien.........	+3·41	+15·0
	12·4	„	+3·07	+14·0
	12·5	Warschau.....	+4·03	+36·6
	13·5	„	+3·34	+27·6
Juni	12·0		+3·62	+22·6
1869 Aug.	11·6	Wien.........	—4·41	—1' 8"6
	11·6	„	—5·15	—1 9·4
	12·6	„	—4·51	—1 3·4
	12·6	„	—4·45	—1 6·8
	13·6	„	—4·25	—1 6·2
	13·6	„	—4·08	—1 12·7
Aug.	13·0		—4·47	—1 7·8

Digitized by Google

			$d\alpha$	$d\delta$
1869 Sept.	8·5	Wien	—6ˢ89	—0′55″6
	8·6	Hamburg	—7·31	—1 19·9
	8·6	Leipzig	—7·33	—1 34·5
	8·6	Lund	—7·74	—1 11·2
	9·5	Warschau	—8·13	—1 20·0
	9·6	Leipzig	—7·83	—1 3·3
	9·6	Lund	—7·83	—1 5·1
Sept.	9·0		—7·58	—1 12·8

			$d\alpha$	$d\delta$
1869 Oct.	9·5	Leipzig	—8·96	—53·7
	9·5	„	—8.55	—59·0
	9·5	Hamburg	—6·88	—33·2
	10·5	Leipzig	—7·49	—56·3
	11·5	„	—9·59	—61·1
	12·5	Wien	—6·82	. . .
	13·2	Melbourne	—8·63	—48·3
	14·3	„	—8·49	—60·2
Oct.	12·0		—8·18	—53·1

Hieraus resultiren die folgenden auf den mittleren Äquator 1869·0 bezogenen Normalorte und neben die ich die Differenzen angesetzt habe, welche sich ergeben, wenn man die obigen Elemente mit diesen Normalorten direct (6stellig) vergleicht (*B—R*).

		α	δ	$d\alpha \cos\delta$	$d\delta$
I.	1869 April 14·0	155°54′36″8	+34°51′14″2	+ 75″8	+26·2
II.	Mai 15·0	146 43 17·1	+36 57 18·4	+ 65·5	+20·0
III.	Juni 12·0	138 6 30·5	+36 52 46·0	+ 43·4	+22·6
IV.	Aug. 13·0	59 2 46·3	— 1 11 59·4	— 67·0	—67·8
V.	Sept. 9·0	49 26 7·7	— 9 59 43·8	—112·2	—72·8
VI.	Oct. 12·0	31 41 5·4	—13 57 59·2	—119·2	—53·1

Um diese Fehler auf ein geringeres Mass herabzudrücken, habe ich die Differentialquotienten zwischen denselben und den Elementen entwickelt; die mittlere tägliche siderische Bewegung (μ) aber beliess ich constant, da sich dieser Werth mit einer verhältnissmässig sehr überwiegenden Genauigkeit aus der Verbindung der beiden Perihelzeiten in den Jahren 1858 und 1869 bestimmen liess. Die Bedingungsgleichungen (logarithmisch) werden:

Digitized by Google

Rectascensionen

0·4984 $(10dL')$	+9$_n$7344 $(10d\varphi)$	+9$_n$1169 $(10d\pi')$	+9·0436 $\sin i'd\Omega'$	+9·3118 $\cos i'di,$	= 1·5788
8$_n$8107	9$_n$6053	9·1809	9·2743	7$_n$7919	1·8159
0$_n$0817	9$_n$4798	0·0539	9·5743	9$_n$2842	1·6378
9$_n$5882	9·5638	9·6494	9·6706	9·7652	1$_n$8263
9·2440	9·7205	7$_n$5606	9·6779	9·5227	2$_n$0500
9·6051	9·7318	9$_n$2884	9·6318	8·8656	2$_n$0759

Declinationen.

9·2818	8·0125	9$_n$2934	0·2817	9·9293	= 1·1173
9·6126	8$_n$9656	9$_n$5666	0·2572	8$_n$5201	1·3010
9·8394	9$_n$1626	9$_n$7912	0·2136	0$_n$1646	1·3541
9·3636	9·4462	9$_n$1998	0$_n$2673	0$_n$2364	1$_n$8312
9·5948	9·5317	9$_n$4506	0$_n$3648	9$_n$9438	1$_n$8621
9·4663	9·3916	9$_n$3115	0$_n$3410	9$_n$2571	1$_n$7251

Gibt man dem ersten Normalorte, weil er sich aus wenig, schlecht übereinstimmenden Beobachtungen gründet, nur das halbe Gewicht, so vereinigen sich die obigen Relationen in die folgenden Bestimmungsgleichungen:

0·4435 $(10dL')$	+9·8108 $(10d\varphi)$	+0$_n$3862 $(10d\pi')$	+9$_n$6028 $\sin i'd\Omega'$	+0$_n$2222 $\cos i'di'$	= 2$_n$1036
	0·0651	9·2337	0$_n$2312	9·3840	2$_n$3613
		8·7966	8·9912	8$_n$6721	0$_n$8802
			1·2350	0·6192	1·6787
				0·6435	1·4260

und die Verbesserungen der Elemente finden sich:

Digitized by Google

$$di' = + \ 6''5$$
$$d\Omega' = + \ 3 \cdot 6$$
$$d\pi' = -11 \cdot 9$$
$$d\varphi = -18 \cdot 0$$
$$dL' = -10 \cdot 4$$

Die auf die Ekliptik übertragenen corrigirten Elemente sind daher:

1869 Juni 11·0 mittl. Berl. Zeit.

$L = 272°34'25''4$

$\pi = 275\ 55\ 10 \cdot 9$ ⎫
$\Omega = 113\ 32\ 30 \cdot 5$ ⎬ mittl. Äquinoct. 1869·0.
$i = 10\ 48\ 18 \cdot 4$ ⎭

$\varphi = 48\ 45\ 14 \cdot 0$

$\mu = 634''69$

welche in den Normalorten die folgenden Fehler übrig lassen:

1868	April	14	—6"1	+16·6
	Mai	15	+3·3	+ 0·1
	Juni	12	—3·7	+ 1·6
	Aug.	13	+4·2	+ 0·4
	Sept.	9	—2·6	+ 4·2
	Oct.	12	—2·5	+ 2·7

und die sich daher für die Herleitung einer genauen Ephemeride als ausreichend erweisen, da die grösseren Fehler im ersten Orte wohl nur der Unsicherheit desselben zuzuschreiben sind. Die Ephemeride selbst berechnete ich wie folgt, wobei die Reduction auf den wahren Ort nach den Pulkowaer Constanten ausgeführt ist.

0h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
1869 April	9	158°17'49"4	+33°51'42"7	9·8148	5m25·0
	10	157 48 20·0	+34 4 39·5	9·8127	5 23·5
	11	157 19 14·2	+34 17 2·9	9·8105	5 21·8
	12	156 50 34·2	+34 28 53·2	9·8084	5 20·3
	13	156 22 22·5	+34 40 10·3	9·8064	5 18·8
	14	155 54 40·9	+34 50 54·9	9·8043	5 17·2
	15	155 27 31·4	+35 1 7·0	9·8023	5 15·8
	16	155 0 55·1	+35 10 47·0	9·8004	5 14·4
	17	154 34 54·1	+35 19 55·7	9·7984	5 13·0
	18	154 9 29·7	+35 28 33·8	9·7964	5 11·5
	19	153 44 42·7	+35 36 41·9	9·7945	5 10·1

Digitized by Google

0^h mittl. Berl. Zeit			α	δ	log Δ	Abrrzt.
1869	April	20	153°20'34"2	+35°44'20"5	9·7926	5ᵐ 8ˢ8
		21	152 57 4·9	+35 51 30·6	9·7906	5 7·4
		22	152 34 15·5	+35 58 12·7	9·7886	5 6·0
		23	152 12 6·3	+36 4 28·1	9·7867	5 4·6
		24	151 50 37·8	+36 10 17·2	9·7847	5 3·3
		25	151 29 49·7	+36 15 41·3	9·7826	5 1·8
		26	151 9 42·5	+36 20 40·7	9·7806	5 0·4
		27	150 50 16·3	+36 25 16·5	9·7785	4 58·9
		28	150 31 30·5	+36 29 29·5	9.7763	4 57·4
		29	150 13 25·1	+36 33 20·6	9·7742	4 56·0
		30	149 55 59·4	+36 36 50·6	9·7719	4 54·5
	Mai	1	149 39 12·9	+36 40 0·4	9·7696	4 52·9
		2	149 23 5·6	+36 42 51·0	9·7673	4 51·3
		3	149 7 36·2	+36 45 23·1	9·7648	4 49·7
		4	148 52 44·0	+36 47 37·5	9·7623	4 48·0
		5	148 38 27·6	+36 49 35·3	9·7598	4 46·3
		6	148 24 46·4	+36 51 17·4	9·7571	4 44·6
		7	148 11 38·7	+36 52 44·6	9·7543	4 42·8
		8	147 59 3·2	+36 53 57·6	9·7515	4 40·9
		9	147 46 58·1	+36 54 57·5	9·7485	4 39·0
		10	147 35 21·9	+36 55 45·3	9·7455	4 37·1
		11	147 24 12·4	+36 56 21·7	9·7423	4 35·1
		12	147 13 27·3	+36 56 47·8	9·7390	4 32·9
		13	147 3 4·3	+36 57 4·5	9·7356	4 30·8
		14	146 53 0·8	+36 57 12·7	9·7321	4 28·6
		15	146 43 13·8	+36 57 13·3	9·7285	4 26·4
		16	146 33 40·3	+36 57 7·3	9·7247	4 24·1
		17	146 24 16·8	+36 56 55·4	9·7207	4 21·7
		18	146 14 59·6	+36 56 39·1	9·7166	4 19·2
		19	146 5 45·1	+36 56 18·6	9·7124	4 16·7
		20	145 56 29·1	+36 55 55·2	9·7079	4 14·1
		21	145 47 7·1	+36 55 29·5	9·7034	4 11·5
		22	145 37 34·3	+36 55 2·4	9·6986	4 8·7
		23	145 27 45·6	+36 54 34·5	9·6937	4 5·9
		24	145 17 36·2	+36 54 6·7	9·6886	4 3·1
		25	145 7 0·2	+36 53 39·7	9·6833	4 0·1
		26	144 55 51·5	+36 53 14·1	9·6778	3 57·1
		27	144 44 4·0	+36 52 50·4	9·6721	3 54·0
		28	144 31 31·3	+36 52 29·3	9·6662	3 50·8
		29	144 18 6·0	+36 52 11·1	9·6601	3 47·6
		30	144 3 40·1	+36 51 56·3	9·6538	3 44·3
		31	143 48 6·0	+36 51 45·7	9·6473	3 41·0
	Juni	1	143 31 14·7	+36 51 39·0	9·6405	3 37·5
		2	143 12 56·6	+36 51 36·4	9·6336	3 34·1

Digitized by Google

0ʰ mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Abrrzt.
1869 Juni	3	142°53′ 1″5	+36°51′37″8	9·6264	3ᵐ30ˢ5
	4	142 31 18·5	+36 51 43·2	9·6190	3 27·0
	5	142 7 36·7	+36 51 52·0	9·6113	3 23·4
	6	141 41 43·1	+36 52 3·7	9·6034	3 19·8
	7	141 13 24·3	+36 52 16·8	9·5953	3 16·0
	8	140 42 25·7	+36 52 30·0	9·5870	3 12·4
	9	140 8 32·6	+36 52 41·6	9·5784	3 8·5
	10	139 31 29·1	+36 52 49·0	9·5696	3 4·8
	11	138 50 58·2	+36 52 48·9	9·5606	3 1·0
	12	138 6 41·3	+36 52 37·4	9·5514	2 57·2
	13	137 18 19·8	+36 52 9·7	9·5420	2 53·4
	14	136 25 34·3	+36 51 20·0	9·5324	2 49·6
	15	135 28 5·1	+36 50 0·5	9·5226	2 45·8
	16	134 25 31·6	+36 48 3·0	9·5127	2 42·1
	17	133 17 34·5	+36 45 17·2	9·5027	2 38·4
	18	132 3 54·6	+36 41 31·0	9·4926	2 34·8
	19	130 44 14·8	+36 36 31·2	9·4825	2 31·2
	20	129 18 19·4	+36 30 1·8	9·4724	2 27·7
	21	127 45 55·3	+36 21 45·2	9·4623	2 24·3
	22	126 6 54·8	+36 11 22·1	9·4524	2 21·1
	23	124 21 14·8	+35 58 32·6	9·4426	2 17·9
	24	122 28 57·7	+35 42 54·1	9·4331	2 15·0
	25	120 30 13·8	+35 24 4·7	9·4240	2 12·1
	26	118 25 21·9	+35 1 42·2	9·4152	2 9·5
	27	116 14 48·1	+34 35 26·0	9·4070	2 7·1
1869 Aug.	4	61 57 8·1	+ 2 27 46·1	9·5672	3 3·8
	5	61 35 11·6	+ 2 0 24·8	9·5738	3 6·6
	6	61 14 9·9	+ 1 33 56·4	9·5803	3 9·4
	7	60 53 55·2	+ 1 8 16·6	9·5865	3 12·1
	8	60 34 20·7	+ 0 43 21·4	9·5926	3 14·9
	9	60 15 20·0	+ 0 19 7·3	9·5985	3 17·5
	10	59 56 46·5	— 0 4 29·2	9·6042	3 20·1
	11	59 38 35·1	— 0 27 30·8	9·6098	3 22·7
	12	59 20 40·7	— 0 50 0·4	9·6153	3 25·3
	13	59 2 58·3	— 1 12 0·7	9·6205	3 27·7
	14	58 45 24·0	— 1 33 33·7	9·6257	3 30·3
	15	58 27 53·5	— 1 54 41·8	9·6307	3 32·7
	16	58 10 23·5	— 2 15 26·9	9·6355	3 35·1
	17	57 52 49·8	— 2 35 50·6	9·6403	3 37·4
	18	57 35 9·6	— 2 55 54·5	9·6449	3 39·8
	19	57 17 19·9	— 3 15 40·0	9·6494	3 42·1
	20	56 59 17·5	— 3 35 8·4	9·6538	3 44·3
	21	56 40 59·9	— 3 54 21·2	9·6581	3 46·6
	22	56 22 24·6	— 4 13 18·7	9·6623	3 48·8

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit			α	δ	log Δ	Abrrzt.
1869	Aug.	23	56° 3' 29"5	— 4° 32' 2"1	9·6664	3m50s9
		24	55 44 12·0	— 4 50 33·3	9·6704	3 53·1
		25	55 24 30·2	— 5 8 51·4	9·6744	3 55·2
		26	55 4 22·9	— 5 26 57·5	9·6782	3 57·3
		27	54 43 47·6	— 5 44 52·0	9·6821	3 59·4
		28	54 22 43·3	— 6 2 35·0	9·6858	4 1·5
		29	54 1 8·7	— 6 20 6·8	9·6895	4 3·6
		30	53 39 2·3	— 6 37 27·6	9·6932	4 5·6
		31	53 16 23·3	— 6 54 37·0	9·6968	4 7·7
	Sept.	1	52 53 10·4	— 7 11 35·2	9·7004	4 9·8
		2	52 29 23·1	— 7 28 21·8	9·7040	4 11·8
		3	52 5 1·1	— 7 44 56·6	9·7075	4 13·9
		4	51 40 3·3	— 8 1 19·1	9·7111	4 16·0
		5	51 14 30·3	— 8 17 28·7	9·7146	4 18·1
		6	50 48 21·9	— 8 33 25·0	9·7181	4 20·1
		7	50 21 38·5	— 8 49 7·2	9·7217	4 22·3
		8	49 54 20·1	— 9 4 34·5	9·7252	4 24·4
		9	49 26 27·8	— 9 19 46·2	9·7288	4 26·6
		10	48 58 2·4	— 9 34 41·4	9·7324	4 28·8
		11	48 29 4·8	— 9 49 19·4	9·7360	4 31·1
		12	47 59 36·1	—10 3 39·5	9·7396	4 33·3
		13	47 29 37·4	—10 17 40·4	9·7433	4 35·7
		14	46 59 10·3	—10 31 21·7	9·7471	4 38·1
		15	46 28 16·1	—10 44 42·2	9·7508	4 40·5
		16	45 56 56·2	—10 57 41·4	9·7547	4 43·0
		17	45 25 12·3	—11 10 18·4	9·7585	4 45·5
		18	44 53 6·0	—11 22 32·7	9·7625	4 48·1
		19	44 20 39·1	—11 34 23·1	9·7665	4 50·9
		20	43 47 53·6	—11 45 49·2	9·7705	4 53·5
		21	43 14 51·1	—11 56 50·2	9·7746	4 56·3
		22	42 41 34·1	—12 7 25·2	9·7788	4 59·1
		23	42 8 4·4	—12 17 33·9	9·7831	5 2·1
		24	41 34 24·1	—12 27 15·5	9·7874	5 5·1
		25	41 0 35·5	—12 36 29·5	9·7918	5 8·2
		26	40 26 40·7	—12 45 15·2	9·7962	5 11·4
		27	39 52 42·0	—12 53 32·3	9·8008	5 14·7
		28	39 18 41·6	—13 1 20·3	9·8054	5 18·1
		29	38 44 41·9	—13 8 39·0	9·8101	5 21·5
		30	38 10 45·4	—13 15 27·9	9·8148	5 25·0
	Oct.	1	37 36 54·1	—13 21 46·7	9·8197	5 28·7
		2	37 3 10·5	—13 27 35·3	9·8246	5 32·5
		3	36 29 36·6	—13 32 53·7	9·8296	5 36·3
		4	35 56 15·3	—13 37 41·3	9·8346	5 40·1
		5	35 23 9·0	—13 41 58·6	9·8398	5 44·2

Digitized by Google

0h mittl. Berl. Zeit		α	δ	log Δ	Aberrzt.
1869 Oct.	6	34°50'19"9	—13°45'45"3	9·8450	5m48s4
	7	34 17 50·2	—13 49 1·6	9·8503	5 52·7
	8	33 45 42·1	—13 51 47·7	9·8556	5 57·0
	9	33 13 57·9	—13 54 3·9	9·8610	6 1·6
	10	32 42 39·5	—13 55 50·4	9·8665	6 6·1
	11	32 11 48·8	—13 57 7·7	9·8721	6 10·9
	12	31 41 27·6	—13 57 56·3	9·8777	6 15·7
	13	31 11 37·3	—13 58 16·7	9·8833	6 20·5
	14	30 42 19·2	—13 58 9·6	9·8890	6 25·5
	15	30 13 35·1	—13 57 35·5	9·8948	6 30·7
	16	29 45 25·9	—13 56 35·0	9·9006	6 36·0
	17	29 17 52·9	—13 55 8·9	9·9065	6 41·5
	18	28 50 57·0	—13 53 18·0	9·9124	6 46·9
	19	28 24 39·2	—13 51 2·8	9·9183	6 52·5
	20	27 59 0·3	—13 48 24·0	9·9243	6 58·2
	21	27 34 0·7	—13 45 22·5	9·9303	7 4·0
	22	27 9 41·3	—13 41 59·0	9·9363	7 9·9
	23	26 46 2·6	—13 38 14·2	9·9424	7 16·0
	24	26 23 4·9	—13 34 8·3	9·9485	7 22·2
	25	26 0 48·6	—13 29 43·6	9·9546	7 28·4
	26	25 39 14·0	—13 24 59·2	9·9607	7 34·8

Für diese Erscheinung habe ich die definitive Reduction der Beobachtungen noch nicht vorgenommen, indem zu erwarten steht, dass im Verlaufe weniger Jahre eine Neubestimmung der benützten Vergleichssterne erhalten werden wird, und für die nächsten Zwecke die oben gebildeten Normalorte ausreichen. Ich verschiebe daher die Bildung der definitiven Normalorte für Erscheinung 1869 auf eine spätere Abhandlung.

III. Die Jupiterstörungen zwischen den Erscheinungen 1858 und 1869.

Die Störungsrechnung für Jupiter habe ich vorerst allein durchgeführt, indem der störende Einfluss der übrigen Planeten verhältnissmässig gering ist und die beträchtlicheren Saturnstörungen in hinreichender Annäherung in der ersten Abhandlung ermittelt sind.

Digitized by Google

Als Elemente nahm ich die am Schlusse meiner ersten Abhandlung angeführten Werthe, nämlich:

$$\begin{aligned} T &= 1858 \text{ Mai } 2\cdot0739 \text{ mittl. Berl. Zeit} \\ \pi &= 275°40'26'' \\ \Omega &= 113\ 33\ 35 \\ i &= 10\ 48\ 7 \end{aligned} \left.\vphantom{\begin{aligned}\pi\\ \Omega\\ i\end{aligned}}\right\} \text{mittl. Äquinoct. } 1860\cdot0$$

$$\begin{aligned} \varphi &= 49\ 0\ 50 \\ \mu &= 638''65 \end{aligned}$$

die ich für die Zeit des Perihels als osculirend annahm; da sich aber im Verlaufe der Rechnung zeigte, dass die mittlere Bewegung etwas grösser angenommen werden müsse, so habe ich μ von 1862 Aug. 11 an um 0''05 grösser angenommen; die so erlangten Störungswerthe haben daher den wünschenswerthen Grad der Genauigkeit und können als definitive Werthe für die fernere Untersuchung ohne Bedenken in Anwendung gezogen werden. Als Masse nahm ich $\frac{1}{1049}$ für Jupiter an; bis 1865·0 gilt das mittl. Äquinoct. 1860·0, nach diesem Zeitpunkte das von 1870·0, und ich habe in der folgenden Zusammenstellung der ermittelten Differentialquotienten an der Stelle der Äquinoctialänderung diejenigen Correctionen angeführt, die man an die Präcessionswerthe anbringen muss, die für die ungestörten Elemente gelten, um die streng giltigen Übertragungswerthe zu erhalten. Die zwischen die Angaben des Datums gesetzten Sternchen bedeuten, dass an dieser Stelle ein Wechsel der Elemente (Übertragung der Störungen auf die Elemente) stattgefunden hat.

Digitized by Google

Datum	10 $di:dt$	10 $d\Omega:dt$	10 $d\varphi:dt$	10 $d\pi:dt$	100 $d\mu:dt$	10 $dL:dt$
1858 Jän. 4	−0″0943	− 0″6162	+ 0″1744	− 1″8142	−0″09717	−0″6181
„ 14	−0·0808	− 0·6001	+ 0·2023	− 1·7153	−0·09316	−0·6541
„ 24	−0·0673	− 0·5806	+ 0·2213	− 1·6073	−0·08805	−0·6850
Febr. 3	−0·0538	− 0·5576	+ 0·2291	− 1·4880	−0·08147	−0·7092
„ 13	−0·0402	− 0·5304	+ 0·2220	− 1·3558	−0·07301	−0·7238
„ 23	−0·0266	− 0·4979	+ 0·1950	− 1·2092	−0·06204	−0·7262
März 5	−0·0131	− 0·4586	+ 0·1408	− 1·0470	−0·04775	−0·7127
„ 15	0·0000	− 0·4111	+ 0·0504	− 0·8708	−0·02915	−0·6800
„ 25	+0·0123	− 0·3539	− 0·0865	− 0·6867	−0·00526	−0·6246
April 4	+0·0232	− 0·2858	− 0·2755	− 0·5101	+0·02426	−0·5457
„ 14	+0·0313	− 0·2078	− 0·5054	− 0·3665	+0·05764	−0·4459
„ 24	+0·0353	− 0·1247	− 0·7309	− 0·2774	+0·08905	−0·3304
Mai 4	+0·0346	− 0·0465	− 0·8746	− 0·2477	+0·10898	−0·2032
„ 14	+0·0285	+ 0·0125	− 0·8765	− 0·2183	+0·10996	−0·0613
„ 24	+0·0185	+ 0·0393	− 0·7447	− 0·1279	+0.09247	+0·0971
Juni 3	+0·0067	+ 0·0259	− 0·5345	+ 0·0557	+0·06269	+0·2662
„ 13	−0·0051	− 0·0302	− 0·3034	+ 0·3262	+0·02733	+0·4330
„ 23	−0·0152	− 0·1288	− 0·0849	+ 0·6653	−0·00948	+0·5865
Juli 3	−0·0225	− 0·2680	+ 0·1044	+ 1·0526	−0·04552	+0·7186
„ 13	−0·0262	− 0·4461	+ 0·2603	+ 1·4748	−0·08008	+0·8249
„ 23	−0·0256	− 0·6611	+ 0·3820	+ 1·9229	−0·11290	+0·9036
Aug. 2	−0·0201	− 0·9113	+ 0·4708	+ 2·3908	−0·14404	+0·9541
„ 12	−0·0095	− 1·1957	+ 0·5284	+ 2·8761	−0·17367	+0·9779
„ 22	+0·0066	− 1·5127	+ 0·5564	+ 3·3775	−0·20201	+0·9758
* Sept. 1	+0·0286	− 1·8613	+ 0·5557	+ 3·8943	−0·22926	+0·9491
„ 11	+0·0568	− 2·2401	+ 0·5265	+ 4·4264	−0·25552	+0·9001
„ 21	+0·0913	− 2·6478	+ 0·4686	+ 4·9737	−0·28089	+0·8309
Oct. 1	+0·1323	− 3·0829	+ 0·3816	+ 5·5360	−0·30546	+0·7437
„ 11	+0·1800	− 3·5434	+ 0·2645	+ 6·1132	−0·32927	+0·6411
„ 21	+0·2344	− 4·0273	+ 0·1164	+ 6·7047	−0·35232	+0·5260
„ 31	+0·2958	− 4·5321	− 0·0641	+ 7·3100	−0·37463	+0·4014
Nov. 10	+0·3638	− 5·0557	− 0·2781	+ 7·9284	−0·39621	+0·2705
„ 20	+0·4382	− 5·5936	− 0·5271	+ 8·5576	−0·41698	+0·1372
„ 30	+0·5190	− 6·1423	− 0·8126	+ 9·1955	−0·43686	+0·0050
Dec. 10	+0·6055	− 6·6974	− 1·1353	+ 9·8393	−0·45579	−0·1216
„ 20	+0·6974	− 7·2551	− 1·4962	+10·4861	−0·47367	−0·2387
* „ 30	+0·7939	− 7·8022	− 1·8916	+11·1370	−0·49048	−0·3392
1859 Jän. 9	+0·8944	− 8·3454	− 2·3306	+11·7761	−0·50587	−0·4230
„ 19	+0·9977	− 8·8722	− 2·8080	+12·4035	−0·51982	−0·4827
„ 29	+1·1028	− 9·3763	− 3·3226	+13·0141	−0·53222	−0·5128
Febr. 8	+1·2083	− 9·8508	− 3·8727	+13·6014	−0·54294	−0·5100
„ 18	+1·3133	−10·2884	− 4·4557	+14·1583	−0·55185	−0·4700
„ 28	+1·4156	−10·6832	− 5·0683	+14·6783	−0·55887	−0·3898
März 10	+1·5144	−11·0284	− 5·7063	+15·1547	−0·56390	−0·2654
„ 20	+1·6079	−11·3187	− 6·3646	+15·5816	−0·56689	−0·0958
„ 30	+1·6947	−11·5489	− 7·0372	+15·9528	−0·56779	+0·1217
April 9	+1·7734	−11·7149	− 7·7178	+16·2623	−0·56655	+0·3867
„ 19	+1·8425	−11·8127	− 8·4002	+16·5040	−0.56314	+0·7003
* „ 29	+1·8995	−11·8127	− 9·0666	+16·6948	−0·55782	+1·0644
Mai 9	+1·9457	−11·7692	− 9·7299	+16·7916	−0·55036	+1·4664
„ 19	+1·9797	−11·6557	−10·3718	+16·8124	−0·54097	+1·9070
„ 29	+2·0001	−11·4738	−10·9851	+16·7538	−0·52973	+2·3840

Digitized by Google

Datum	$10\,di:dt$	$10\,d\Omega:dt$	$10\,d\varphi:dt$	$10\,d\pi:dt$	$100\,d\mu:dt$	$10\,dL:dt$
1859 Juni 8	+2·0076	−11·2282	−11·5645	+16·6205	−0·51684	+ 2·8905
„ 18	+2·0020	−10·9251	−12·1058	+16·4182	−0·50267	+ 3·4204
„ 28	+1·9837	−10·5685	−12·6025	+16·1473	−0·48732	+ 3·9677
Juli 8	+1·9529	−10·1640	−13·0501	+15·8109	−0·47091	+ 4·5265
„ 18	+1·9102	− 9·7176	−13·4442	+15·4135	−0·45366	+ 5·0902
„ 28	+1·8566	− 9·2365	−13·7823	+14·9608	−0·43571	+ 5·6525
Aug. 7	+1·7933	− 8·7284	−14·0640	+14·4603	−0·41735	+ 6·2080
„ 17	+1·7217	− 8·2019	−14·2904	+13·9211	−0·39885	+ 6·7502
* „ 27	+1·6403	− 7·6360	−14·4628	+13·3841	−0·38085	+ 7·2767
Sept. 6	+1·5561	− 7·0953	−14·5867	+12·7910	−0·36259	+ 7·7805
„ 16	+1·4670	− 6·5540	−14·6586	+12·1770	−0·34454	+ 8·2596
„ 26	+1·3740	− 6·0164	−14·6775	+11·5451	−0·32675	+ 8·7110
Oct. 6	+1·2783	− 5·4879	−14·6494	+10·9042	−0·30938	+ 9·1332
„ 16	+1·1816	− 4·9747	−14·5805	+10·2627	−0·29262	+ 9·5255
„ 26	+1·0846	− 4·4792	−14·4736	+ 9·6246	−0·27647	+ 9·8864
Nov. 5	+0·9883	− 4·0040	−14·3324	+ 8·9959	−0·26106	+10·2155
„ 15	+0·8932	− 3·5512	−14·1602	+ 8·3783	−0·24634	+10·5126
„ 25	+0·8001	− 3·1221	−13·9603	+ 7·7707	−0·23237	+10·7786
Dec. 5	+0·7093	− 2·7175	−13·7358	+ 7·1747	−0·21912	+11·0139
„ 15	+0·6215	− 2·3380	−13·4898	+ 6·5987	−0·20660	+11·2203
* „ 25	+0·5354	− 1·9754	−13·2265	+ 6·0574	−0·19510	+11·3967
1860 Jän. 4	+0·4547	− 1·6476	−12·9503	+ 5·5243	−0·18405	+11·5497
„ 14	+0·3778	− 1·3445	−12·6622	+ 5·0125	−0·17370	+11·6782
„ 24	+0·3048	− 1·0656	−12·3638	+ 4·5221	−0·16400	+11·7835
Febr. 3	+0·2358	− 0·8098	−12·0575	+ 4·0536	−0·15493	+11·8670
„ 13	+0·1708	− 0·5765	−11·7461	+ 3·6082	−0·14649	+11·9298
„ 23	+0·1099	− 0·3644	−11·4309	+ 3·1847	−0·13863	+11·9741
März 4	+0·0530	− 0·1727	−11·1135	+ 2·7826	−0·13130	+12·0018
„ 14	0·0000	+ 0·0001	−10·7955	+ 2·4019	−0·12448	+12·0141
„ 24	−0·0492	+ 0·1547	−10·4789	+ 2·0427	−0·11820	+12·0125
April 3	−0·0947	+ 0·2927	−10·1645	+ 1·7035	−0·11238	+11·9978
„ 13	−0·1366	+ 0·4148	− 9·8511	+ 1·3838	−0·10698	+11·9716
* „ 23	−0·1751	+ 0·5224	− 9·5443	+ 1·0813	−0·10216	+11·9341
Mai 3	−0·2102	+ 0·6164	− 9·2391	+ 0·7983	−0·09755	+11·8874
„ 13	−0·2422	+ 0·6979	− 8·9386	+ 0·5326	−0·09329	+11·8323
„ 23	−0·2712	+ 0·7679	− 8·6426	+ 0·2828	−0·08933	+11·7705
Juni 2	−0·2974	+ 0·8272	− 8·3517	+ 0·0486	−0·08568	+11·7021
„ 12	−0·3209	+ 0·8769	− 8·0666	− 0·1701	−0·08233	+11·6270
„ 22	−0·3418	+ 0·9176	− 7·7873	− 0·3746	−0·07924	+11·5465
Juli 2	−0·3603	+ 0·9503	− 7·5141	− 0·5660	−0·07639	+11·4626
„ 12	−0·3765	+ 0·9756	− 7·2472	− 0·7444	−0·07377	+11·3746
„ 22	−0·3907	+ 0·9943	− 6·9871	− 0·9100	−0·07138	+11·2828
Aug. 1	−0·4029	+ 1·0070	− 6·7333	− 1·0638	−0·06920	+11·1878
„ 11	−0·4132	+ 1·0142	− 6·4855	− 1·2069	−0·06718	+11·0901
* „ 21	−0·4214	+ 1·0157	− 6·2444	− 1·3432	−0·06544	+10·9891
„ 31	−0·4284	+ 1·0138	− 6·0091	− 1·4662	−0·06375	+10·8876
Sept. 10	−0·4338	+ 1·0079	− 5·7799	− 1·5800	−0·06220	+10·7846
„ 20	−0·4378	+ 0·9982	− 5·5566	− 1·6852	−0·06080	+10·6802
„ 30	−0·4404	+ 0·9853	− 5·3393	− 1·7821	−0·05952	+10·5748
Oct. 10	−0·4419	+ 0·9701	− 5·1278	− 1·8710	−0·05835	+10·4684
„ 20	−0·4422	+ 0·9524	− 4·9221	− 1·9525	−0·05729	+10·3614
„ 30	−0·4414	+ 0·9323	− 4·7220	− 2·0270	−0·05634	+10·2539

Digitized by Google

Datum			$10\, di:dt$	$10\, d\Omega:dt$	$10\, d\varphi:dt$	$10\, d\pi:dt$	$100\, d\mu:dt$	$10\, dL:dt$
1860	Nov.	9	−0·4397	+0·9104	−4·5275	−2·0949	−0·05548	+10·1460
	„	19	−0·4371	+0·8873	−4·3386	−2·1565	−0·05471	+10·0380
	„	29	−0·4337	+0·8629	−4·1552	−2·2122	−0·05402	+ 9·9300
	Dec.	9	−0·4295	+0·8372	−3·9769	−2·2623	−0·05341	+ 9·8221
	„	19	−0·4247	+0·8106	−3·8038	−2·3072	−0·05287	+ 9·7144
	„	29	−0·4192	+0·7836	−3·6358	−2·3470	−0·05239	+ 9·6070
1861	Jän.	8	−0·4132	+0·7560	−3·4727	−2·3821	−0·05198	+ 9·4999
	„	18	−0·4066	+0·7279	−3·3143	−2·4128	−0·05163	+ 9·3930
	„	28	−0·3995	+0·6996	−3·1606	−2·4393	−0·05133	+ 9·2865
	Febr.	7	−0·3920	+0·6713	−3·0115	−2·4618	−0·05108	+ 9·1806
	„	17	−0·3842	+0·6430	−2·8665	−2·4805	−0·05088	+ 9·0753
	„	27	−0·3760	+0·6147	−2·7259	−2·4958	−0·05072	+ 8·9705
	März	9	−0·3675	+0·5866	−2·5895	−2·5078	−0·05061	+ 8·8663
	„	19	−0·3588	+0·5587	−2·4573	−2·5167	−0·05054	+ 8·7626
	„	29	−0·3498	+0·5313	−2·3292	−2·5224	−0·05050	+ 8·6595
	April	8	−0·3406	+0·5045	−2·2050	−2·5254	−0·05050	+ 8·5569
	* „	18	−0·3313	+0·4784	−2·0859	−2·5304	−0·05069	+ 8·4538
	„	28	−0·3219	+0·4526	−1·9694	−2·5284	−0·05075	+ 8·3526
	Mai	8	−0·3125	+0·4274	−1·8566	−2·5241	−0·05084	+ 8·2521
	„	18	−0·3030	+0·4029	−1·7474	−2·5175	−0·05096	+ 8·1522
	„	28	−0·2934	+0·3790	−1·6417	−2·5089	−0·05111	+ 8·0529
	Juni	7	−0·2838	+0·3558	−1·5393	−2·4984	−0·05128	+ 7·9544
	„	17	−0·2742	+0·3334	−1·4402	−2·4861	−0·05147	+ 7·8566
	„	27	−0·2646	+0·3117	−1·3443	−2·4721	−0·05169	+ 7·7595
	Juli	7	−0·2550	+0·2908	−1·2516	−2·4566	−0·05193	+ 7·6630
	„	17	−0·2455	+0·2707	−1·1620	−2·4397	−0·05219	+ 7·5671
	„	27	−0·2361	+0·2514	−1·0754	−2·4216	−0·05248	+ 7·4718
	Aug.	6	−0·2268	+0·2329	−0·9918	−2·4023	−0·05279	+ 7·3772
	„	16	−0·2176	+0·2152	−0·9112	−2·3818	−0·05311	+ 7·2831
	„	26	−0·2086	+0·1984	−0·8334	−2·3603	−0·05346	+ 7·1896
	Sept.	5	−0·1998	+0·1823	−0·7586	−2·3378	−0·05382	+ 7·0967
	„	15	−0·1911	+0·1670	−0·6865	−2·3145	−0·05421	+ 7·0044
	„	25	−0·1826	+0·1525	−0·6170	−2·2904	−0·05461	+ 6·9126
	Oct.	5	−0·1743	+0·1388	−0·5501	−2·2657	−0·05503	+ 6·8213
	„	15	−0·1662	+0·1258	−0·4858	−2·2405	−0·05547	+ 6·7305
	„	25	−0·1583	+0·1136	−0·4240	−2·2147	−0·05593	+ 6·6402
	Nov.	4	−0·1506	+0·1022	−0·3648	−2·1885	−0·05641	+ 6·5505
	„	14	−0·1432	+0·0915	−0·3081	−2·1620	−0·05691	+ 6·4613
	„	24	−0·1360	+0·0815	−0·2537	−2·1353	−0·05743	+ 6·3725
	Dec.	4	−0·1291	+0·0722	−0·2017	−2·1084	−0·05797	+ 6·2842
	* „	14	−0·1226	+0·0636	−0·1518	−2·0824	−0·05858	+ 6·1946
	„	24	−0·1163	+0·0556	−0·1046	−2·0555	−0·05916	+ 6·1071
1862	Jän.	3	−0·1103	+0·0482	−0·0597	−2·0287	−0·05977	+ 6·0199
	„	13	−0·1046	+0·0414	−0·0170	−2·0020	−0·06039	+ 5·9330
	„	23	−0·0992	+0·0351	+0·0236	−1·9755	−0·06104	+ 5·8464
	Febr.	2	−0·0941	+0·0293	+0·0621	−1·9493	−0·06171	+ 5·7600
	„	12	−0·0894	+0·0240	+0·0985	−1·9234	−0·06241	+ 5·6738
	„	22	−0·0849	+0·0191	+0·1329	−1·8980	−0·06313	+ 5·5877
	März	4	−0·0808	+0·0147	+0·1653	−1·8730	−0·06387	+ 5·5018
	„	14	−0·0770	+0·0106	+0·1958	−1·8486	−0·06464	+ 5·4160
	„	24	−0·0736	+0·0069	+0·2243	−1·8249	−0·06544	+ 5·3303

Digitized by Google

Datum			10 $di:dt$	10 $d\Omega:dt$	10 $d\varphi:dt$	10 $d\pi:dt$	100 $d\mu:dt$	10 $dL:dt$
1862	April	3	−0″0705	+0″0034	+0″2509	−1″8019	−0″06627	+5″2447
	„	13	−0·0677	+0·0002	+0·2757	−1·7798	−0·06713	+5·1590
	„	23	−0·0653	−0·0028	+0·2986	−1·7586	−0·06802	+5·0733
	Mai	3	−0·0633	−0·0057	+0·3197	−1·7383	−0·06895	+4·9874
	„	13	−0·0617	−0·0085	+0·3391	−1·7191	−0·06992	+4·9014
	„	23	−0·0604	−0·0112	+0·3566	−1·7011	−0·07093	+4·8152
	Juni	2	−0·0596	−0·0140	+0·3724	−1·6844	−0·07198	+4·7288
	„	12	−0·0591	−0·0168	+0·3864	−1·6691	−0·07307	+4·6420
	„	22	−0·0590	−0·0198	+0·3988	−1·6552	−0·07420	+4·5548
	Juli	2	−0·0593	−0·0230	+0·4096	−1·6428	−0·07538	+4·4671
	„	12	−0·0600	−0·0265	+0·4189	−1·6320	−0·07661	+4·3789
	„	22	−0·0610	−0·0302	+0·4268	−1·6228	−0·07789	+4·2901
	Aug.	1	−0·0624	−0·0344	+0·4333	−1·6153	−0·07922	+4·2006
*	„	11	−0·0640	−0·0390	+0·4392	−1·6092	−0·08062	+4·1089
	„	21	−0·0662	−0·0442	+0·4425	−1·6059	−0·08208	+4·0173
	„	31	−0·0689	−0·0500	+0·4446	−1·6046	−0·08360	+3·9251
	Sept.	10	−0·0718	−0·0565	+0·4457	−1·6055	−0·08518	+3·8316
	„	20	−0·0751	−0·0638	+0·4453	−1·6087	−0·08683	+3·7369
	„	30	−0·0788	−0·0720	+0·4439	−1·6141	−0·08855	+3·6408
	Oct.	10	−0·0828	−0·0812	+0·4413	−1·6221	−0·09035	+3·5432
	„	20	−0·0873	−0·0914	+0·4375	−1·6330	−0·09224	+3·4437
	„	30	−0·0921	−0·1029	+0·4328	−1·6467	−0·09422	+3·3423
	Nov.	9	−0·0972	−0·1156	+0·4272	−1·6631	−0·09627	+3·2390
	„	19	−0·1025	−0·1298	+0·4209	−1·6824	−0·09842	+3·1335
	„	29	−0·1082	−0·1455	+0·4138	−1·7050	−0·10067	+3·0254
	Dec.	9	−0·1142	−0·1629	+0·4060	−1·7307	−0·10302	+2·9147
	„	19	−0·1204	−0·1819	+0·3979	−1·7592	−0·10545	+2·8011
	„	29	−0·1269	−0·2027	+0·3894	−1·7910	−0·10799	+2·6844
1863	Jän.	8	−0·1336	−0·2257	+0·3805	−1·8264	−0·11063	+2·5643
	„	18	−0·1404	−0 2508	+0·3713	−1·8653	−0·11338	+2·4405
	„	28	−0·1474	−0·2782	+0·3621	−1·9074	−0·11623	+2·3127
	Febr.	7	−0·1544	−0·3079	+0·3532	−1·9533	−0·11919	+2·1800
	„	17	−0·1614	−0·3401	+0·3443	−2·0021	−0·12223	+2·0435
	„	27	−0·1684	−0·3749	+0·3359	−2·0540	−0·12535	+1·9023
	März	9	−0·1753	−0·4124	+0·3282	−2·1089	−0·12855	+1·7561
	„	19	−0·1819	−0·4527	+0·3213	−2·1662	−0·13180	+1·6047
	„	29	−0·1883	−0·4957	+0·3154	−2·2256	−0·13507	+1·4478
	April	8	−0·1942	−0·5415	+0·3105	−2·2865	−0·13832	+1·2853
	„	18	−0·1996	−0·5904	+0·3067	−2·3489	−0·14154	+1·1167
	„	28	−0·2043	−0·6419	+0·3042	−2·4111	−0·14466	+0·9424
	Mai	8	−0·2080	−0·6959	+0·3034	−2·4718	−0·14755	+0·7623
	„	18	−0·2108	−0·7519	+0·3038	−2·5293	−0·15018	+0·5769
	„	28	−0·2123	−0·8100	+0·3055	−2·5824	−0·15238	+0·3859
	Juni	7	−0·2122	−0·8690	+0·3079	−2·6288	−0·15403	+0·1911
	„	17	−0·2104	−0·9274	+0·3107	−2·6649	−0·15490	−0·0052
	„	27	−0·2064	−0·9871	+0·3132	−2·6871	−0·15471	−0·2016
	Juli	7	−0·1998	−1·0425	+0·3139	−2·6894	−0·15309	−0·3956
	„	17	−0·1906	−1·0932	+0·3113	−2·6684	−0·14971	−0·5841
	„	27	−0·1785	−1·1381	+0·3017	−2·6213	−0·14415	−0·7640
	Aug.	6	−0·1633	−1·1741	+0·2816	−2·5395	−0·13570	−0 9279
*	„	16	−0·1446	−1.1975	+0·2464	−2·4142	−0·12369	−1·0673
	„	26	−0·1220	−1·1970	+0·1912	−2·2382	−0·10716	−1·1739

Digitized by Google

Datum	10 $di:dt$	10 $d\Omega:dt$	10 $d\varphi:dt$	10 $d\pi:dt$	100 $d\mu:dt$	10 $dL:dt$
1863 Sept. 5	−0″0965	−1″1756	+0″1065	−2″0096	−0″08550	−1″2380
„ 15	−0·0684	−1·1251	−0·0150	−1·7258	−0·05797	−1·2484
„ 25	−0·0389	−1·0412	−0·1800	−1·3935	−0·02426	−1·1970
Oct. 5	−0·0100	−0·9208	−0·3902	−1·0283	+0·01498	−1·0777
„ 15	+0·0158	−0·7650	−0·6356	−0·6622	+0·05737	−0·8943
„ 25	+0·0352	−0·5816	−0·8834	−0·3397	+0·09772	−0·6615
Nov. 4	+0·0454	−0·3885	−1·0687	−0·1091	+0·12717	−0·4095
„ 14	+0·0446	−0·2107	−1·1026	+0·0105	+0·13478	−0·1734
„ 24	+0·0339	−0·0773	−0·9244	+0·0586	+0·11378	+0·0185
Dec. 4	+0·0173	−0·0069	−0·5694	+0·1166	+0·06935	+0·1575
„ 14	0·0000	0·0000	−0·1612	+0·2339	+0·01703	+0·2446
„ 24	−0·0144	−0·0414	+0·1910	+0·3976	−0·02945	+0·2825
1864 Jän. 3	−0·0242	−0·1159	+0·4442	+0·5671	−0·06425	+0·2747
„ 13	−0·0296	−0·2062	+0·6078	+0·7156	−0·08797	+0·2292
„ 23	−0·0309	−0·3036	+0·7057	+0·8327	−0·10317	+0·1552
Febr. 2	−0·0292	−0·4020	+0·7583	+0·9194	−0·11243	+0·0615
„ 12	−0·0249	−0·4985	+0·7881	+0·9810	−0·11773	−0·0451
„ 22	−0·0187	−0·5909	+0·7997	+1·0228	−0·12045	−0·1598
März 3	−0·0111	−0·6785	+0·8017	+1·0499	−0·12143	−0·2787
* „ 13	−0·0023	−0·7608	+0·7982	+1·0665	−0·12130	−0·3995
„ 23	+0·0073	−0·8380	+0·7921	+1·0755	−0·12045	−0·5211
April 2	+0·0174	−0·9100	+0·7843	+1·0795	−0·11916	−0·6419
„ 12	+0·0280	−0·9768	+0·7761	+1·0801	−0·11758	−0·7611
„ 22	+0·0390	−1·0386	+0·7679	+1·0787	−0·11581	−0·8784
Mai 2	+0·0501	−1·0957	+0·7600	+1·0763	−0·11396	−0·9935
„ 12	+0·0614	−1·1484	+0·7524	+1·0735	−0·11207	−1·1064
„ 22	+0·0727	−1·1968	+0·7451	+1·0708	−0·11017	−1·2168
Juni 1	+0·0839	−1·2411	+0·7380	+1·0687	−0·10827	−1·3248
„ 11	+0·0950	−1·2815	+0·7312	+1·0674	−0·10641	−1·4303
„ 21	+0·1060	−1·3182	+0·7247	+1·0671	−0·10460	−1·5335
* Juli 1	+0·1168	−1·3514	+0·7182	+1·0679	−0·10283	−1·6343
„ 11	+0·1276	−1·3813	+0·7115	+1·0699	−0·10111	−1·7328
„ 21	+0·1380	−1·4079	+0·7046	+1·0731	−0·09945	−1·8291
„ 31	+0·1482	−1·4315	+0·6975	+1·0775	−0·09783	−1·9232
Aug. 10	+0·1581	−1·4521	+0·6901	+1·0831	−0·09626	−2·0152
„ 20	+0·1677	−1·4700	+0·6823	+1·0898	−0·09474	−2·1053
„ 30	+0·1770	−1·4852	+0·6740	+1·0977	−0·09327	−2·1934
Sept. 9	+0·1860	−1·4979	+0·6652	+1·1067	−0·09184	−2·2797
„ 19	+0·1948	−1·5081	+0·6558	+1·1168	−0·09045	−2·3641
„ 29	+0·2032	−1·5160	+0·6458	+1·1278	−0·08910	−2·4467
Oct. 9	+0·2112	−1·5217	+0·6351	+1·1398	−0·08779	−2·5276
„ 19	+0·2189	−1·5252	+0·6236	+1·1526	−0·08652	−2·6070
„ 29	+0·2263	−1·5266	+0·6115	+1·1662	−0·08528	−2·6847
Nov. 8	+0·2333	−1·5261	+0·5986	+1·1805	−0·08407	−2·7607
„ 18	+0·2399	−1·5236	+0·5849	+1·1954	−0·08289	−2·8352
„ 28	+0·2461	−1·5193	+0·5703	+1·2109	−0·08173	−2·9082
Dec. 8	+0·2520	−1·5132	+0·5550	+1·2270	−0·08060	−2·9797
„ 18	+0·2575	−1·5054	+0·5388	+1·2435	−0·07949	−3·0497
„ 28	+0·2626	−1·4960	+0·5218	+1·2605	−0·07841	−3·1183
1865 Jän. 7	+0·2674	−1·4852	+0·5039	+1·2778	−0·07735	−3·1856
„ 17	+0·2718	−1·4729	+0·4851	+1·2955	−0·07631	−3·2515
* Äquinoct.	+0·0081	−0·0043	0·0000	+0·0008	0·00000	+0·0008

Digitized by Google

Datum			$10\,di:dt$	$10\,d\Omega:dt$	$10\,d\varphi:dt$	$10\,d\pi:dt$	$100\,d\mu:dt$	$10\,dL:dt$
1865	Jän.	27	+0·2757	−1·4586	+0·4657	+1·3130	−0·07528	−3·3166
	Febr.	6	+0·2792	−1·4435	+0·4451	+1·3310	−0·07428	−3·3798
	„	16	+0·2824	−1·4271	+0·4237	+1·3491	−0·07329	−3·4416
	„	26	+0·2852	−1·4094	+0·4014	+1·3672	−0·07232	−3·5021
	März	8	+0·2876	−1·3906	+0·3783	+1·3854	−0·07136	−3·5614
	„	18	+0·2896	−1·3707	+0·3543	+1·4035	−0·07041	−3·6193
	„	28	+0·2912	−1·3497	+0·3294	+1·4215	−0·06948	−3·6760
	April	7	+0·2924	−1·3277	+0·3037	+1·4394	−0·06855	−3·7314
	„	17	+0·2933	−1·3047	+0·2772	+1·4571	−0·06764	−3·7856
	„	27	+0·2937	−1·2808	+0·2498	+1·4745	−0·06674	−3·8385
	Mai	7	+0·2938	−1·2560	+0·2216	+1·4917	−0·06585	−3·8902
	„	17	+0·2934	−1·2304	+0·1926	+1·5086	−0·06498	−3·9406
	„	27	+0·2927	−1·2041	+0·1627	+1·5251	−0·06411	−3·9897
	Juni	6	+0·2916	−1·1770	+0·1321	+1·5412	−0·06325	−4·0376
	„	16	+0·2902	−1·1493	+0·1007	+1·5568	−0·06239	−4·0842
	„	26	+0·2884	−1·1210	+0·0685	+1·5719	−0·06155	−4·1296
	Juli	6	+0·2862	−1·0920	+0·0356	+1·5865	−0·06071	−4·1737
	„	16	+0·2836	−1·0624	+0·0020	+1·6006	−0·05988	−4·2167
	„	26	+0·2806	−1·0324	−0·0323	+1·6141	−0·05906	−4·2584
	Aug.	5	+0·2773	−1·0020	−0·0673	+1·6270	−0·05824	−4·2989
	„	15	+0·2736	−0·9712	−0·1030	+1·6392	−0·05743	−4·3381
	„	25	+0·2696	−0·9400	−0·1393	+1·6507	−0·05663	−4·3762
	Sept.	4	+0·2652	−0·9084	−0·1763	+1·6614	−0·05583	−4·4130
	„	14	+0·2605	−0·8765	−0·2139	+1·6714	−0·05504	−4·4485
	„	24	+0·2554	−0·8444	−0·2521	+1·6805	−0·05425	−4·4828
	Oct.	4	+0·2500	−0·8121	−0·2908	+1·6888	−0·05347	−4·5158
	„	14	+0·2442	−0·7796	−0·3301	+1·6963	−0·05269	−4·5475
	„	24	+0·2381	−0·7470	−0·3699	+1·7029	−0·05192	−4·5778
	* Nov.	3	+0·2317	−0·7137	−0·4098	+1·7092	−0·05119	−4·6067
	„	13	+0·2250	−0·6809	−0·4505	+1·7140	−0·05043	−4·6346
	„	23	+0·2179	−0·6481	−0·4917	+1·7179	−0·04968	−4·6613
	Dec.	3	+0·2105	−0·6153	−0·5333	+1·7209	−0·04893	−4·6867
	„	13	+0·2028	−0·5826	−0·5754	+1·7229	−0·04819	−4·7108
	„	23	+0·1948	−0·5500	−0·6178	+1·7238	−0·04746	−4·7336
1866	Jän.	2	+0·1866	−0·5175	−0·6606	+1·7237	−0·04673	−4·7551
	„	12	+0·1780	−0·4852	−0·7037	+1·7225	−0·04601	−4·7753
	„	22	+0·1692	−0·4530	−0·7472	+1·7203	−0·04530	−4·7942
	Febr.	1	+0·1601	−0·4211	−0·7909	+1·7170	−0·04459	−4·8118
	„	11	+0·1507	−0·3895	−0·8349	+1·7125	−0·04389	−4·8281
	„	21	+0·1411	−0·3581	−0·8791	+1·7069	−0·04319	−4·8431
	März	3	+0·1312	−0·3271	−0·9234	+1·7001	−0·04250	−4·8568
	„	13	+0·1211	−0·2964	−0·9679	+1·6922	−0·04182	−4·8693
	„	23	+0·1108	−0·2662	−1·0126	+1·6831	−0·04115	−4·8805
	April	2	+0·1002	−0·2364	−1·0574	+1·6729	−0·04048	−4·8904
	„	12	+0·0894	−0·2070	−1·1022	+1·6614	−0·03982	−4·8989
	„	22	+0·0784	−0·1781	−1·1470	+1·6487	−0·03917	−4·9059
	Mai	2	+0·0672	−0·1498	−1·1919	+1·6348	−0·03852	−4·9116
	„	12	+0·0558	−0·1220	−1·2368	+1·6197	−0·03788	−4·9160
	„	22	+0·0442	−0·0948	−1·2816	+1·6034	−0·03725	−4·9191

Digitized by Google

Datum	10 $di:dt$	10 $d\Omega:dt$	10 $d\varphi:dt$	10 $d\pi:dt$	100 $d\mu:dt$	10 $dL:dt$
1866 Juni 1	+0″0324	−0″0682	−1″3264	+1″5859	−0″03663	−4″9210
„ 11	+0·0205	−0·0422	−1·3710	+1·5671	−0·03602	−4·9216
* „ 21	+0·0084	−0·0169	−1·4155	+1·5471	−0·03542	−4·9209
Juli 1	−0·0039	+0·0076	−1·4596	+1·5267	−0·03487	−4·9188
„ 11	−0·0162	+0·0315	−1·5037	+1·5041	−0·03429	−4·9155
„ 21	−0·0287	+0·0546	−1·5475	+1·4803	−0·03372	−4·9108
„ 31	−0·0413	+0·0770	−1·5910	+1·4552	−0·03316	−4·9048
Aug. 10	−0·0540	+0·0985	−1·6342	+1·4289	−0·03260	−4·8974
„ 20	−0·0668	+0·1192	−1·6771	+1·4012	−0·03206	−4·8886
„ 30	−0·0796	+0·1390	−1·7196	+1·3723	−0·03153	−4·8785
Sept. 9	−0·0926	+0·1580	−1·7617	+1·3421	−0·03101	−4·8671
„ 19	−0·1056	+0·1761	−1·8033	+1·3107	−0·03051	−4·8545
„ 29	−0·1186	+0·1933	−1·8445	+1·2780	−0·03002	−4·8407
Oct. 9	−0·1317	+0·2096	−1·8851	+1·2441	−0·02954	−4·8257
„ 19	−0·1448	+0·2243	−1·9252	+1·2090	−0·02907	−4·8094
„ 29	−0·1580	+0·2393	−1·9647	+1·1727	−0·02862	−4·7918
Nov. 8	−0·1712	+0·2527	−2·0035	+1·1352	−0·02818	−4·7729
„ 18	−0·1843	+0·2651	−2·0417	+1·0964	−0·02775	−4·7528
„ 28	−0·1974	+0·2765	−2·0792	+1·0565	−0·02733	−4·7315
Dec. 8	−0·2105	+0·2868	−2·1160	+1·0154	−0·02694	−4·7089
„ 18	−0·2235	+0·2961	−2·1520	+0·9731	−0·02656	−4·6852
„ 28	−0·2365	+0·3043	−2·1872	+0·9297	−0·02619	−4·6603
1867 Jän. 7	−0·2493	+0·3114	−2·2216	+0·8852	−0·02584	−4·6342
„ 17	−0·2621	+0·3175	−2·2550	+0·8395	−0·02550	−4·6070
„ 27	−0·2747	+0·3225	−2·2875	+0·7928	−0·02518	−4·5786
Febr. 6	−0·2873	+0·3264	−2·3191	+0·7450	−0·02488	−4·5491
„ 16	−0·2997	+0·3292	−2·3497	+0·6962	−0·02460	−4·5183
* „ 26	−0·3120	+0·3308	−2·3793	+0·6475	−0·02436	−4·4863
März 7	−0·3241	+0·3313	−2·4078	+0·5967	−0·02412	−4·4535
„ 17	−0·3361	+0·3308	−2·4352	+0·5449	−0·02389	−4·4196
„ 27	−0·3479	+0·3291	−2·4615	+0·4922	−0·02368	−4·3847
April 7	−0·3596	+0·3264	−2·4866	+0·4386	−0·02349	−4·3487
„ 17	−0·3711	+0·3225	−2·5105	+0·3841	−0·02332	−4·3118
„ 27	−0·3823	+0·3175	−2·5332	+0·3288	−0·02317	−4·2739
Mai 7	−0·3933	+0·3114	−2·5546	+0·2727	−0·02303	−4·2350
„ 17	−0·4040	+0·3042	−2·5747	+0·2159	−0·02292	−4·1953
„ 27	−0·4145	+0·2959	−2·5935	+0·1583	−0·02283	−4·1547
Juni 6	−0·4247	+0·2866	−2·6109	+0·1001	−0·02277	−4·1133
„ 16	−0·4346	+0·2761	−2·6269	+0·0412	−0·02273	−4·0710
„ 26	−0·4442	+0·2645	−2·6414	−0·0183	−0·02270	−4·0279
Juli 6	−0·4535	+0·2519	−2·6544	−0·0784	−0·02270	−3·9840
„ 16	−0·4625	+0·2382	−2·6660	−0·1389	−0·02271	−3·9393
„ 26	−0·4711	+0·2235	−2·6760	−0·1999	−0·02275	−3·8939
Aug. 5	−0·4794	+0·2078	−2·6844	−0·2612	−0·02282	−3·8478
„ 15	−0·4873	+0·1911	−2·6913	−0·3229	−0·02291	−3·8011
„ 25	−0·4949	+0·1735	−2·6965	−0·3849	−0·02303	−3·7538
Sept. 4	−0·5021	+0·1549	−2·7000	−0·4471	−0·02317	−3·7059
„ 14	−0·5089	+0·1354	−2·7019	−0·5094	−0·02334	−3·6575
„ 24	−0·5153	+0·1150	−2·7021	−0·5719	−0·02353	−3·6085
Oct. 4	−0·5212	+0·0937	−2·7005	−0·6344	−0·02374	−3·5591
* „ 14	−0·5267	+0·0716	−2·6972	−0·6969	−0·02398	−3·5092
„ 24	−0·5313	+0·0486	−2·6923	−0·7590	−0·02428	−3·4590

Digitized by Google

Datum			10 $di:dt$	10 $d\Omega:dt$	10 $d\varphi:dt$	10 $d\pi:dt$	100 $d\mu:dt$	10 $dL:dt$
1867	Nov.	4	−0·5359	+0·0249	−2·6852	−0·8214	−0·02456	−3·4083
	„	14	−0·5401	+0·0004	−2·6764	−0·8835	−0·02487	−3·3574
	„	24	−0·5437	−0·0248	−2·6658	−0·9453	−0·02521	−3·3064
	Dec.	3	−0·5469	−0·0506	−2·6534	−1·0067	−0·02558	−3·2553
	„	13	−0·5495	−0·0770	−2·6391	−1·0676	−0·02597	−3·2038
	„	23	−0·5517	−0·1040	−2·6228	−1·1280	−0·02638	−3·1521
1868	Jän.	2	−0·5534	−0·1315	−2·6045	−1·1879	−0·02682	−3·1004
	„	12	−0·5545	−0·1595	−2·5843	−1·2470	−0·02728	−3·0486
	„	22	−0·5551	−0·1880	−2·5620	−1·3052	−0·02776	−2·9967
	Febr.	1	−0·5551	−0·2169	−2·5378	−1·3626	−0·02827	−2·9449
	„	11	−0·5546	−0·2461	−2·5117	−1·4191	−0·02880	−2·8932
	„	21	−0·5535	−0·2755	−2·4836	−1·4746	−0·02936	−2·8416
	März	2	−0·5519	−0·3052	−2·4536	−1·5287	−0·02993	−2·7905
	„	12	−0·5498	−0·3350	−2·4216	−1·5815	−0·03052	−2·7396
	„	22	−0·5470	−0·3649	−2·3875	−1·6331	−0·03114	−2·6889
	April	1	−0·5437	−0·3949	−2·3514	−1·6832	−0·03177	−2·6385
	„	11	−0·5397	−0·4249	−2·3134	−1·7316	−0·03242	−2·5885
*	„	21	−0·5350	−0·4547	−2·2737	−1·7787	−0·03308	−2·5395
	Mai	1	−0·5299	−0·4844	−2·2317	−1·8236	−0·03376	−2·4905
	„	11	−0·5243	−0·5138	−2·1879	−1·8665	−0·03444	−2·4421
	„	21	−0·5181	−0·5429	−2·1423	−1·9072	−0·03513	−2·3944
	„	31	−0·5113	−0·5717	−2·0949	−1·9458	−0·03582	−2·3475
	Juni	10	−0·5039	−0·6000	−2·0456	−1·9821	−0·03652	−2·3010
	„	20	−0·4960	−0·6277	−1·9944	−2·0160	−0·03723	−2·2552
	„	30	−0·4875	−0·6549	−1·9414	−2·0470	−0·03792	−2·2101
	Juli	10	−0·4783	−0·6813	−1·8868	−2·0752	−0·03861	−2·1658
	„	20	−0·4686	−0·7069	−1·8305	−2·1004	−0·03928	−2·1223
	„	30	−0·4584	−0·7316	−1·7727	−2·1226	−0·03994	−2·0797
	Aug.	9	−0·4476	−0·7554	−1·7134	−2·1415	−0·04057	−2·0381
	„	19	−0·4363	−0·7781	−1·6527	−2·1570	−0·04116	−1·9975
	„	29	−0·4245	−0·7997	−1·5907	−2·1689	−0·04171	−1·9578
	Sept.	8	−0·4121	−0·8200	−1·5274	−2·1770	−0·04222	−1·9189
	„	18	−0·3992	−0·8390	−1·4631	−2·1810	−0·04267	−1·8810
	„	28	−0·3859	−0·8566	−1·3978	−2·1808	−0·04305	−1·8439
	Oct.	8	−0·3720	−0·8726	−1·3317	−2·1762	−0·04335	−1·8076
	„	18	−0·3577	−0·8870	−1·2649	−2·1669	−0·04354	−1·7721
	„	28	−0·3430	−0·8996	−1·1978	−2·1527	−0·04362	−1·7374
*	Nov.	7	−0·3276	−0·9104	−1·1303	−2·1343	−0·04360	−1·7032
	„	17	−0·3120	−0·9193	−1·0630	−2·1095	−0·04339	−1·6697
	„	27	−0·2960	−0·9261	−0·9960	−2·0791	−0·04299	−1·6366
	Dec.	7	−0·2796	−0·9306	−0·9296	−2·0428	−0·04238	−1·6037
	„	17	−0·2629	−0·9328	−0·8642	−2·0001	−0·04152	1·5707
	„	27	−0·2459	−0·9325	−0·8002	−1·9507	−0·04038	−1·5375
1869	Jän.	6	−0·2285	−0·9295	−0·7381	−1·8941	−0·03888	−1·5035
	„	16	−0·2108	−0·9236	−0·6784	−1·8299	−0·03698	−1·4683
	„	26	−0·1929	−0·9146	−0·6219	−1·7575	−0·03460	−1·4313
	Febr.	5	−0·1748	−0·9023	−0·5694	−1·6766	−0·03168	−1·3923
	„	15	−0·1564	−0·8863	−0·5220	−1·5864	−0·02807	−1·3502
	„	25	−0·1378	−0·8663	−0·4808	−1·4864	−0·02367	−1·3043
*	März	7	−0·1190	−0·8418	−0·4472	−1·3754	−0·01830	−1·2530
	„	17	−0·1002	−0·8124	−0·4236	−1·2537	−0·01178	−1·1958
	„	27	−0·5313	−0·7774	−0·4122	−1·1203	−0·00386	−1·1308

Digitized by Google

Datum		10 $di:dt$	10 $d\Omega:dt$	10 $d\varphi:dt$	10 $d\pi:dt$	100 $d\mu:dt$	10 $dL:dt$
1869 April	6	−0·0627	−0·7359	−0·4162	−0·9750	+0·00577	−1·0564
„	16	−0·0441	−0·6869	−0·4387	−0·8186	+0·01742	−0·9706
„	26	−0·0261	−0·6296	−0·4844	−0·6528	+0·03147	−0·8718
Mai	6	−0·0088	−0·5626	−0·5573	−0·4819	+0·04821	−0·7584
„	16	+0·0070	−0·4845	−0·6590	−0·3143	+0·06757	−0·6295
„	26	+0·0206	−0·3951	−0·7846	−0·1639	+0·08863	−0·4866
Juni	5	+0·0308	−0·2955	−0·9139	−0·0496	+0·10860	−0·3341
„	15	+0·0358	−0·1907	−0·9993	+0·0145	+0·12156	−0·1788
„	25	+0·0340	−0·0924	−0·9714	+0·0396	+0·11912	−0·0264
Juli	5	+0·0247	−0·0190	−0·7758	+0·0794	+0·09479	+0·1219
„	15	+0·0088	+0·0081	−0·4283	+0·2028	+0·05008	+0·2642
„	25	−0·0112	−0·0289	−0·0029	+0·4417	−0·00648	+0·3897
Aug.	4	−0·0322	−0·1403	+0·4249	+0·7787	−0·06582	+0·4792
„	14	−0·0514	−0·3313	+0·8143	+1·1759	−0·12267	+0·5149
„	24	−0·0665	−0·6039	+1·1545	+1·6041	−0·17505	+0·4852
Sept.	3	−0·0755	−0·9597	+1·4490	+2·0390	−0·22282	+0·3837
„	13	−0·0768	−1·3997	+1·7054	+2·4690	−0·26635	+0·2079

Was nun die oben in der Zeile „Äquinoct.“ aufgenommenen Werthe anlangt, so sind dieselben in der folgenden Weise erhalten worden. Bezeichnet man mit $\Delta\Omega$ und Δi die von der Osculationsepoche bis zum Wechsel der Äquinoctien angewachsenen Störungen im Knoten und in der Neigung, und berechnet sich π und Π nach den Ausdrücken

$$\pi = (0\text{·}4795)\,(t_1 - t_0)$$
$$\Pi = 173°0' + 32\text{·}8\,(t_0 - 1850) - 8\text{·}7\,(t_1 - t_0)$$

in welchen t_0 die Epoche des vorangehenden, t_1 die des nachfolgenden Äquinoctium in der Jahreszahl vorstellt, so sind mit genügender Annäherung die wegen der Präcession erforderlichen Correctionen im Knoten ($\partial\Omega$) in der Neigung (∂i) und in der Länge des Perihels ($\partial\pi$)

$$\partial\Omega = \operatorname{cotg} i \cos(\Omega - \Pi)\,\pi \sin 1''\,\Delta\Omega - \frac{\sin(\Omega - \Pi)}{\sin^2 i}\,\pi \sin 1''\,\Delta i$$
$$\partial i = \sin(\Omega - \Pi)\,\pi \sin 1''\,\Delta\Omega$$
$$\partial\pi = -\operatorname{tg} {}^1/_2 i \cos(\Omega - \Pi)\,\pi \sin 1''\,\Delta\Omega - \frac{\sin(\Omega - \Pi)}{2\cos^2 \frac{1}{2} i}\,\pi \sin 1''\,\Delta i$$

Integrirt man nun die obigen Werthe zwischen den Grenzen 1858 Mai 2·0739 und 1869 Juni 29·9785, so erhält man die

Digitized by Google

weiter unten folgenden Störungswerthe durch Jupiter, unter welche ich überdiess die nach meiner oben Eingangs citirten ersten Abhandlung über diesen Kometen folgenden Saturnstörungen angesetzt habe. Die Störungswerthe selbst sind:

	Δi	$\Delta \Omega$	$\Delta \varphi$	$\Delta \pi$
Jupiter	+11"28	−7'50"22	−15'20"03	+7'19"44
Saturn	+0·66	−9·00	−2·13	−17·37

	ΔM	$\Delta \mu$	Masse
Jupiter	−3°21'7"294	−4"07787	1:1049
Saturn	−13·290	−0·00660	1:3501·6

IV. Verbindung der beiden Erscheinungen in den Jahren 1858 und 1869.

Bei der Verbindung der beiden Erscheinungen in den Jahren 1858 und 1869 wird die grösste Strenge nicht erforderlich sein, indem die vernachlässigten Störungen der übrigen Planeten, wenn auch an sich nicht sehr bedeutend, doch immerhin von merkbarem Einfluss sein werden; trotzdem habe ich die Bahn so genau, als es das vorhandene Material gestattet, abgeleitet, und nur die geringen Störungen innerhalb einer Erscheinung selbst übergangen. Der Rechnung selbst legte ich die folgenden Elemente zu Grunde.

Epoche = 1858. Mai 1·0 mittl. Berl. Zeit.
mittl. Äquinoctium 1858·0
Osculation = 1858 Mai 2·07389

$$M = 359°48'34"06$$
$$\pi = 275\ 38\ 45·00$$
$$\Omega = 113\ 31\ 57·70$$
$$i = 10\ 48\ 6·30$$
$$\varphi = 49\ 0\ 42·70$$
$$\mu = 638"7396324$$

mit Rücksicht auf die obigen Störungswerthe erhält man aus diesen Elementen auch die folgenden Werthe:

Digitized by Google

Epoche = 1869, Juni 30·0 mittl. Berl. Zeit.
mittl. Äquinoctium: 1869·0

Osculation = 1869 Juni 29·97855

$M = 0° \; 0' 13"61$
$\pi = 275 \; 55 \; 0·11$
$\Omega = 113 \; 32 \; 47·27$
$i = 10 \; 48 \; 15·57$
$\varphi = 48 \; 45 \; 20·54$
$\mu = 638"6551624$

Die obigen Normalorte mit Ausschluss des ersten aus der Erscheinung 1869, weil derselbe auf nur wenigen sehr schlecht übereinstimmenden Beobachtungen beruht, sind:

mittl. Berl. Zeit			α	δ	mittl. Äquinoctium
1858	März	17·0	274°19'31"1	− 2° 3'51"6	1858·0
	April	2·0	306 33 53·4	− 1 55 29·3	
	„	18·0	334 13 12·1	− 1 5 34·5	
	Juni	12·0	30 43 30·5	+ 5 54 14·2	
1869	Mai	15·0	146 43 17·1	+36 57 18·4	1869·0
	Juni	12·0	138 6 30·5	+36 52 46·0	
	Aug.	13·0	59 2 46·3	− 1 11 59·4	
	Sept.	9·0	49 26 7·7	− 9 19 43·8	
	Oct.	12·0	31 41 5·4	−13 57 59·2	

Vernachlässigt man nun die höchst unbedeutenden Störungen innerhalb einer Erscheinung selbst, so werden diese Normalorte nach einer sechsstelligen Rechnung durch die obigen Elemente wie folgt, dargestellt:

Datum			Beobachtung — Rechnung	
			$d\alpha \cos \delta$	$d\delta$
1858	März	17·0	− 2"2	+ 3"5
	April	2·0	− 4·6	+ 4·1
	„	18·0	+ 0·2	+ 1·0
	Juni	12·0	− 0·8	+ 2·5
1869	Mai	15·0	+27·7	+13·6
	Juni	12·0	+ 0·4	+19·4
	Aug.	13·0	+ 2·3	−11·7
	Sept.	9·0	+ 2·6	− 3·9
	Oct.	12·0	+ 6·7	− 2·0

Digitized by Google

Die Bedingungsgleichungen zwischen den Änderungen der Elemente und den obigen Normalorten fand ich, wie folgt, wobei alles logarithmisch angesetzt ist und die Änderungen von L' (Länge in der Bahn) π' (Länge des Perihels) ☊′ (Knoten) und i' (Neigung) sich auf den Äquator beziehen und die Ausgangsepoche auf 1858 Mai 1·0 angesetzt ist.

Rectascensionen.

$0\cdot9829 dL'$	$+1_n6924 d\mu$	$+0_n0575 d\varphi$	$+0_n9495 d\pi'$	$+9\cdot1787 \sin i' d$☊′	$+7\cdot4210 di'$	$= 0_n3421$
0·8578	2·1434	0·1457	0_n8400	9_n1450	8·4422	0_n6626
0·6117	2·2869	0·3608	0_n5920	9_n3445	9·2442	9·3009
0·1009	2·2338	0·3080	9_n8895	9·0387	9·3131	9_n9008
9_n8105	3_n4759	0_n6052	0·1810	9·2747	7_n7656	1·4429
1_n0819	4_n6947	0_n4802	1·0540	9·5746	9_n2534	9·6020
0_n5890	4_n1901	0·5642	0·6500	9·6710	9·7346	0·3616
0·2396	3·8786	0·7204	8_n5486	9·6781	9·4920	0·4092
0·6049	4·2281	0·7317	0_n2881	9·6319	8·8358	0·8258

Declinationen.

dL'	$d\mu$	$d\varphi$	$d\pi'$	$\sin i' d$☊′	di'	
0_n5724	2·2062	0·3175	0·4895	0·2905	8·2285	= 0·5441
0_n5356	2·1401	0·2509	0·4645	0·1967	9_n6838	0·6128
0_n3702	1·9733	0·0832	0·3119	9·9380	9_n8820	0·0000
8·6239	1·7599	9·8272	8·9912	9_n7315	9_n7183	0·3979
0·6126	4·2213	9_n9652	0_n5667	0·2573	8_n4937	1·1335
0·8396	4·4483	0_n1628	0_n7913	0·2138	0_n1339	1·2878
0·3638	3·9848	0·4465	0_n2000	0 2676	0 2058	1_n0682
0·5949	4·2130	0·5317	0_n4508	0_n3649	9_n9131	0_n5911
0·4663	4·0841	0·3917	0·3115	0_n3410	9_n2273	0·3010

Digitized by Google

Führt man nun, um die Rechnungen nach der Methode der kleinsten Quadrate möglichst bequem zu gestalten als Fehlereinheit den Werth ein, dessen Logarithmus gleich ist $= 1\cdot4429$ und als neue Unbekannte

$$
\begin{aligned}
a &= 1\cdot0819\,dL' \\
b &= 4\cdot6947\,d\mu \\
c &= 0\cdot7317\,d\varphi \\
d &= 1\cdot0540\,d\pi' \\
e &= 0\cdot3649\,d\Omega' \sin i' \\
f &= 0\cdot2058\,di'
\end{aligned}
$$

so erhält man als neue Bedingungsgleichungen:

Rectascensionen.

$9\cdot9010a$	$+6_n9977b$	$+9_n3258c$	$+9_n8955d$	$+8\cdot8138e$	$+7\cdot2160f$	$=8_n8992$
9·7759	7·4487	9·4140	9_n7860	8_n7801	8·2364	9_n2197
9·5298	7·5922	9·6291	9_n5380	8_n9796	9·0384	7·8580
9.0190	7·5391	9·5763	8_n8355	8·6738	9·1073	8_n4579
8_n7286	8_n7812	9_n8735	9·1270	8·9098	7_n5598	0·0000
0_n0000	0_n0000	9_n7485	0·0000	9·2097	9_n0476	8·1591
9_n5071	9_n4954	9·8325	9·5960	9·3061	9·5288	8·9187
9·1577	9·1839	9·9887	7_n4946	9·3132	9·2862	8·9663
9·5230	9·5334	0·0000	9_n2341	9·2170	8·6300	9·3829

Declinationen.

9_n4905	7·5115	9·5858	9·4355	9·9256	8·0227	9·1012
9_n4537	7·4454	9·5192	9·4105	9·8318	9_n4780	9·1699
9_n2883	7·2786	9·3515	9·2579	9·5731	9_n6762	8·5571
7·5420	7·0652	9·0955	7·9372	9_n3666	9_n5125	8·9550
9·5307	9·5266	9_n2335	9_n5127	9·8924	8_n2879	9·6906
9·7577	9·7536	9_n4311	9_n7373	9·8489	9_n9281	9·8449
9·2819	9·2901	9·7148	9_n1460	9_n9027	0_n0000	9_n6253
9·5130	9·5183	9·8000	9_n3968	0_n0000	9_n7073	9_n1482
9·3844	9·3894	9·6600	9_n2575	9_n9761	9_n0215	8_n8581

Gibt man allen diesen Bestimmungsgleichungen gleiches Gewicht, so erhält man die folgenden Bestimmungsgleichungen (logarithmisch):

$0\cdot50683a$	$+0\cdot27485b$	$+9\cdot98762c$	$+0_n48766d$	$+9_n85600e$	$+9_n77437f$	$=9\cdot23477$
	9·89182	9·72493	8·57749	9·37051	9_n67988	9·49290
		0·64006	9·46982	9_n91461	9·36586	0_n06502
			8·67669	8_n64444	8_n16435	9·24428
				0·67673	9·80044	0·22484
					0·32240	8_n47857

Digitized by Google

Hieraus findet sich

$$\log a = 0{\cdot}58890$$
$$\log b = 9{\cdot}61115$$
$$\log c = 9_n 67225$$
$$\log d = 0{\cdot}60434$$
$$\log e = 9{\cdot}55044$$
$$\log f = 8_n 15617$$

und die ursprüngliche Summe der Fehlerquadrate $[nn] = 2{\cdot}0892$ vermindert sich auf $[vv] = 0{\cdot}4051$. Berücksichtigt man die oben gewählte Fehlereinheit, so findet sich aus den obigen Zahlen

$$dL' = +\ 8''91$$
$$d\mu = +\ 0''0002287$$
$$d\varphi = -\ 2''42$$
$$d\pi' = +\ 9''84$$
$$d\Omega' = +11''64$$
$$di' = -\ 0''25$$

und die Übertragung auf die Ekliptik lässt finden

$$dL = +8''14$$
$$d\pi = +9{\cdot}07$$
$$d\Omega = +2''30$$
$$di = +4{\cdot}24$$

$d\varphi$ und $d\mu$ bleiben natürlich bei dieser Übertragung unverändert.

Es sind daher die verbesserten Elemente

☄ Winnecke.

Epoche = 1858 Mai 1·0 mittl. Berl. Zeit.
Osculation = 1858 Mai 2·07389 mittl. Berl. Zeit.

$$M = 359°48'33''13$$
$$\left.\begin{aligned}\pi &= 275\ 38\ 54{\cdot}1\\ \Omega &= 113\ 32\ \ 0{\cdot}0\\ i &= \ 10\ 48\ 10{\cdot}5\end{aligned}\right\}1858{\cdot}0$$
$$\varphi = 49\ \ 0\ 40{\cdot}3$$
$$\mu = 638''7398611$$
$$\log a = 0{\cdot}4964551$$
$$e = 0{\cdot}754838$$

Digitized by Google

Epoche = 1869, Juni 30·0 mittl. Berl. Zeit.
Osculation = 1869 Juni 29·97855 mittl. Berl. Zeit.

$$
\begin{aligned}
M &= 0^\circ\ 0'\,13''61 \\
\pi &= 275\ 55\ \ 9\cdot2 \\
\Omega &= 113\ 32\ 49\cdot6 \\
i &= 10\ 48\ 19\cdot8 \\
\varphi &= 48\ 45\ 18\cdot1 \\
\mu &= 634''6553911 \\
\log. a &= 0\cdot4983124 \\
e &= 0\cdot751898
\end{aligned}
$$

(π, Ω, i: 1869·0)

und die Darstellung der Orte zufolge sechsstelliger Rechnung

			$d\alpha$	$d\delta$
1858	März	17	−3"3	+3"6
	April	2	+2·5	+3·6
	„	18	+8·0	+0·9
	Juni	12	+1·5	+4·5
1869	Mai	15	+9·5	−2·3
	Juni	12	−1·8	−3·5
	Aug.	13	+1·9	−4·4
	Sept.	9	−5·2	+3·5
	Oct.	12	−5·0	+5·1

Der Anschluss der Elemente an diese Orte ist daher ziemlich befriedigend, wenn man die schlechte Definition des Kometen in Betracht zieht, doch glaube ich, dass einige Fehler grösser sind, als dass man dieselben ganz auf diese Ursache zurückführen dürfte; jedenfalls werden diese Elemente für die Aufsuchung des Kometen in der nächsten Erscheinung trotz der ungünstigen Sichtbarkeitsverhältnisse völlig ausreichen, und die Auffindung vielleicht ermöglichen, sofern die höchst beträchtlichen Jupiterstörungen mit genügender Strenge abgeleitet werden.

V. Ableitung der Ephemeriden für die Erscheinung 1875.

Da vielfache anderweitige Beschäftigungen mich fast fürchten lassen, dass ich bis zum Zeitpunkte des nächsten Perihels kaum Zeit gewinnen werde, die sehr starke störende Einwirkung des Jupiter mit völliger Schärfe zu berechnen, so habe ich mich vorerst begnügt, eine beiläufige Berechnung der Jupiter-

Digitized by Google

störungen auf Grundlage der von mir in der ersten Abhandlung auseinandergesetzten Methode zu erhalten, welche Methode allerdings in Anbetracht der Grösse der Störungen in diesem Falle nur eine rohe Annäherung gewähren kann.

Ich fand so:

mittl. Berl. Zeit			$di:dE$	$d\Omega:dE$	$d\varphi:dE$	$d\pi:dE$	$1000d\mu:dE$	$dM:dE$
1869	Juli	29·5	0'0	0'0	0'0	0'0	— 0'2	0'0
	Sept.	7·1	0·0	— 0·1	+ 0·1	+ 0·2	— 2·0	— 0·2
	Nov.	4·5	+ 0·1	— 0·6	+ 0·3	+ 0·5	— 5·3	— 1·1
1870	Jän.	27·7	+ 0·3	— 3·1	+ 0·7	+ 1·2	—11·9	— 4 4
	Mai	21·0	+ 2·1	—14·4	+ 1·6	+ 3·8	—28·1	—16·2
	Oct.	10·3	+13·2	—64·1	— 5·0	+17·5	—77·4	—56·6
1871	März	27·3	+13·1	—46·2	—28·3	+18·0	—67·1	—43·5
	Sept.	30·1	+ 1·4	— 3·5	—12·9	+ 1·5	—20·0	—31·3
1872	April	14·5	— 0·3	+ 0·5	— 5·5	— 1·4	— 9·6	—36·0
	Oct.	28·5	— 0.4	+ 0·4	— 2·7	— 1·8	— 6·7	—38·3
1873	Mai	3·3	— 0·3	+ 0·1	— 1·3	— 1·6	— 5·6	—37·5
	Oct.	18·3	— 0·2	— 0·1	— 0·7	— 1·3	— 5·0	—34·4
1874	März	9·6	— 0·2	— 0·3	— 0·4	— 1·1	— 4·3	—29·4
	Juni	30·9	— 0·1	— 0·3	— 0·2	— 0·7	— 2·8	—23·4
	Sept.	23·1	0·0	— 0·2	— 0·1	— 0·4	— 0·7	—17·1
	Nov.	20·5	0·0	— 0·1	— 0·1	0·0	+ 0·7	—11·8
	Dec.	30·0	0·0	0·0	0·0	0·0	+ 0·8	— 8·0
1875	Jän.	28·6	0·0	0·0	0·0	0·0	+ 0·2	— 6·8

Die Integration zwischen 1869 Juni 30·0 und 1875 Jän. 28·6 lässt daher finden

$$\Delta i = +28'5$$
$$\Delta\Omega = -2°12·0$$
$$\Delta\varphi = -54'5$$
$$\Delta\pi = +34'4$$
$$\Delta\mu = -14''72$$
$$\Delta M = -6°32'6$$

und mit Rücksicht auf die im vorigen Abschnitte bestimmten Elemente erhält man daher für die Herstellung der Ephemeride für die nächste Erscheinung

Perihel 1875 März 11·10 mittl. Berl. Zeit

$$\left.\begin{aligned}\pi &= 276°34'6\\ \Omega &= 111\ 25·6\\ i &= 11\ 16·8\end{aligned}\right\}\ 1875·0$$
$$\varphi = 47\ 50·8$$
$$\mu = 619''94$$

Digitized by Google

und damit die folgenden Angaben:

mittl. Berl. Zeit		α	δ	♉ im Merid.	Lichtstärke
1875 Jän.	0·0	15ʰ 11ᵐ5	— 8°42'	20ʰ5	0·20
„	10·0	15 52·8	—11 11	20·6	0·26
„	20·0	16 39·5	—13 26	20·7	0·35
„	30·0	17 31·1	—15 16	20·9	0·47
Febr.	9·0	18 26·9	—16 23	21·2	0·58
„	19·0	19 24·9	—16 34	21·5	0·67
März	1·0	20 22·6	—15 43	21·8	0·71
„	11·0	21 17·9	—14 1	22·1	0·69

Darnach sind die Sichtbarkeitsverhältnisse äusserst ungünstig, wiewohl die Störungen an sich die Umstände der Sichtbarkeit wesentlich gebessert haben; die Lichtstärken sind nach der Formel $\frac{1}{r^2\Delta^2}$ berechnet, und um ein Urtheil über diese Werthe zu haben, bemerke ich, dass der Komet die folgenden Lichtstärken für die Zeiten einiger der obigen Normalorte zeigte:

			Lichtstärke
1858	März	17	2·83
	Juni	12	0·57
1869	April	14	1·23
	Oct.	12	0·60.

Es sind daher die Hoffnungen für eine Wiederauffindung im Jahre 1875 ziemlich gering; am günstigsten wäre der Zeitraum zwischen 20. Jänner und 19. Februar; mit Rücksicht auf den Mond würde die Zeit um den 5. Februar die meiste Aussicht auf Erfolg versprechen. Um nun den Einfluss zu bestimmen, den eine geänderte Perihelzeit auf den Ort des Kometen nimmt, habe ich die unten angesetzten Zahlen abgeleitet, die so zu verstehen sind, dass eine Verspätung um einen Tag in der obigen Perihelzeit die angeführten Änderungen in den Ephemeridenorten bewirkt; ich glaube, dass diese Zeit durch die obigen Störungsrechnungen wohl auf zwei Tage genau bestimmt ist.

		$d\alpha$	$d\delta$
1875 Jän.	10·0	—2ᵐ7	+14'
„	20·0	—3·1	+13'
.	30·0	—3·4	+12'
Febr.	9·0	—3·5	+ 9'
„	19·0	—3·5	+ 5'
März	1·0	—3·4	+ 2'
„	11·0	—3·1	— 1'

Digitized by Google

Über den Einfluss des Leuchtgases auf die Vegetation.

Von **Jos. Boehm.**

Seit der Einführung der Gasbeleuchtung in grösseren Städten wurde die Frage über den Einfluss des Leuchtgases auf die Vegetation vielfach besprochen und in sehr verschiedenem Sinne beantwortet. So heisst es in dem von Herrn Regierungsrathe Prof. Dr. Ed. Fenzl gefertigten Commissionsberichte, „betreffend die Erhebung der Ursachen des Eingehens vieler Bäume in der Ringstrassen-Allee und die Mittel derselben zu begegnen", Seite 12: „Als ein weiteres, chemisch auf die Wurzeln der Bäume einwirkendes und das rasche Absterben derselben herbeiführendes Agens wird das Ausströmen von Leuchtgas aus den Röhren der Gasleitung von dem Herrn Stadtgärtner bezeichnet. Nachdem jedoch von Seite der competentesten Chemiker und Pflanzenphysiologen keinerlei positive und über allen Zweifel erhabene Aussprüche für die Schädlichkeit oder Unschädlichkeit dieses Gases auf die Vegetation der Wurzeln vorliegen und die vorangeführten Schädlichkeiten in ihrer Combination allein schon genügen, das häufige Absterben der Bäume auf der Ringstrasse zu erklären, so kann von diesem zur Zeit noch problematisch schädlich wirkenden Momente vorläufig abgesehen werden" [1].

Ebenso sprach sich die Commission von Sachverständigen, welche im Frühjahre 1869 seitens des Berliner Magistrates berufen wurde, um bei Gelegenheit der Entfernung zahlreicher abgestorbener Bäume „unter den Linden" die Ursache ihres frühzeitigen Erkrankens festzustellen und Mittel zur Abhilfe in Vorschlag zu bringen, dahin aus, dass an keinem der getödteten

---

[1] Ergebnisse der Enquête für die Ringstrassen-Alleen in Wien. Verlag des Gemeinderathes. 1872.

Digitized by Google

Bäume eine schädliche Einwirkung von Leuchtgas nachweisbar sei, ihr Absterben vielmehr in den schädlichen äusseren Verletzungen, der unausgesetzten Verunreinigung durch Urin und einigen anderen minder wesentlichen Ursachen seine genügende Erklärung finde. Directe Versuche jedoch, welche auf Vorschlag des Commissionsmitgliedes Kny im botanischen Garten in Berlin gemacht wurden, führten zur Überzeugung, dass durch längere Zeit andauerndes Ausströmen von Leuchtgas aus unterirdischen Röhren die in der Nähe befindlichen Bäume getödtet wurden [1].

Schon im Jahre 1868 habe ich über die Einwirkung des Leuchtgases auf die Entwicklung von Stecklingen der Bruchweide *(Salix fragilis)* folgende Versuche gemacht:

Die Zweige wurden am 2. April (seitlich luftdicht) in die eine Öffnung doppelt durchlöcherter Kautschukstöpsel gesteckt und mit diesen Stöpseln beiläufig einen halben Ltr. fassende, mit Wasser gefüllte Flaschen verschlossen. In die andere Stöpselöffnung wurde je ein kurzes, relative ziemlich dickwandiges Glasrohr eingesenkt und dieses mit einem gaszuleitenden Kautschukschlauch in Verbindung gebracht. Dann wurden, nach Öffnung des Gashahnes, die Flaschen der Reihe nach umgewendet, die Stöpsel etwas gelüftet, der grösste Theil des Wassers durch Leuchtgas verdrängt und der Stöpsel luftdicht in die Mündung des betreffenden Flaschenhalses eingerieben. Mittelst eines rechenartig verzweigten Glasrohres wurde das Gas durch denselben Hauptschlauch gleichzeitig zu zehn Apparaten geleitet. Die Zweige reichten fast bis auf den Grund der gegen 20 Ctm. hohen Flaschen und tauchten nur 3—4 Ctm. tief in Wasser. Bei der Hälfte der Zweige wurde (unter den Kautschukstöpseln) auf deren entgegengesetzten Seiten, in einer senkrechten Entfernung von 2—3 Ctm. bis ans Mark reichende Einschnitte gemacht, um so durch die offen gelegten Gefässe dem Gase den Eintritt in das Pflanzeninnere zu erleichtern.

---

[1] Referat der botanischen Zeitung 1871, pag. 852 etc. aus den Sitzungsberichten (20. Juni 1871) der Gesellschaft naturforschender Freunde zu Berlin.

Digitized by Google

Das Ergebniss des Versuches war bei allen zehn Stecklingen dasselbe. Es entwickelten sich wohl zahlreiche Wurzeln, dieselben erreichten aber selten die Länge von 2 Ctm. Ausserdem brach an sehr vielen Stellen die Rinde der in den Flaschen befindlichen Zweigtheile auf und aus den Rissen entwickelten sich weisse, aus zartwandigen Zellen bestehende Haufen, wie solche häufig auch auf in gewöhnlicher Luft in Wasser gestellten Zweigen entstehen und bei Einwirkung des Lichtes, besonders des directen Sonnenlichtes, Gasblasen entbinden. Die Knospen kamen über die allerersten Stadien der Zweigbildung niemals hinaus. Dabei lebten die Zweige gleichwohl sehr lange; erst nach drei Monaten vertrockneten deren in freier Luft befindlichen Theile. Bei der mikroskopischen Untersuchung zeigte sich, dass alles Amylum aus denselben völlig verschwunden war. — Nach Schluss des Versuches erwiesen sich sowohl die oberen als unteren Zweighälften, in Folge von Thyllenbildung, für Luft bei einem Drucke von 30 Zoll Quecksilber und mehr ganz impermeabel.

Diese Versuchsergebnisse lassen über die grosse Schädlichkeit des Leuchtgases auf die Pflanzen unter den angeführten Umständen wohl nicht den leisesten Zweifel übrig, aber sie beweisen zugleich, dass durch dasselbe nicht jede Vegetation ausgeschlossen wird.

Bei den eben beschriebenen Versuchen befanden sich jedoch die Versuchsobjecte unter Verhältnissen, welche bei jenen Fällen, wodurch die in Rede stehende Frage angeregt wurde, wohl niemals zutreffen.

Die nächste Frage, welche ich nun zu beantworten hatte, war offenbar die, in welcher Weise denn bei obigen Versuchen die Entwicklung der Weidenstecklinge durch das Leuchtgas so beeinträchtiget wurde. Es konnte dasselbe nämlich entweder als directes Gift oder dadurch wirken, dass der zur Neubildung auf Kosten der Reservenahrung nöthige Sauerstoff verdrängt wurde.

Um hierüber ins Klare zu kommen, machte ich im April, Mai und Juni 1869 ganz ähnliche Versuche wie mit Leuchtgas, mit Kohlensäure und Wasserstoff.

Digitized by Google

Bei den Versuchen mit Kohlensäure unterblieb sowohl bei unverletzten als bei den in der oben bezeichneten Weise eingeschnittenen Zweigen in deren innerhalb der Flaschen befindlichen Theilen jede Neubildung und das Amylum in den Zellen blieb ungelöst; auch für Luft waren dieselben (in Folge unterbliebener Thyllenbildung) ungehindert permeabel. Die Knospen der in freier Luft befindlichen Zweighälften entwickelten sich wohl, die Triebe blieben aber so wie deren Blätter viel kleiner als bei den daneben gleichzeitig in freier Luft ins Wasser gestellten Zweigen. Nach zwei Monaten entlaubten sich die Stecklinge und die Zweige fingen an zu vertrocknen. Die Gefässe dieser oberen Zweighälften waren mit Thyllen erfüllt und das Amylum aus den Holzzellen vollständig oder fast vollständig verschwunden.

Bei den ganz gleichartigen Versuchen mit Wasserstoff entwickelten sich, falls die Zweige unverletzt waren, Wurzeln und Knospen fast in normaler Weise (über die Details dieser Versuchsergebnisse werde ich bei einer anderen Gelegenheit referiren).

Bei den eben beschriebenen Versuchen befanden sich die in der Flasche befindlichen Theile der Stecklinge bezüglich des Sauerstoffgehaltes ganz in derselben Lage wie bei den Versuchen mit Leuchtgas. Durch die Thatsache, dass bei der Verwendung von Wasserstoff die Wurzel- und Zweigbildung in fast normaler Weise erfolgte, wird der Beweis geliefert, dass Kohlensäure und Leuchtgas auf meine Versuchspflanzen als directes Gift wirkten. Über die Schädlichkeit reiner oder auch nur in grösserer Menge der atmosphärischen Luft beigemischten Kohlensäure auf die Pflanzen besteht, wie wir dies zur Genüge aus anderen Versuchen[1] wissen, kein Zweifel. Giftiger aber noch als dieses Gas wirkte, wenigstens in gewissem Sinne, bei den angeführten Versuchen, das Leuchtgas.

Das Leuchtgas besteht bekanntlich zum grössten Theile aus Wasserstoff (41—52 %) und Sumpfgas (40—51 %) und

[1] Boehm. Über den Einfluss der Kohlensäure auf das Ergrünen und Wachsthum der Pflanzen. Sitzungsberichte der kais. Akad. d. Wiss. Bd. 68, 1873.

Digitized by Google

ziemlich viel Kohlenoxyd (7—9%). Letzteres ist sicher, das Sumpfgas sehr wahrscheinlich für die Pflanzen, ähnlich dem Wasserstoffe, ganz indifferent. Ausser den genannten Gasen finden sich im Leuchtgase noch 3—13% höhere Kohlenwasserstoffe von der Formel CnH_2n. Es kann wohl keinem Zweifel unterliegen, dass diesen die giftige Wirkung des Leuchtgases auf die Pflanzen zukommt.

Um Verhältnisse herzustellen, welche jenen nahe kamen, unter denen Baumpflanzungen in der Nähe von Gasleitungen so häufig zu Grunde gehen, habe ich zehn Versuche mit je fünf Topfpflanzen von *Fuchsia fulgens* und *Salvia splendens* gemacht. Jeder Topf besass an seiner unteren Fläche zwei Löcher, in deren jedes ein gegen 1 Ctm. weites Glasrohr (seitlich luftdicht) eingekittet wurde. Die eine dieser Glasröhren diente zur Zuleitung des Gases mittelst eines Kautschukschlauches und reichte nach innen fast bis zur Mitte des Topfes. Um ein beiläufiges Mass für die Stärke des Gasstromes zu haben, war dieses Rohr U-förmig gebogen und der zwischen beiden Schenkeln etwas aufgeblasene Theil mit Wasser gefüllt. Das zweite Rohr war für die Ableitung des in Folge des Begiessens abfliessenden Wassers bestimmt; seine obere Öffnung lag dem entsprechend mit der inneren Fläche der Bodenwand des Topfes in einer Ebene. Das äussere Ende dieses 5 Ctm. langen Rohres tauchte 2—3 Ctm. tief in Wasser. Da der Druck des Leuchtgases höchstens einer Wassersäule von 30 Mm. entspricht, so wurde durch die angegebene Einrichtung die Entweichung des Gases durch die für den Abfluss des Wassers bestimmte Öffnung verhindert.

Von der Gaseinleitung wurde die Topferde mit einem spitzen Instrumente etwas gelockert und durch dieselbe (zur Sicherstellung von deren Permeabilität), nach Aufguss von Wasser, vermittelst des U-förmigen Rohres, atmosphärische Luft geblasen. — Im Verlaufe des Versuches geschah es wiederholt, dass nach Begiessung der Topferde, Wasser in das U-förmige Rohr eintrat und das Gas absperrte. Diesem Übelstande konnte natürlich leicht durch Aussaugung des überschüssigen Wassers mittelst eines Glasrohres abgeholfen werden. — Diese Versuche wurden am 4. Mai 1870 zusammengestellt. Während der ganzen Versuchszeit gingen durch jeden Topf 25—30 Gasblasen in der

Digitized by Google

Minute. Erst im Verlaufe des Monates Juli starben zwei Exemplare von *Fuchsia* und eines von *Salvia*. Bis gegen Ende August waren weiters ein Individuum von *Fuchsia* und drei von *Salvia* vollständig entblättert und die Zweige theilweise vertrocknet. Die übrigen drei Pflanzen waren selbst am 14. September noch ganz gesund. Als ich nach 14 Tagen von einer kleinen Ferienreise zurückkam, waren auch diese Pflanzen, aber offenbar nur in Folge von Wassermangel, vertrocknet.

So wie die oben angeführten lassen auch diese Versuchsresultate wohl kaum einen Zweifel über die Schädlichkeit des Leuchtgases auf die Vegetation zu. Dass nicht alle Exemplare beider zu dem Versuche verwendeten Pflanzenarten gleichzeitig starben, erklärt sich leicht aus der sicher nicht überall gleichen Vertheilung des Gases in der Topferde. Die Versuche scheinen mir aber auch zu beweisen, dass die tödtliche Wirkung des Leuchtgases auf die Pflanzen nur den verdichtungsfähigen, im Laufe der Zeit aus demselben in Wasser und Erde, in flüssiger oder fester Form sich absetzenden Bestandtheilen desselben zukommt. Nach Beendigung des Versuches verbreitete die Topferde noch nach ihrem vollständigen Austrocknen einen intensiven Leuchtgasgeruch [1].

Um mir über die Einwirkung des Leuchtgases auf die Pflanzen ein vollkommen klares Urtheil bilden zu können, hielt ich es für angezeigt, Versuche mit Pflanzen in einer mit Leuchtgas durch längere Zeit geschwängerten Erde zu machen. Zu diesem Behufe liess ich mir eine (21 Ctm. hohe und ebenso breite) Blechbüchse anfertigen, deren Deckel und Boden ein kleines Ansatzrohr für einen Kautschukschlauch besassen. — Nachdem die Büchse mit Gartenerde von gewöhnlicher Feuchtigkeit gefüllt und der Deckel rundum luftdicht angesiegelt war, wurde derselbe am 2. März 1871 (im chemischen Laboratorium der Handelsakademie) in das Gaszuleitungsrohr eines Bunsen'-

---

[1] Auf diese Versuche gestützt und mit ausdrücklicher Berufung auf dieselben, vertrat der Professor der Chemie an der technischen Hochschule, Herr Dr. Alex. Bauer im hiesigen Gemeinderathe als dessen Mitglied die Ansicht von der Schädlichkeit des aus verletzten Röhren austretenden Leuchtgases für unsere Alleebäume.

Digitized by Google

schen Brenners, welcher täglich mindestens einige Stunden im Gebrauche war, eingeschaltet. In Folge der oben angeführten Versuche von Kny hatte ich aber nicht mehr die Absicht, die Sache weiter zu verfolgen. Die Meinungen jedoch, welche bei dem diesjährigen hiesigen Gärtnercongresse laut wurden[1], bestimmten mich, die Versuche wieder aufzunehmen. Zu diesem Behufe wurde die Büchse am 22. August, also nach fast 2½ Jahren, von ihrem bisherigen Standorte entfernt und geöffnet. Die Erde war ganz trocken und roch intensiv nach Leuchtgas. Nachdem dieselbe gehörig angefeuchtet war, wurden damit folgende Versuche gemacht:

1. Es wurde die Oberfläche eines mit dieser Erde (ich will sie der Kürze halber „Gaserde" nennen) gefüllten Topfes in sechs Felder getheilt und darein die Samen folgender Pflanzen gebaut: *Cucurbita, Brassica oleracea, Helianthus annus, Lepidium sativum, Vicia Faba* und *Zea*.

Zum Vergleiche wurde ein anderer, aber mit gewöhnlicher Erde gefüllter Topf in gleicher Weise mit Samen derselben Art bestellt.

2. Es wurden zwei gleich grosse Individuen von *Dracaena reflexa* ausgetopft und die Erde sorgfältig von den Wurzeln entfernt. Das eine Individuum wurde dann in die mit Gas geschwängerte, das andere aber in gewöhnliche Erde gesetzt.

Nach 10 Tagen waren die in gute Erde gebauten Samen bereits zu ansehnlichen Keimpflänzchen herangewachsen. Bei den in Gaserde gelegten Samen hatten die Würzelchen höchstens eine Länge von 2 Ctm. erreicht und waren bei den etwas tiefer vergrabenen Individuen bereits in Fäulniss übergegangen. Interessant war es zu sehen, wie bei mehreren nur halb von Erde bedeckten Samen die Keimwurzeln sich seit- oder aufwärts zu entwickeln strebten. Die hypocotylen Stengel einiger ober-

---

[1] Der Congress beschloss: „Es sei dahin zu wirken, dass über den Einfluss des Leuchtgases auf die Baumvegetation weitere Versuche angestellt werden, und es wird zugleich der Wunsch ausgesprochen, dass die gemachten Erfahrungen in allen Fachblättern behandelt werden." Verhandlungen des vierten Congresses deutscher Gärtner und Gartenfreunde zu Wien vom 20. bis 25. August 1873, Gartenfreund, Nr. 8 und 9.

Digitized by Google

flächlich gelegenen Kress- und Kohlpflänzchen wurden wohl bis 3 Ctm. lang, es fehlten denselben jedoch die Wurzeln fast ganz.

Die Blätter der in Gaserde versetzten *Dracaena* waren am 1. September ganz vertrocknet und die Wurzeln todt. Das gleichzeitig in gute Erde versetzte Exemplar lebt noch heute.

Um zu erfahren, ob die Wirkung der Gaserde auf keimende Samen vielleicht durch Zuführung von atmosphärischer Luft modificirt werde, wurde gleichzeitig mit den eben geschilderten folgender Versuch gemacht: Es wurde in einen Topf eine ziemlich langgestielte, aus vielfach durchlöchertem Zinkbleche gefertigte Trommel so eingesetzt, dass deren Stiel einige Centimeter aus einer der zwei Öffnungen in der Bodenwand des Topfes ragte und die obere Wand der Trommel nicht tief unter die nun in den Topf gefüllte Erde zu liegen kam. Die Trommel hatte eine Höhe von 4, und einen Querdurchmesser von 8 Ctm.; der nach unten konisch verengerte Topf war an der Stelle, bis zu welcher er mit Erde gefüllt war, $10^1/_2$ Ctm. weit. Durch eine nabelartige Einsenkung der unteren (nach aussen convexen) Trommelwand rings um die angelöthete Stielröhre wurde der Ansammlung von Wasser in letzterer vorgebeugt. An das untere Stielende wurde (vermittelst eines U-förmigen Glasrohres) ein mit einem Aspirator verbundenes Kautschukrohr angesetzt. Nachdem der Topf mit Samen der oben angeführten sechs Arten bestellt war, wurden täglich 28—29 Litr. Luft durchgesaugt.

Im Widerspruche mit der vielseitig ausgesprochenen Ansicht über die desinficirende Wirkung der Luftdrainagen in mit Leuchtgase bereits stark imprägnirten Boden, hatte diese Durchlüftung der Gaserde für die Entwicklung der Samen nicht den mindesten Nutzen; die Keimlinge zeigten ganz dieselben Erscheinungen wie die bei dem obigen Versuche besprochenen.

In Anbetracht meiner im Vorstehenden referirten Versuchsresultate, welche mit allen anderseits vorurtheilsfrei gemachten Beobachtungen übereinstimmen, verliert die Meinung, dass das Leuchtgas nicht mit zu den Ursachen des häufigen Absterbens der Alleebäume zu zählen sei, jede irgendwie begründete Berechtigung.

Digitized by Google

Mit der Feststellung der tödtlichen Wirkung eines mit den theerartigen Bestandtheilen des Leuchtgases imprägnirten Bodens auf die in demselben wurzelnden Pflanzen ist aber die vorliegende Frage noch lange nicht erschöpfend beantwortet. Ich habe über die Art und Weise der giftigen Einwirkung der Gaserde auf die Gewächse bereits mehrere Versuche gemacht, andere sind im Gange. Obwohl mit Schulstunden in fast aufreibendem Masse überbürdet, hoffe ich doch bald in der Lage zu sein, der verehrten Classe über deren Verlauf berichten zu können. Für den praktischen Zweck: die schädliche Wirkung des Leuchtgases auf die Alleebäume zu eliminiren, reichen die bisherigen Erfahrungen vollkommen aus. Sie berechtigten zu dem Ausspruche, dass dies durch das von Jürgens vorgeschlagene und von ihm bereits erprobte Mittel: die Gasleitungsröhren in ziemlich weite, mit Abzügen in die Laternenpfähle versehene Thonröhren einzulegen, vollkommen erreichbar ist. Derartige, selbst nur sehr unvollständig schliessende Röhren werden die Bäume sicher für lange Zeit gegen die Wirkung des Leuchtgases schützen. Es genügt aber dem beabsichtigten Zwecke nicht, wenn durch ein auch im Principe richtiges Mittel nicht eine andauernde Immunität unserer Schützlinge erzielt wird. Durch unglasirte Thonröhren diffundiren die Gase leicht und es ist für unseren Zweck wohl zu beachten, dass durch das aus der Leitung strömende Leuchtgas in erster Linie nicht der Baum afficirt, sondern der Boden mit für die Pflanzen so giftigen Stoffen inficirt wird. Es werden zu dem in Rede stehenden Zwecke daher glasirte Thonröhren (und wo diese den Druck der über ihnen verkehrenden Lastwagen nicht ertragen können, Röhren aus Gusseisen) zu verwenden sein. Um in diesen Röhren einen lebhaften Luftzug zu unterhalten und jede Explosion unmöglich zu machen, darf man die in die Kandelaberpfähle gelegten Abzugsröhren nur in der Nähe der Brenner, respective der Flammen vorbeiführen und über diesen nach aussen münden lassen. Eine solche Luftdrainage wird unsere Alleebäume von einem ihrer gefährlichsten Todfeinde für immer befreien.

Digitized by Google

Nach den von Pettenkofer[1] mitgetheilten Erfahrungen über das Eindringen von Leuchtgas durch den Boden in Wohnungen von Häusern, welche selbst keine Gasleitung hatten, dürfte sich dieselbe aus hygienischen Gründen als viel allgemeinere Massregel empfehlen.

---

[1] Pettenkofer's Vorlesungen, erstes Heft, pag. 87—92; 1873.

Digitized by Google

Über den Widerstand einer Kreisscheibe bei verschiedener Lage der Elektroden.

Von **Karl Domalip,**
Assistenten für Physik am deutschen Polytechnicum in Prag.

(Mit 1 Holzschnitt.)

Kirchhoff gelangte in seiner Abhandlung[1] „Über den Durchgang eines elektrischen Stromes durch eine Ebene insbesondere durch eine kreisförmige" zu einer allgemeinen Gleichung, aus welcher die Potentialfunction der freien Elektricität für eine gegebene Stellung der Elektroden auf der Scheibe berechnet werden kann. Die volle Giltigkeit dieser Formel wurde auch experimentell von ihm bewiesen. Die zweite Gleichung, die er aus seiner mathematischen Betrachtung abgeleitet hat, und in welcher die Abhängigkeit des Widerstandes von der Lage der Elektroden auf einer begrenzten Kreisscheibe zum Ausdrucke kommt, konnte er experimentell nicht erweisen.

Kirchhoff spricht sich in Bezug auf die Schwierigkeiten, welche der experimentellen Verificirung der Gleichung entgegentraten, folgendermassen aus:

„Ich habe mir viele Mühe gegeben, den für den Widerstand der Scheibe aufgestellten Ausdruck durch Experimente zu prüfen, doch waren die Veränderungen, die der Widerstand erlitt, wenn die Entfernung der Drähte variirt wurde, so kleine Grössen, dass die Beobachtungen eine Unsicherheit erhielten, bei der sie unmöglich etwas für oder gegen die Theorie beweisen konnten. Eine Hauptschwierigkeit, auf die ich ausserdem bei diesen Versuchen stiess, war die, zu bewirken, dass die Drähte die Scheibe immer mit derselben Innigkeit berührten; dieses

[1] Kirchhoff. Pogg. Ann. Bd. 64. S. 497.

Digitized by Google

konnte noch am besten dadurch bewirkt werden, dass ich statt der Kupferscheibe eine Quecksilberscheibe anwandte, in die ich Drähte hineintauchte."

Ich habe mich auch schon in früherer Zeit damit beschäftigt, den Ausdruck für den Widerstand durch Experimente zu prüfen, indem ich Kreisscheiben aus Staniol von verschiedenem Radius benützte, um das Verhältniss ihrer Widerstände zu bestimmen, konnte aber auch zu keinem Resultate gelangen, da der Widerstand derselben sehr klein war, und die schon oben angeführten Übelstände ebenfalls im Spiele waren.

Ein Mittel aber, welches alle diese Übelstände beseitigen könnte, erschien mir in der Benützung einer Kreisscheibe aus Zinkvitriollösung mit amalgamirten Zinkelektroden. Bekanntlich verhält sich Zinkvitriol mit amalgamirten Zinkelektroden wie ein metallischer Leiter. Sein beträchtlicher Widerstand und der Umstand, dass die Elektroden in eine innige Berührung mit derselben gebracht werden können, liess dieselbe als das entsprechendste Mittel für unseren vorliegenden Fall erscheinen.

Eine solche Flüssigkeits-Kreisscheibe wurde nun auf folgende Weise zu Stande gebracht: Eine geschliffene ziemlich starke Glasplatte wurde auf ein Stativ gelegt, das mit Stellschrauben versehen war, um die Glasplatte möglichst horizontal zu stellen. Auf diese wurden in bestimmten Entfernungen kleine viereckige Glasplättchen, deren Dicke 1·189 Mm. betrug, aufgelegt. Zwischen diese Glasplättchen wurde nun ein bestimmtes Quantum der oben angegebenen Flüssigkeit gegossen, und eine Kreisscheibe aus Glas, deren Durchmesser 180 Mm. betrug, wurde so auf die Flüssigkeit gelegt, dass die Peripherie derselben an den Ecken der vier Glasplättchen ruhte, und die Flüssigkeit keine Luftblasen enthielt, was mir nach einiger Übung vollkommen gelungen ist. Ich erhielt auf diese Weise eine vollkommen begrenzte Kreisscheibe aus Zinkvitriollösung, deren Dicke 1·189 Mm. betrug.

In dieser Kreisscheibe wurden nun Durchbohrungen angebracht und zwar zuerst in der Richtung eines Durchmessers in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte und dann auch Durchbohrungen senkrecht auf den ersten Durchmesser. Durch diese Durchbohrungen wurden amalgamirte Zinkdrähte, deren Durch-

Digitized by Google

messer 2·19 Mm. betrug, bis zur Berührung mit der unteren Glasplatte hindurchgesteckt. Ich suchte nun den Kirchhoff'schen Ausdruck für den Widerstand einer Kreisscheibe für den Fall, dass die Elektroden in der Richtung des Durchmessers, also auf einem und demselben Durchmesser, aufgestellt waren, als auch für den Fall, dass die Elektroden auf zwei verschiedenen Durchmessern sich befanden, zu verificiren.

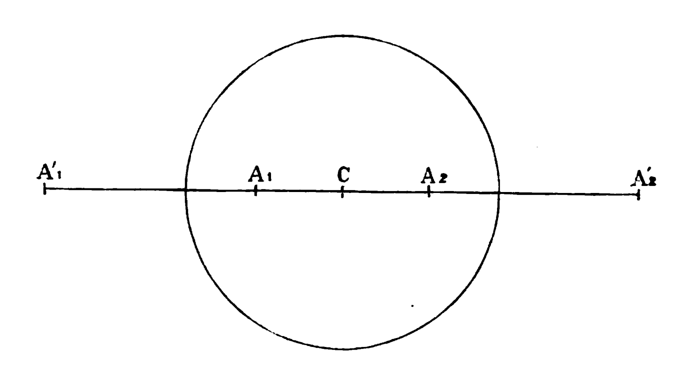
Der Ausdruck, den Kirchhoff für den Widerstand einer Kreisscheibe aufgestellt hat, lässt sich für diese zwei speciellen Fälle etwas modificiren.

Bekannlich ist von Kirchhoff folgende Formel aufgestellt worden:

$$w = \frac{1}{2\pi k\delta} \log \left\{ \left(\frac{\overline{A_1 A_2^2}}{\rho} \right) \frac{A_1 A_2^1 . A_2 A_1^1}{A_1 A_1^1 . A_2 A_1^1} \right\}$$

in welcher k die Leitungsfähigkeit der Scheibe und δ die Dicke derselben bedeuten.

A_1 und A_2 sind die Einströmungspunkte, und somit $A_1 A_2$ die Entfernung der Elektroden. Die Punkte A_1^1 und A_2^1 finden wir nach Kirchhoff durch folgende Construction: Wir verbinden den Mittelpunkt der Scheibe C mit A_1 und A_2 und schneiden auf den verlängerten Linien CA_1 und CA_2 zwei solche Stücke CA_1^1 und CA_2^1 ab, dass der Radius der Scheibe die mittlere Proportionale zwischen CA_1 und CA_1^1 und zwischen CA_2 und CA_2^1 ist. Es sind dann $A_1 A_2^1$, $A_2 A^1$, etc. die Entfernungen dieser Punkte auf der Kreisscheibe. (Siehe die Figur.)



Digitized by Google

Bezeichnet man die Entfernungen der Elektroden A_1 und A_2 vom Mittelpunkte, die in unserem speciellen Falle gleich sind, mit a, so ist

$$A_1A_2 = 2a$$

Bezeichnet man mit r den Radius der Scheibe, so finden folgende Gleichungen statt:

$$r^2 = CA_2 . CA_2^1$$
$$r^2 = CA_1 . CA_1^1$$

Da nun $CA_2 = CA_1$ ist, so ist auch $CA_2^1 = CA_1^1$ und es ist somit

$$B_1A_1^1 = B_2A_2^1 = p$$

Es gestalten sich dann die Grössen in der Kirchhoff'schen Formel folgendermassen:

$$A_1A_2^1 = A_2A_1^1 = r + p + a$$
$$A_1A_1^1 = A_2A_2^1 = r + p - a$$

Denkt man sich p durch r und a ausgedrückt und in die Kirchhoff'sche Gleichung substituirt, so geht diese in die folgende Gleichung über:

$$w = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{2a}{\rho} \frac{r^2 + a^2}{r^2 - a^2} \tag{1}$$

Wenn die Elektroden auf zwei auf einander senkrecht stehenden Durchmessern in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte aufgestellt werden, und wenn man wieder mit a die Entfernung der Elektroden vom Mittelpunkte bezeichnet, so gelangt man durch eine ähnliche Betrachtung zur Gleichung

$$w' = \frac{1}{2\pi k \delta} \log \frac{2a^2}{\rho^2} \frac{r^4 + a^4}{(r^2 - a^2)^2} \tag{2}$$

In dieser Gleichung haben die Grössen dieselbe Bedeutung, wie in der oben angeführten Gleichung (1).

Wie schon früher erwähnt wurde, war die Kreisscheibe zuerst mit zwei Paaren von Durchbohrungen versehen, die auf der Richtung des Durchmessers vom Mittelpunkte der Scheibe 20 Mm. und 60 Mm. entfernt waren. Es betrug somit die Elek-

Digitized by Google

trodenentfernung beziehungsweise 40 Mm. und 120 Mm. Substituirt man diese Grössen in die oben aufgestellte Gleichung (1) und setzt den Widerstand der Kreisscheibe, wenn die Elektroden in der Entfernung von 40 Mm. eingesetzt wurden = 1, so findet man für den Widerstand der Kreisscheibe bei der Elektrodenentfernung von 120 Mm. den Ausdruck

$$V = 1 \cdot 53$$

Dieses berechnete Verhältniss der Widerstände der Kreisscheibe bei den oben angegebenen Lagen der Elektroden suchte ich durch Versuche zu prüfen. Als Stromquelle diente ein Noë'-sches Thermoelement. Die Intensität des Stromes wurde mittelst einer Sinusboussole gemessen, an welcher immer drei Ablesungen vorgenommen wurden. Die erste Ablesung wurde gemacht, wenn die Stromquelle direct mit der Sinusboussole in Verbindung stand. Da der Widerstand derselben 163 *S. E.* und der Widerstand der übrigen Leitung sammt dem Elemente in runder Zahl 1 *S. E.* betrug, war der Gesammtwiderstand der Leitung somit

$$= 164 \; S. E.$$

Die zweite und dritte Ablesung wurde vorgenommen, wenn in die Leitung noch die Kreisscheibe eingeschaltet war und zwar bei den Elektrodenentfernungen von 120 Mm. und 40 Mm.

Die folgende Tabelle enthält nun einige darauf bezügliche Versuche und zwar enthält die mit α_0 überschriebene Rubrik die an der Sinusboussole abgelesenen Ablenkungen, wenn dieselbe allein in den Stromkreis eingeschaltet war, die mit α_1 und α_2 überschriebenen Rubriken enthalten die Versuche, wenn der Strom ausserdem noch die Kreisscheibe durchsetzte. α_1 sind dann die Ablenkungen bei der Entfernung der Elektroden von 120 Mm. und α_2 die Ablenkungen bei der Entfernung von 40 Mm.

Die letzte Rubrik enthält die Verhältnisszahl der Widerstände bei den hier angegebenen Elektrodenentfernungen.

Digitized by Google

	α_0	α_1	α_2	V
I.	58°	12°	16° 30'	1·55
	56 54'	11 45'	16 18	1·56
	57 48	11 6	15 45	1·60
	56 42	11 6	15 36	1·57
II.	47 45	8 54	12 30	1·55
	47 30	9	12 30	1·54
	46 45	8 45	12 18	1·56
	47 45	8 30	12 15	1·60

I. und II. sind zwei zu verschiedenen Zeiten angestellte Versuchsreihen.

Berechnet man das arithmetische Mittel der aus diesen Versuchen sich ergebenden Verhältnisszahlen, so erhält man dasselbe

$$= 1·56$$

welche Zahl mit der oben für diesen Fall berechneten

$$1·53$$

nahe übereinstimmt.

Um die Übereinstimmung der Theorie mit dem Versuche noch ersichtlicher zu machen, folgen noch Versuche auf demselben Durchmesser mit den Elektrodenentfernungen von 120 Mm. und 172 Mm.

Berechnet man abermals die Verhältnisszahl der Widerstände der Kreisscheibe bei diesen Elektrodenentfernungen, wenn der Widerstand bei der Entfernung der Elektroden von 120 Mm. gleich der Einheit gesetzt wird, so ergibt sich aus obiger Formel (1)

$$V = 1·44$$

In folgender Tabelle enthält die Rubrik

α_0 abermals die Ablenkungswinkel an der Sinusbóussole, wenn dieselbe allein eingeschaltet war,

α_1 die Ablenkungswinkel, wenn ausserdem in den Stromkreis die Kreisscheibe mit den Elektrodenentfernungen von 172 Mm. und

Digitized by Google

α_2 die Ablenkungswinkel, wenn in den Stromkreis die Kreisscheibe mit der Elektrodenentfernung von 120 Mm. eingeschaltet war.

	α_0	α_1	α_2	V
I.	56° 30'	9° 9'	12° 9'	1·43
	56	9	12	1·44
	55 30	9	12	1·44
	55 30	9	11 45	1·41
II.	55 15	9 48	13	1·43
	54 30	9 48	13	1·44
	55	9 36	12 54	1·46

Berechnet man aus diesen zwei Versuchsreihen das arithmetische Mittel, so findet man dasselbe

$$= 1 \cdot 43$$

Dieses stimmt mit dem für diesen Fall berechneten Werthe, welcher

$$= 1 \cdot 44$$

gefunden wurde, sehr gut überein.

Um zu beweisen, dass die von Kirchhoff aufgestellte Gleichung nicht nur dann ihre volle Geltung besitzt, wenn die Elektroden auf einem und demselben Durchmesser angebracht werden, sondern auch dann, wenn die Elektroden an zwei verschiedenen Stellen der Scheibe sich befinden, lasse ich noch einige Versuche folgen, in welchen sich die Elektroden an zwei aufeinander senkrecht stehenden Durchmessern in gleichem Abstande vom Mittelpunkte der Scheibe befanden. Die Entfernungen der Elektroden vom Mittelpunkte betrugen in dem einen Falle 60 Mm., im zweiten Falle 86 Mm. Substituirt man diese Grössen in die oben angegebene Gleichung (2), so erhält man, indem man abermals den Widerstand der Kreisscheibe bei der Elektrodenentfernung von 60 Mm. vom Mittelpunkte der Scheibe = 1 setzt, die Verhältnisszahl

$$V = 1 \cdot 48$$

Digitized by Google

Folgende Tabelle, deren Einrichtung aus dem Früheren klar sein wird, enthält nun einige darauf bezügliche Versuche.

α_0	α_1	α_2	ν
50° 15'	9° 36'	13° 24'	1·48
50	9 48	13	1·45
50 30	9 39	13	1·48
50	9	12 30	1·53
49 48	9	12 30	1·53
50 30	9	12 15	1·49
55 45	10 30	14 30	1·53
55 45	10 27	14 30	1·54

Vergleicht man das aus diesen Versuchen berechnete arithmetische Mittel

1·50

mit dem oben berechneten Werthe

1·48

so sehen wir, dass diese Zahlen sehr nahe übereinstimmen.

Es geht somit aus allen hier mitgetheilten Versuchen hervor, dass die von Kirchhoff aufgestellte Gleichung für den Widerstand einer begrenzten Kreisscheibe mit der Erfahrung übereinstimmt. Was die Versuche selbst anbelangt, muss ich noch bemerken, dass der Stromkreis immer nur so lange geschlossen war, als zur Ablesung nothwendig war, dann wurde die Stromrichtung gewechselt und die Ablenkung abermals abgelesen. Es zeigte sich in der Regel, dass die Ablenkungen bei directer und gewechselter Stromrichtung genau dieselben waren. Die Polarisation war in diesen Versuchen von keinem Einflusse, die kleine elektromotorische Kraft eines Noë'schen Elementes, die nahezu $^1/_{10}$ eines Daniell beträgt, liess keine Spur derselben erkennen. Erst als ich ein Bunsen'sches Element als Stromquelle benützte, konnte ich nur bei der kleinsten Entfernung der Elektroden (nämlich bei 40 Mm.) eine Ablenkung an der Sinusboussole etwa 30 Minuten beobachten. Ein anderer Umstand wirkte

Digitized by Google

aber störend auf diese Versuche. Wurde der Strom länger geschlossen, so bedeckten sich die Elektroden mit feinen Krystallen, welche dann einen störenden Übergangswiderstand zur Folge hatten. Es mussten somit die Elektroden nach jeder Versuchsreihe gereinigt und frisch amalgamirt werden. Ich benutzte meistens ganz frische Elektroden, die in die Durchbohrungen der Kreisscheibe vor jeder Versuchsreihe eingesetzt waren.

Zum Schlusse will ich noch zeigen, dass die Kirchhoff'sche Gleichung mit der von Smaasen aufgestellten Gleichung übereinstimmt.

Smaasen[1] gelangte bekanntlich auf einem anderen Wege zu dem Ausdrucke für den Widerstand einer unbegrenzten Ebene bei verschiedener Lage der Elektroden.

Die Gleichung, welche Smaasen aufgestellt hat, ist

$$w = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{2a}{\rho}$$

In dieser Gleichung bezeichnet $2a$ die Entfernung der Elektroden auf der Scheibe.

Wenn man in der für den speciellen Fall transformirten Kirchhoff'schen Gleichung (1)

$$w = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{2a}{\rho} \frac{r^2 + a^2}{r^2 - a^2}$$

den Radius unendlich wachsen lässt, also

$$\lim r = \infty$$

setzt, so geht diese Gleichung in

$$w = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{2a}{\rho}$$

über.

Zu demselben Ausdrucke gelangt man aus der Gleichung (2)

$$w' = \frac{1}{2\pi k \delta} \log \frac{2a^2}{\rho^2} \frac{r^4 + a^4}{(r^2 - a^2)^2}$$

wenn man

---

[1] Smaasen. Pogg. Ann. Bd. 69, S. 161, 1846.

Digitized by Google

$$\lim r = \infty$$

setzt.

Man erhält

$$w' = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{a\sqrt{2}}{\rho}.$$

In dieser Gleichung bezeichnet, wie oben angegeben wurde, a die Entfernung der Elektroden vom Mittelpunkte der Scheibe, somit ist $a\sqrt{2}$ die Entfernung der Elektroden von einander. Bezeichnet man diese mit $2a$, so gelangt man abermals zu der von Smaasen für eine unendliche Ebene aufgestellten Gleichung des Widerstandes, nämlich zu

$$w' = \frac{1}{\pi k \delta} \log \frac{2a}{\rho}.$$

Zuletzt sei mir noch gestattet, dem Herrn Prof. Dr. v. Waltenhofen, der mir bei der Zusammenstellung der experimentellen Behelfe seine Unterstützung zu Theil werden liess, meinen innigsten Dank auszusprechen.

Digitized by Google

XXIV. SITZUNG VOM 23. OCTOBER 1873.

Herr Prof. Dr. J. Oellacher in Innsbruck übermittelt eine Abhandlung, betitelt: *Terata mesodidyma* von *Salmo Salvelinus* nebst Bemerkungen über einige andere an Fischen beobachtete „Doppelmissbildungen“.

Herr Director Dr. J. Stefan theilt die Resultate seiner „Versuche über die Verdampfung“ mit.

Herr Dr. J. Peyritsch überreicht eine Abhandlung: „Beiträge zur Kenntniss der Laboulbenien“.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg: Mémoires. VIIe Série, Tome XVIII, Nrs. 8—10; Tome XIX, Nrs. 1—2. St. Pétersbourg, 1872; 4⁰. — Bulletin. Tome XVII, Nrs. 4—5; Tome XVIII, Nrs. 1—2. St. Pétersbourg, 1872; 4⁰.

Alpenverein, Deutscher und Österreichischer: Zeitschrift. Jahrgang, 1872, Heft 4. München; 8⁰.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 30. Wien, 1873; 8⁰.

Archiv der Mathematik und Physik. Gegründet von J. A. Grunert, fortgesetzt von R. Hoppe. LX. Theil, 2. Heft. Greifswald, 1873; 8⁰.

Beobachtungen, Schweizer. Meteorologische. Mai, Juni, Juli 1872. Zürich; 4⁰.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XLVIIe. Nrs. 187—188. Genève, Lausanne, Paris, 1873; 8⁰.

Central-Observatorium, Physikalisches, zu St. Petersburg: Annalen. Jahrgang 1871. St. Petersburg, 1872; 4⁰.

Digitized by Google

Comitato, R., Geologico d'Italia: Bollettino. Anno 1873, Nr. 7 & 8. Firenze; 8⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nr. 14. Paris, 1873; 4⁰.

Gasthuis, Nederlandsch, voor Ooglijders: Dertiende jaarlijksch Verslag. 1872. Utrecht; 8⁰.

Genootschap, Bataviaasch, van Kunsten en Wetenschappen: Verhandelingen. Deel XXXIV & XXXV. Batavia, 1870; 4⁰. — Tijdschrift voor Indische taal-, land- en volkenkunde. Deel XVIII (VI. Serie. Deel I.) Aflev. 2; Deel XX (VI. Serie. Deel II) Aflev. 1—2. Batavia, 1871; 8⁰. — Notulen. Deel VIII. 1870. Batavia, 1871; 8⁰.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VIII. Band, Nr. 20. Wien, 1873; 4⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang. Nr. 42. Wien, 1873; 4⁰.

Heidelberg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1872/3. 4⁰ & 8⁰.

Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik von C. Ohrtmann, F. Müller & A. Wangerin. III. Band. Jahrgang 1871. Heft 2. Berlin, 1873; 8⁰.

Jahresberichte: siehe Programme.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 21. Graz, 1873; 4⁰.

Lotos. XXIII. Jahrgang. Juli—September 1873. Prag; 8⁰.

Marshall, William E., A Phrenologist amongst the Todas or the Study of a Primitive Tribe in South India, History, Character, Customs, Religion, Infanticide, Polyandry, Language. London, 1873; 8⁰.

Mittheilungen des k. k. techn. & administrat. Militär-Comité. Jahrgang 1873, 5. & 6. Heft. Wien; 8⁰.

— Mineralogische, gesammelt von G. Tschermak. Jahrgang 1873, Heft 2. Wien; gr. 8⁰.

Museum of Comparative Zoology at Harvard College, in Cambridge: Annual Report for 1871. Boston, 1872; 8⁰. — Illustrated Catalogue. Nrs. IV. V & VI. Cambridge, 1871 & 1872; 4⁰.

Digitized by Google

Nature. Nr. 207. Vol. VIII. London, 1873; 4⁰.

Programme und Jahresberichte der Gymnasien zu Arnau, Brixen, Brünn, Capodistria, Eger, Hermannstadt, Kronstadt, Böhm. - Leipa, Leoben, Marburg, Pilsen, Pressburg, Rovedo, Schässburg, Sin, Teschen, Trient, Vinkovci, des akadem. Gymnasiums, des Gymnasiums zu den Schotten und der k. k. Theresianischen Akademie in Wien, der Landes-Oberrealschule zu Wiener-Neustadt, der k. k. Forst-Akademie zu Mariabrunn und der k. k. technischen Hochschule zu Wien. 1872/73 & 1873/74. 4⁰ & 8⁰.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXIII. Band. Jahrgang 1873. August—November-Heft. Wien; 8⁰.

„Revue politique et littéraire“, et „Revue scientifique de la France et de l'étranger“. IIIe Année, 2e Série, Nr. 16. Paris, 1873; 4⁰.

Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève: Mémoires. Tome XXII; Tome XXIII, 1re Partie. Genève, Paris, Bale 1873; 4⁰.

— Botanique de France: Bulletin. Tome XXe 1873. Comptes rendus des séances 1; Revue bibliographique A. Paris; 8⁰.

— Médico-Chirurgicale des Hôpitaux et Hospices (Société de Médecine et de Chirurgie) de Bordeaux: Mémoires et Bulletins. Tome VI. 1871; 1er & 2^{d} fasc. de 1872. Bordeaux, 1871 & 1873; 8⁰.

— des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux: Extrait des procès-verbaux des séances. Bordeaux, 1869; 8⁰.

— d'Histoire naturelle de Colmar: Bulletin. 1re Année. 1860; 4e—10e Années. 1863—1869. Colmar, 1860—1870; 8⁰. — Bibliothèque de la Société d'Histoire naturelle de Colmar. 1869; 8⁰.

— Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'Orient. XVIIe Année, Nr. 3 & 4. Constantinople, 1873; 4⁰.

Strassburg, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften für das Jahr 1872/3. 4⁰ & 8⁰.

Digitized by Google

Studenten-Kalender, Fromme's Österreichischer, für das Studienjahr 1873. X. Jahrgang. Von Dr. Karl Czuberka. Wien; 12°.

Verein, physikalischer, zu Frankfurt am Main: Jahres-Bericht für 1871—1872. Frankfurt a. M., 1873; 8°.

Vierteljahresschrift, österr., für wissenschaftliche Veterinärkunde. XL. Band, 1. Heft. Wien, 1873; 8°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 42. Wien, 1873; 4°.

Digitized by Google

Betrachtung der allgemeinen Bewegungsform starrer Körper vom Gesichtspunkte einer Gyralbewegung.

Von **Joseph Finger**,
Professor an der Staats-Oberrealschule zu Laibach.

(Mit 2 Holzschnitten.)

(Vorgelegt in der Sitzung am 13. Juni 1873.)

Die partielle rotirende Bewegung eines in beliebiger Bewegung begriffenen starren Körpers, deren Axe die „augenblickliche Rotationsaxe" ist, lässt sich nach dem Satze vom Parallelogramme der Winkelgeschwindigkeiten in componentale Rotationen um zwei beliebige orthogonale Axen, in deren Ebene die erstere Axe gelegen ist, zerlegen. Interessante allgemeine Beziehungen, die auf alle Bewegungsformen starrer Körper, mit besonderem Vortheile aber auf die Untersuchung einer besonderen Gattung wichtiger Bewegungsarten — so der Bewegung der Himmelskörper, des Kreisels, des rotirenden Projectils u. s. w. — anwendbar sind, ergeben sich nun wenn man zu einer der beiden Axen dieser Rotationscomponenten eine Axe R wählt, die während der Bewegung des Körpers stets dieselben materiellen Punkte des letzteren in sich fasst, oder, falls sie ausserhalb der körperlichen Masse gelegen ist, wenigstens dieselbe relative Lage zu den materiellen Theilchen des Körpers beibehält, also mit dem starren Systeme unveränderlich verbunden, kurz — die eine „materielle Axe" ist. Die Axe der zweiten Rotationscomponente liegt in der durch die Axe R und die augenblickliche Rotationsaxe gelegten Ebene und steht auf der ersteren senkrecht. In Betreff dieser zweiten Rotationscomponente ist zu erwägen, dass eine jede Rotation eines starren Körpers um irgend eine Axe in allen ihren Phasen vollkommen genau schon durch die Bewegung einer materiellen Geraden bestimmt ist, die gegen die Drehaxe stets dieselbe relative Lage beibehält, und deren rotirende Bewegung

Digitized by Google

um diese Axe durch keine andere etwa gleichzeitig stattfindende Bewegung beeinflusst wird; es sind demnach auch alle Bewegungszustände der componentalen Rotation des starren Körpers um die besagte zweite Axe durch die Bewegungsart der zur letzteren Axe normalen und an der gleichzeitigen Rotation um sich selbst nicht theilnehmenden Axe R völlig determinirt. Somit reducirt sich die allgemeine Bewegungsform starrer Körper — abgesehen von der progressiven Bewegungscomponente — auf eine rotirende Bewegung des starren Körpers um eine materielle Axe R, die jedoch im Allgemeinen gleichzeitig ihre absolute Lage im Raume nach gewissen Gesetzen stetig ändert, also auf eine „Gyralbewegung“.

Der eingehenden allgemeinen Betrachtung dieser Bewegungsform soll die vorliegende Abhandlung gewidmet sein, und zwar soll im ersten Theile (A) die Gyralbewegung nach ihrer kinematischen Seite hin behandelt, und im zweiten, dem dynamischen Theile (B) die einfachsten, doch allgemeinen dynamischen Bewegungsgleichungen derselben abgeleitet werden. Da die progressive Bewegungscomponente des starren Körpers durch die aus den allbekannten einfachen Bewegungsgleichungen bestimmbare Bewegung des Schwerpunktes G vollkommen determinirt ist, so soll dieselbe nicht in den Rahmen dieser Abhandlung einbezogen und hier stets nur die partielle rotirende Bewegung des Systems um den demgemäss als fix gedachten und in der augenblicklichen Axe, wie auch in der Axe R, gelegenen Schwerpunkt erörtert werden.

A.

Ein beliebiges fixes orthogonales Axensystem sei zu Grunde gelegt.

Diesem frei gewählten Coordinatensysteme entsprechend, sei, um die beiden im Allgemeinen möglichen entgegengesetzten Arten der Drehung und der Winkelgeschwindigkeit durch die Qualitätszeichen unterscheiden zu können, unter $\begin{matrix}\text{positiver}\\\text{negativer}\end{matrix}$ Drehung bezüglich einer gegebenen Drehaxenrichtung jene ver-

Digitized by Google

standen, die bezüglich der letzteren Richtung im *gleichen* / *entgegengesetzten* Sinne vor sich geht, wie die Drehung von der positiven X-Richtung aus nach der positiven Y-Richtung — bezüglich der positiven Z-Richtung — unter welch' letzterer Drehung die Drehung um den Winkel $+\frac{\pi}{2}$ verstanden sein soll, die eine längs der positiven Richtung der Z-Axe aufgestellte, mit den Füssen im Ursprunge stehende Figur ausführen muss, damit ihr Gesicht, mit dem sie anfänglich nach der positiven X-Richtung zugekehrt ist, schliesslich in Folge der Drehung nach der positiven Y-Richtung gewendet sei.

In diesem Sinne ist dann ersichtlicherweise auch sowohl die Drehung von der positiven Z-Richtung aus nach der positiven X-Richtung — bezüglich der positiven Y-Richtung — als auch die Drehung von der positiven Y-Richtung aus nach der positiven Z-Richtung — bezüglich der positiven X-Richtung — eine positive.

Der in der Einleitung erörterten Anschauungsweise gemäss findet zunächst bei der allgemeinen Bewegung eines starren Körpers eine componentale Rotation desselben um eine beliebig zu wählende materielle Schwerpunktsaxe R statt. Die Richtcosinus der später festzustellenden positiven Richtung dieser materiellen Rotationsaxe seien mit a, b, c bezeichnet.

Ausser dieser Rotation des starren Körpers findet jedoch wegen der stetigen Änderung der absoluten Lage der Axe R eine Bewegung der letzteren Axe selbst statt, die sich gleichfalls als eine gleichzeitig mit und neben der ersterwähnten Rotation des Körpers vor sich gehende, jedoch von derselben unabhängige Rotationsbewegung betrachten lässt.

Mag nämlich die rotirende Bewegung des ganzen Systems um den Schwerpunkt wie immer geartet sein, so durchläuft die Axe R, da der Schwerpunkt als fix gedacht werden kann, gleichzeitig im Allgemeinen eine ideelle Kegelfläche, deren Spitze der Schwerpunkt ist. Nach Verlauf des der Zeit t unmittelbar folgenden unendlich kleinen Zeitelementes dt nimmt die Axe R in dieser Kegelfläche die Richtung $(a+da,\ b+db,\ c+dc)$ ein, die mit der benachbarten Anfangsrichtung $(a,\ b,\ c)$ den

Digitized by Google

positiven Winkel $d\varphi$ einschliesst, und zwar bewegt sie sich in diesem Zeittheilchen dt in der durch die Richtung (a, b, c) an die Kegelfläche gelegten Tangentialebene. Es findet demnach in dem Zeitelemente dt eine rotirende Bewegung der Axe R selbst um die durch den Schwerpunkt gelegte Normale K der besagten Tangentialebene — entsprechend dem Rotationswinkel $d\varphi$ — statt. Diese demgemäss als Rotationsaxe der Axenbewegung fungirende Normale K führt den Namen „Kippaxe". Da dieselbe während der Bewegung des Körpers nicht nur im Allgemeinen ihre absolute Lage im Raume, sondern auch ihre relative Lage im Körper ändert, so ist sie im Allgemeinen, zum Unterschiede von der materiellen Axe R, eine „ideelle" Axe.

Zur positiven Richtung der Kippaxe wählen wir jene, bezüglich welcher die besagte thatsächlich stattfindende Drehung der positiven Richtung der Axe R um den Winkel $d\varphi$ als eine positive erscheint. Bezeichnet man die Richtcosinus dieser Richtung mit a', b', c', so sind dieselben bekanntlich durch die Relationen bestimmt:

$$a' = \frac{b\frac{dc}{dt} - c\frac{db}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}}$$

$$b' = \frac{c\frac{da}{dt} - a\frac{dc}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}} \qquad 1)$$

$$c' = \frac{a\frac{db}{dt} - b\frac{da}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}}$$

Dass in diesen Gleichungen der Nenner nicht negativ genommen werden darf, erhellt aus folgender Betrachtung: Bringt man statt der Differentiale da, db, dc, $d\varphi$ die entsprechenden endlichen Änderungen Δa, Δb, Δc, $\Delta\varphi$ in Rechnung, d. h. lässt man die Richtung (a, b, c) statt in die unmittelbar benachbarte Richtung $a+da$, $b+db$, $c+dc$ in die weiter entfernte gleichfalls in der Tangentialebene gelegene Richtung $a+\Delta a$, $b+\Delta b$, $c+\Delta c$, die gegen die erstere unter dem endlichen Winkel $\Delta\varphi$ geneigt

Digitized by Google

ist, übergehen, so entspricht, wie bekannt, der Richtcosinus c' der Normalen der beiden Richtungen der Doppelgleichung:

$$c' = \frac{a(b+\Delta b) - b(a+\Delta a)}{\pm \sin \Delta\varphi} \tag{2}$$

Der obigen Voraussetzung gemäss soll die Drehung von der Richtung (a, b, c) aus nach der Richtung $(a+\Delta a, b+\Delta b, c+\Delta c)$ um den positiven Winkel $\Delta\varphi$ — bezüglich der Richtung (a', b', c') — eine positive sein; es müsste somit, wenn die erstere Richtung in einem speciellen Falle die positive X-Richtung und die zweite die positive Y-Richtung wäre, — zufolge des früher aufgestellten Begriffes der positiven Drehung — die letztere Richtung (a', b', c') die positive Z-Richtung und $\Delta\varphi = +\frac{\pi}{2}$ sein. Daher müssen die zugehörigen Werthe $a=1$, $b=0$, $a+\Delta a=0$, $b+\Delta b=1$, $c'=1$ und $\Delta\varphi=\frac{\pi}{2}$ die Relation 2) befriedigen, was nur für das obere, nämlich positive Zeichen des Nenners $\sin\Delta\varphi$ möglich ist. Dass nun durch Übergang auf Differentialquotienten die Gleichung 2) in die letzte der Gleichungen 1) direct übergeht, somit der Nenner $\frac{d\varphi}{dt}$ in dieser, demnach auch in den beiden anderen der Gleichungen 1) nicht ein negatives Qualitätszeichen erhalten kann, ist sofort ersichtlich.

Ausser den beiden behandelten Schwerpunktsaxen R und K, die sich unmittelbar aus der Art der betrachteten Bewegung ergeben haben, wählen wir dem rechtwinkligen Coordinatensysteme entsprechend noch eine dritte, im Allgemeinen ideelle Schwerpunktsaxe, die auf den beiden ersteren senkrecht steht, und die den Namen „Nebenaxe" führen und mit N bezeichnet sein soll. Ihre positive Richtung, deren Richtcosinus (a'', b'', c'') seien, sei derart gewählt, dass die Drehung von der positiven Richtung der Axe K nach der positiven Richtung der Axe N — bezüglich der positiven Richtung der Axe R — eine positive sei. Wegen der normalen Lage der drei genannten Schwerpunktsaxen ist

Digitized by Google

$$a'' = \pm (bc' - b'c)$$

$$b'' = \pm (ca' - c'a)$$

$$c'' = \pm (ab' - a'b)$$

Da zufolge der Wahl der positiven Richtung der Axe N und des Begriffes der positiven Drehung den besonderen Werthen $a=0$, $c=1$, $a'=1$, $c'=0$ der Werth $b''=1$ entsprechen müsste, so kann in der zweiten der drei letzteren Doppelgleichungen, somit auch in den beiden anderen nur das obere positive Zeichen Giltigkeit haben, und es ist daher

$$\begin{aligned} a'' &= bc' - b'c \\ b'' &= ca' - c'a \\ c'' &= ab' - a'b \end{aligned} \qquad 3)$$

Durch Substitution der Werthe von a', b', c' aus 1) in diese Gleichungen ergeben sich mit Berücksichtigung der Gleichung $a^2+b^2+c^2=1$ die Werthe

$$\begin{aligned} a'' &= -\frac{\frac{da}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}} = -\frac{da}{d\varphi} \\ b'' &= -\frac{\frac{db}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}} = -\frac{db}{d\varphi} \\ c'' &= -\frac{\frac{dc}{dt}}{\frac{d\varphi}{dt}} = -\frac{dc}{d\varphi} \end{aligned} \qquad 4)$$

Nachdem nun die für die Bewegung des Körpers massgebenden Schwerpunktsaxen K und N ihrer relativen Lage und Richtung nach genau bestimmt worden sind, ist es möglich, in die nähere Betrachtung der einzelnen Bewegungsmomente einzugehen.

Wie aus der durchgeführten Untersuchung erhellt, ist die Lage der Axen K und N blos durch die jeweilige Lage und den Bewegungszustand der Axe R bestimmt, und da sich die letzteren Umstände stetig ändern, so findet auch eine stetige

Digitized by Google

Änderung der Lagen der beiden ersteren Axen, somit eine blos von der Eigenbewegung der Axe R abhängige Bewegung des betrachteten Schwerpunktsaxensystems statt. Von dieser Bewegung des Axensystems wollen wir die zu gleicher Zeit in Bezug auf dieses Axensystem R, K, N im Allgemeinen vor sich gehende, demnach blos relative Rotation des starren Körpers um die materielle Axe R, die künftighin Kürze halber mit dem Namen „selbstständige Rotation" des Körpers bezeichnet werden soll, trennen. Zugleich sei die früher unentschieden gelassene positive Richtung der Axe R derart gewählt, dass bezüglich derselben die selbstständige Rotation des Körpers als eine positive Drehung erscheint.

Demgemäss kann man, da die Ebene der Axen K und N stets parallel zur Bahn der materiellen Punkte des Körpers bleibt, als relativen Rotationswinkel eines beliebigen materiellen Punktes M des Systems jenen positiven Winkel ϑ betrachten, den der Radius vector r des Punktes M — d. i. die von M auf die materielle Rotationsaxe R geführte Normale, die eine materielle Gerade ist und wegen der Starrheit des Systems einen unveränderlichen Werth hat, so dass $\frac{dr}{dt} = 0$ ist — etwa mit der positiven Richtung der Kippaxe K einschliesst. Es ist somit ϑ der Projectionswinkel des Radius vector r — auf die Kippaxe als Projectionsaxe bezogen — wobei man sich den Winkel ϑ, damit ϑ — entsprechend der früheren Wahl der positiven Richtung der Axe R — mit der Zeit zunehme, durch eine — bezüglich der positiven Richtung der Axe R — positive Drehung von der positiven Richtung der Kippaxe aus entstanden denken muss. Bezeichnet man demnach mit

$\begin{matrix} p \\ q \end{matrix}$ die algebraischen Werthe d. Projectionen von r auf die $\begin{matrix} \text{Kippaxe} \\ \text{Nebenaxe,} \end{matrix}$

so ist offenbar

$$\begin{aligned} p &= r \cos \vartheta \\ q &= r \sin \vartheta \end{aligned} \qquad 5)$$

Dass dann die relative Winkelgeschwindigkeit η — die Winkelgeschwindigkeit der selbstständigen Rotation —,

Digitized by Google

die wir kurzweg selbstständige Rotationsgeschwindigkeit des starren Körpers nennen wollen, durch

$$\eta = \frac{d\vartheta}{dt} \tag{6}$$

und zwar, da nach Obigem ϑ mit der Zeit zunimmt, ihrem absoluten Zahlwerthe nach, ferner die relative Winkelbeschleunigung durch $\frac{d\eta}{dt} = \frac{d^2\vartheta}{dt^2}$, und zwar auch ihrem algebraischen Werthe nach bestimmt sei, ist sofort klar.

Wir wollen nun zur Erörterung der von der selbstständigen Rotation des Körpers völlig unabhängigen Bewegung des Axensystems R, K, N übergehen.

Es findet in dieser Beziehung zunächst, wie früher auseinandergesetzt wurde, eine rotirende Bewegung der Axe R um die Kippaxe K, und zwar, da in der Zeit dt die Richtung der Axe R sich um den positiven Winkel $d\varphi$ geändert hat, mit der stets positiven Winkelgeschwindigkeit $\gamma = \frac{d\varphi}{dt}$ vor sich, welch' letztere Winkelgeschwindigkeit γ Kürze halber „Kippgeschwindigkeit" benannt werden möge. Diese ist, da während der Zeit dt die Richtung a, b, c in die Richtung $a+da$, $b+db$, $c+dc$ übergeht, durch den Werth bestimmt:

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dt} = +\sqrt{\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc}{dt}\right)^2} \tag{7}$$

Die Kippbeschleunigung hat entsprechend den Werth $\frac{d\gamma}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$, der bald positiv, bald negativ sein kann.

Aber auch die Kippaxe K hat im Allgemeinen keine constante Lage, da sich nach 1) die Richtcosinus a', b', c' derselben mit der Zeit ändern; auch die Kippaxe beschreibt, da der in derselben gelegene Schwerpunkt als fix angenommen werden kann, eine Kegelfläche, deren Spitze der Schwerpunkt ist, und rotirt aus Gründen, die den früheren analog sind, in dem Zeitelemente dt in der durch die Richtung a', b', c' gelegten Tangentialebene dieser Kegelfläche um einen Rotationswinkel, des-

Digitized by Google

sen absoluter Werth mit $d\psi$ bezeichnet sei. Nimmt man als positive Richtung der als Drehaxe dieser Rotation fungirenden Normalen dieser Tangentialebene jene Richtung an, bezüglich welcher die in der Zeit dt stattfindende Drehung um den Winkel $d\psi$ als positiv erscheint, so sind die Richtcosinus derselben A, B, C und der absolute Werth der Winkelgeschwindigkeit dieser Drehung $\frac{d\psi}{dt}$ aus Gründen, die den bei 1) und 7) angeführten analog sind, durch die Gleichungen gegeben:

$$A = \frac{b'\frac{dc'}{dt} - c'\frac{db'}{dt}}{\frac{d\psi}{dt}}$$

$$B = \frac{c'\frac{da'}{dt} - a'\frac{dc'}{dt}}{\frac{d\psi}{dt}} \qquad 8)$$

$$C = \frac{a'\frac{db'}{dt} - b'\frac{da'}{dt}}{\frac{d\psi}{dt}}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = +\sqrt{\left(\frac{da'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db'}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc'}{dt}\right)^2} \qquad 9)$$

Es handelt sich nun darum, den Werth von A, B, C durch die ursprünglichen Richtcosinus a, b, c auszudrücken. Dazu diene folgendes Verfahren:

Aus den Gleichungen 1) folgt unmittelbar:

$$\left.\begin{aligned} a'\frac{da}{dt} + b'\frac{db}{dt} + c'\frac{dc}{dt} &= 0 \\ a'a + b'b + c'c &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad 10)$$

Durch Differentiation dieser Gleichungen ergeben sich aus denselben, wenn man Kürze halber mit k die Summe

$$k = a'\frac{d^2a}{dt^2} + b'\frac{d^2b}{dt^2} + c'\frac{d^2c}{dt^2} \qquad 11)$$

Digitized by Google

bezeichnet, die Relationen

$$
\left.\begin{aligned}
-k &= \frac{da}{dt}\frac{da'}{dt}+\frac{db}{dt}\frac{db'}{dt}+\frac{dc}{dt}\frac{dc'}{dt} \\
a\frac{da'}{dt} &+ b\frac{db'}{dt}+c\frac{dc'}{dt}=0
\end{aligned}\right\} \quad 12)
$$

Berücksichtigt man nun, dass $a'^2+b'^2+c'^2=1$, somit

$$a'\frac{da'}{dt}+b'\frac{db'}{dt}+c'\frac{dc'}{dt}=0$$

ist, so lässt sich aus der letzteren und der zweiten Gleichung in 12) folgern:

$$\frac{\frac{da'}{dt}}{bc'-b'c}=\frac{\frac{db'}{dt}}{ca'-c'a}=\frac{\frac{dc'}{dt}}{ab'-a'b}$$

welche Relation zufolge 3) und 4) übergeht in:

$$\frac{\frac{da'}{dt}}{\frac{da}{dt}}=\frac{\frac{db'}{dt}}{\frac{db}{dt}}=\frac{\frac{dc'}{dt}}{\frac{dc}{dt}}$$

Diese letzteren Verhältnisse kommen auch dem aus denselben abgeleiteten Verhältnisse

$$\frac{\frac{da}{dt}\frac{da'}{dt}+\frac{db}{dt}\frac{db'}{dt}+\frac{dc}{dt}\frac{dc'}{dt}}{\left(\frac{da}{dt}\right)^2+\left(\frac{db}{dt}\right)^2+\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}\,.$$

gleich, so dass mit Rücksichtnahme auf 12) und 7) sich die Werthe ergeben:

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{da'}{dt} &= -\frac{k}{\gamma^2}\frac{da}{dt} \\
\frac{db'}{dt} &= -\frac{k}{\gamma^2}\frac{db}{dt} \\
\frac{dc'}{dt} &= -\frac{k}{\gamma^2}\frac{dc}{dt}
\end{aligned}\right\} \quad 13)
$$

Digitized by Google

Aus den in 1) und 13) ausgedrückten Werthen lassen sich, da $a^2+b^2+c^2=1$, und somit auch

$$a\frac{da}{dt}+b\frac{db}{dt}+c\frac{dc}{dt}=0$$

ist, nach Einführung des Werthes 7) folgende Werthe ableiten:

$$\begin{aligned} b'\frac{dc'}{dt}-c'\frac{db'}{dt} &= a\frac{k}{\gamma} \\ c'\frac{da'}{dt}-a'\frac{dc'}{dt} &= b\frac{k}{\gamma} \\ a'\frac{db'}{dt}-b'\frac{da'}{dt} &= c\frac{k}{\gamma} \end{aligned} \qquad 14)$$

Führt man ebenso die Werthe aus 13) und 7) in 9) ein, so findet man

$$\frac{d\psi}{dt}=+\sqrt{\frac{k^2}{\gamma^2}}$$

Da nun γ nach 7) positiv ist, so folgt, wenn man mit (k) den absoluten Zahlwerth der Summe k aus 11) bezeichnet,

$$\frac{d\psi}{dt}=\frac{(k)}{\gamma} \qquad 15)$$

Substituirt man die Werthe 14) und 15) in die Gleichung 8), so lässt sich die Folgerung erschliessen: Es ist $A=+a$, $B=+b$, $C=+c$, wenn k positiv, dagegen $A=-a$, $B=-b$, $C=-c$, wenn k negativ ist.

Es rotirt demnach in allen Fällen die Kippaxe K um die Axe R, nur ist entweder die positive Richtung ABC der Drehaxe dieser Drehung — identisch mit der positiven Richtung der Axe R, oder der letzteren entgegengesetzt, je nachdem k positiv oder negativ ist. Zufolge der früheren Wahl der positiven Richtung der Axe R heisst dies so viel, als: Es findet die Drehung der Kippaxe K um die Axe R in demselben Sinne, wie die selbstständige Rotation des Körpers statt, wenn k

Digitized by Google

positiv, im entgegengesetzten Sinne dagegen, wenn k negativ ist.

Um die geometrische Bedeutung des durch 11) bestimmten, hier massgebenden Werthes von k zu ermitteln, denke man sich um den Schwerpunkt G als Mittelpunkt eine beliebige Kugelfläche gelegt. Der Radius derselben sei D. Diese Kugelfläche durchschneidet die früher besprochene Kegelfläche, welche die Axe R im Allgemeinen während ihrer Bewegung beschreibt, in einer Curve doppelter Krümmung, und zwar ist, wenn man mit x, y, z die auf ein Axensystem, dessen Ursprung der Schwerpunkt ist, und dessen Axen parallel und gleichgerichtet zu den Axen des fixen orthogonalen Axensystems sind, bezogenen laufenden Coordinaten des in jener Kegelseite, welche die der Zeit t entsprechende Lage der Axe R hat, liegenden Punktes M der Curve bezeichnet,

$$x = Da$$
$$y = Db \qquad 16)$$
$$z = Dc$$

Bedeutet ρ den absoluten Zahlwerth des ersten Krümmungshalbmessers für den Punkt M der Curve und bezeichnen λ, μ, ν die Richtwinkel der positiven Richtung dieses Hauptkrümmungshalbmessers, d. i. der Richtung vom Punkte M aus nach dem Krümmungsmittelpunkte, so ist

$$\cos\lambda = \rho\,\frac{d^2x}{ds^2}$$
$$\cos\mu = \rho\,\frac{d^2y}{ds^2} \qquad 17)$$
$$\cos\nu = \rho\,\frac{d^2z}{ds^2}$$

und

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2$$

Führt man die Werthe aus 16) in die letzte Gleichung ein, so findet man mit Berücksichtigung von 7), da γ positiv ist,

Digitized by Google

$$\frac{ds}{dt} = D\gamma$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = D\frac{d\gamma}{dt} \tag{18)}$$

Da nun

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{ds} \cdot \frac{ds}{dt}$$

somit auch

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x}{ds^2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + \frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{ds}{dt}} \cdot \frac{d^2s}{dt^2}$$

ist, so ist auch

$$\frac{d^2x}{ds^2} = \frac{\frac{d^2x}{dt^2}\frac{ds}{dt} - \frac{dx}{dt}\frac{d^2s}{dt^2}}{\left(\frac{ds}{dt}\right)^3}$$

Durch Substitution der Werthe 16) und 18) in die letzte Gleichung ergibt sich

$$\frac{d^2x}{ds^2} = \frac{\gamma\frac{d^2a}{dt^2} - \frac{da}{dt}\frac{d\gamma}{dt}}{D \cdot \gamma^3}$$

somit, wenn man diesen und die analog zu bestimmenden Werthe von $\frac{d^2y}{ds^2}$, $\frac{d^2z}{ds^2}$ in 17) substituirt:

$$\begin{aligned}
\cos\lambda &= \frac{\rho}{D} \cdot \frac{\gamma\frac{d^2a}{dt^2} - \frac{da}{dt}\frac{d\gamma}{dt}}{\gamma^3} = -\frac{\rho}{D} \cdot \frac{\frac{da''}{dt}}{\gamma} \\
\cos\mu &= \frac{\rho}{D} \cdot \frac{\gamma\frac{d^2b}{dt^2} - \frac{db}{dt}\frac{d\gamma}{dt}}{\gamma^3} = -\frac{\rho}{D} \cdot \frac{\frac{db''}{dt}}{\gamma} \\
\cos\nu &= \frac{\rho}{D} \cdot \frac{\gamma\frac{d^2c}{dt^2} - \frac{dc}{dt}\frac{d\gamma}{dt}}{\gamma^3} = -\frac{\rho}{D} \cdot \frac{\frac{dc''}{dt}}{\gamma}
\end{aligned} \tag{19)}$$

Digitized by Google

Bezeichnet man den Winkel, den die positive Richtung der Kippaxe K, deren Richtcosinus a', b', c' sind, mit der positiven Richtung des Krümmungshalbmessers einschliesst, mit θ, so ist

$$\cos\theta = a'\cos\lambda + b'\cos\mu + c'\cos\nu$$

oder nach Einführung der Werthe aus 19) mit Rücksichtnahme auf die erste Gleichung in 10)

$$\cos\theta = \frac{\rho}{D}\cdot\frac{a'\frac{d^2a}{dt^2}+b'\frac{d^2b}{dt^2}+c'\frac{d^2c}{dt^2}}{\gamma^2}$$

somit zufolge des Werthes k in 11)

$$\cos\theta = \frac{\rho}{D}\cdot\frac{k}{\gamma^2}$$

und

$$k = \frac{D}{\rho}\cdot\gamma^2.\cos\theta \qquad 20)$$

woraus die geometrische Bedeutung des k sofort erhellt.

Das Qualitätszeichen von k, auf das es Früherem zufolge vorzugsweise ankömmt, hängt nach 20), da D und ρ absolute Zahlwerthe sind, lediglich von dem Winkel θ ab. Da nun nach Obgesagtem die positive Richtung des Krümmungshalbmessers vom laufenden Punkte M nach dem Krümmungsmittelpunkte hin geht, somit in die concave Seite der von der positiven Richtung der Axe R zur Zeit dt durchlaufenen Flächenelementes der besprochenen Kegelfläche fällt, so ist der Winkel θ dann ein spitzer, somit $\cos\theta$, daher auch zufolge 20) k positiv, wenn auch die positive Hälfte der Kippaxe K auf die concave Seite des besagten Kegelflächensectors fällt; dagegen k der Gleichung 20) gemäss negativ, wenn θ stumpf, somit, wenn die positive Kippaxe auf die convexe Seite des Sectors fällt. Im ersteren Falle erfolgt früher Gesagtem zufolge die Drehung der Kippaxe in gleichem Sinne, wie die selbstständige Rotation des Körpers, in letzterem Falle im entgegengesetzten Sinne.

Fig. 1 und Fig. 2 soll das Besprochene für den besonderen Fall, wo die von der Axe R beschriebene Kegelfläche eine senk-

Digitized by Google

Fig. 1.

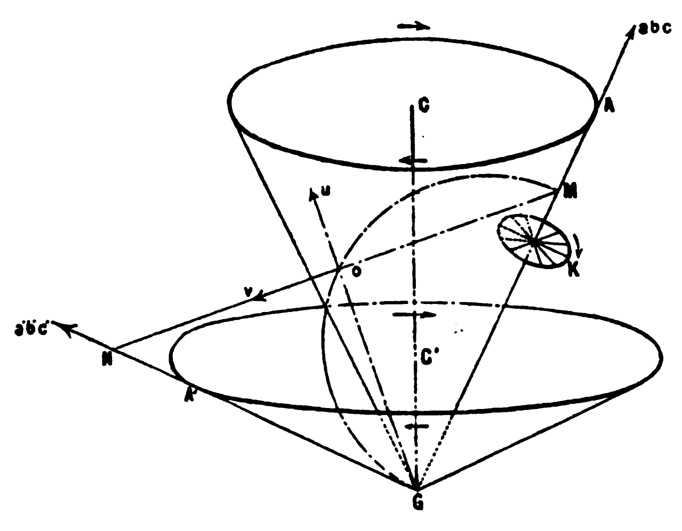


Fig. 2.

Digitized by Google

rechte circuläre Kegelfläche ist, veranschaulichen. Beide Figuren entstehen durch die Drehung des rechten Winkels AGA' um die Gerade CG. Die für sich rotirende Scheibe K (Fig. 1 und 2) repräsentire den rotirenden starren Körper, GA stelle die positive Richtung der materiellen Rotationsaxe R, GA' die positive Richtung der Kippaxe K vor. Die Fig. 1 entspricht einem positiven k, Fig. 2 einem negativen k. In Fig. 1 liegt GA' auf der concaven Seite, in Fig. 2 auf der convexen Seite des der Axe GA benachbarten conischen Sectors. Die beigesetzten Pfeile geben den Sinn der Rotation an. Als positive Drehung ist in der Zeichnung die von links nach rechts angenommen.

Will man nun, um eine Übereinstimmung mit der früheren Wahl der positiven Richtung der Axe R zu erzielen, auch für die Rotation der Kippaxe K, die mit einer Winkelgeschwindigkeit vor sich geht, deren absoluter Zahlwerth $\frac{d\psi}{dt}$ durch die Gleichung 15) bestimmt ist, die Richtung a, b, c der Axe R als positive Axenrichtung annehmen, so muss man entsprechend der dann möglichen positiven und negativen Drehung auch eine positive und negative Winkelgeschwindigkeit der Kippaxendrehung unterscheiden; die erstere findet statt im Falle eines positiven k, weil dann nach Früherem die Kippaxendrehung in demselben Sinne vor sich geht, wie die stets positive selbstständige Rotation des Körpers, negativ ist dagegen die Winkelgeschwindigkeit zu nehmen, wenn die Kippaxendrehung in entgegengesetzter Richtung erfolgt, also k negativ ist. Bezeichnet man diesen so bestimmten algebraischen Werth der Winkelgeschwindigkeit, die wir kurzweg „Kippaxengeschwindigkeit" nennen wollen, mit ω, so ist demnach für ein positives k: $k = +(k)$, $\omega = +\frac{d\psi}{dt}$, somit zufolge 15) $\omega = \frac{k}{\gamma}$ und für ein negatives k ist $k = -(k)$, $\omega = -\frac{d\psi}{dt}$, somit nach 15) auch $\omega = \frac{k}{\gamma}$, daher allgemein

$$\omega = \frac{k}{\gamma} \tag{21}$$

Digitized by Google

Die **Kippaxenbeschleunigung** ist entsprechend durch $\frac{d\omega}{dt}$ bestimmt.

Da den bisherigen Erörterungen zufolge um die Axe R im Allgemeinen zwei componentale Rotationen statthaben, nämlich eine **absolute** Drehung **des Schwerpunktsaxensystems** R, K, N mit der Winkelgeschwindigkeit ω und eine Drehung des starren Körpers **bezüglich dieses Axensystems** mit der **relativen** Winkelgeschwindigkeit η, wo die beiden Geschwindigkeitswerthe ω und η die der positiven Richtung der Axe R entsprechenden algebraischen Werthe haben, so ist die eigentliche **absolute Rotationsgeschwindigkeit** ν **des Körpers** um die Axe R — bezogen auf die positive Richtung derselben — durch die Summe der ersteren bestimmt, somit

$$\nu = \eta + \omega \tag{22}$$

Dass in der That die Kippaxe K, wie zu erwarten steht, mit der in der Einleitung besprochenen Axe der zweiten Rotationscomponente, die nämlich in der Ebene der Axe R und der augenblicklichen Rotationsaxe normal auf der ersteren gelegen ist, identisch sei, lässt sich leicht zeigen.

Bezeichnen nämlich p, q, r die componentalen Winkelgeschwindigkeiten des Körpers um die Axen eines mit dem Körper fest verbundenen orthogonalen Axensystems, somit um drei materielle Axen, als deren eine, und zwar die dem letzten Werthe r entsprechende, wir die Axe R selbst wählen können, so ist, wenn u, v, w, resp. u', v', w' die Richtcosinus der beiden anderen materiellen Axen — bezogen auf die Axen des ursprünglichen fixen Coordinatensystems X, Y, Z — sind, bekanntlich

$$\begin{aligned} p &= -u'\frac{da}{dt} - v'\frac{db}{dt} - w'\frac{dc}{dt} \\ q &= u\frac{da}{dt} + v\frac{db}{dt} + w\frac{dc}{dt} \\ r &= u'\frac{du}{dt} + v'\frac{dv}{dt} + w'\frac{dw}{dt} \end{aligned} \tag{23}$$

Digitized by Google

Die Richtcosinus d, e, f der augenblicklichen Axe, bezogen auf dasselbe Coordinatensystem, sind bekanntermassen bestimmt durch

$$
\left.\begin{aligned}
d &= \frac{up+u'q+ar}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \\
e &= \frac{vp+v'q+br}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \\
f &= \frac{wp+w'q+cr}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}
\end{aligned}\right\} \quad 24)
$$

Berücksichtigt man nun, dass wegen der orthogonalen Lage der materiellen Axen

$$
\begin{aligned}
a &= \pm(vw'-wv') \\
b &= \pm(wu'-uw') \\
c &= \pm(uv'-vu')
\end{aligned}
$$

ist, so ergibt die Substitution der Werthe 23) in die Gleichungen 24)

$$
\left.\begin{aligned}
d &= \frac{\pm\left(b\frac{dc}{dt}-c\frac{db}{dt}\right)+ar}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \\
e &= \frac{\pm\left(c\frac{da}{dt}-a\frac{dc}{dt}\right)+br}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \\
f &= \frac{\pm\left(a\frac{db}{dt}-b\frac{da}{dt}\right)+cr}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}}
\end{aligned}\right\} \quad 25)
$$

und demgemäss ist der Neigungswinkel $\varkappa$ der augenblicklichen Axe gegen die Axe R gegeben durch

$$
\cos\varkappa = ad+be+cf = \frac{r}{\sqrt{p^2+q^2+r^2}} \quad 26)
$$

Die in der Ebene der letzteren Axen (a, b, c) und (d, e, f) gelegene, auf der ersteren senkrechte Axe ist bekanntlich,

Digitized by Google

wenn (h, i, k) ihre Richtcosinus bedeuten, ihrer Lage nach durch die Relation bestimmt

$$\frac{h}{d-a\cos\varkappa}=\frac{i}{e-b\cos\varkappa}=\frac{k}{f-c\cos\varkappa}$$

Substituirt man in die letztere Doppelgleichung die Werthe aus 25) und 26), so ergibt sich zwischen den Werthen der Richtcosinus h, i, k der in der Einleitung besprochenen zweiten Drehaxe die Beziehung

$$\frac{h}{b\frac{dc}{dt}-c\frac{db}{dt}}=\frac{i}{c\frac{da}{dt}-a\frac{dc}{dt}}=\frac{k}{a\frac{db}{dt}-b\frac{da}{dt}}$$

Die Vergleichung dieser Werthe mit den Werthen a', b', c' in 1) lässt sofort erkennen, dass in der That diese Axe mit der Kippaxe identisch sei. Dass die Winkelgeschwindigkeit r mit ν in 22) identisch, daher $r=\gamma_{,}+w$ sei, dass ferner die Winkelgeschwindigkeit um die Kippaxe, die nach früherem durch

$$\gamma=+\sqrt{\left(\frac{da}{dt}\right)^2+\left(\frac{dq}{dt}\right)^2+\left(\frac{dc}{dt}\right)^2}$$

bestimmt ist, der aus p und q resultirenden Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{p^2+q^2}$ gleichkomme, dass demgemäss die resultirende Winkelgeschwindigkeit um die augenblickliche Axe

$$\sqrt{p^2+q^2+r^2}=\sqrt{(\gamma_{,}+\omega)^2+\gamma^2}$$

sei, und dass schliesslich die Neigungswinkel $\begin{cases}\varkappa\\ \varepsilon\\ \delta\end{cases}$ der augenblicklichen Axe gegen die Axe $\begin{cases}R\\ K\\ N\end{cases}$ durch

$$\begin{aligned}\cos\varkappa&=\frac{\gamma_{,}+\omega}{\sqrt{(\gamma_{,}+\omega)^2+\gamma^2}}\\ \cos\varepsilon&=\frac{\gamma}{\sqrt{(\gamma_{,}+\omega)^2+\gamma^2}}\end{aligned}\qquad 27)$$

Digitized by Google

$$\delta = \frac{\pi}{2}$$

bestimmt seien, ist theils sofort ersichtlich, theils mit Leichtigkeit aus früheren Formeln nachweisbar.

Es erübrigt schliesslich noch, der Vollständigkeit halber, die Bewegung der Nebenaxe N zu untersuchen.

Da die augenblickliche Rotationsaxe obigen Erörterungen zufolge in der Ebene der Axen R und K liegt, somit in jedem Momente auf der Nebenaxe N senkrecht steht, so findet absolut keine Rotation um die letztere statt. Auch die Nebenaxe, die im Allgemeinen eine ideelle Axe ist, beschreibt während ihrer Bewegung, die durch die Bewegung der beiden anderen Schwerpunktsaxen K und R vollkommen bestimmt ist, eine ideelle Kegelfläche, und durchläuft in dem Zeitelemente dt einen Winkel $d\varepsilon$, indem sie dabei um eine ideelle Rotationsaxe rotirt, deren positive, d. i. jene Richtung (Fig. 1 und 2), bezüglich deren die Nebenaxe im positiven Sinne sich dreht, die Richtwinkel A, B, Γ hat, die den Gleichungen entsprechen:

$$\cos \mathrm{A} = \frac{b'' \frac{dc''}{dt} - c'' \frac{db''}{dt}}{\frac{d\varepsilon}{dt}}$$

$$\cos \mathrm{B} = \frac{c'' \frac{da''}{dt} - a'' \frac{dc''}{dt}}{\frac{d\varepsilon}{dt}} \tag{28)}$$

$$\cos \Gamma = \frac{a'' \frac{db''}{dt} - b'' \frac{da''}{dt}}{\frac{d\varepsilon}{dt}}$$

wo $\frac{d\varepsilon}{dt}$ einen positiven und zwar den absoluten Werth der Winkelgeschwindigkeit α der Nebenaxe hat, der durch die Gleichung:

$$\alpha = \frac{d\varepsilon}{dt} = +\sqrt{\left(\frac{da''}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db''}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc''}{dt}\right)^2} \tag{29)}$$

bestimmt ist.

Digitized by Google

Um den letzteren Werth durch γ und ω auszudrücken, differenzire man die Gleichungen 3), führe dann statt $\frac{da'}{dt}, \frac{db'}{dt}, \frac{dc'}{dt}$, die Werthe aus 13), und statt a', b', c' die Werthe aus 1) ein. Es ergibt sich dann mit Berücksichtigung von 7) und 21)

$$\begin{aligned} \frac{da''}{dt} &= \gamma a - \omega a' \\ \frac{db''}{dt} &= \gamma b - \omega b' \\ \frac{dc''}{dt} &= \gamma c - \omega c' \end{aligned} \tag{30}$$

Substituirt man diese Werthe in die Gleichung 29), so findet man als Werth der Winkelgeschwindigkeit α der Nebenaxe

$$\alpha = \frac{d\varepsilon}{dt} = +\sqrt{\gamma^2 + \omega^2} \tag{31}$$

was sofort ersichtlich ist, wenn man bedenkt, dass die Winkelgeschwindigkeit α der ihrer jeweiligen Lage nach blos von der Bewegung der beiden anderen orthogonalen Schwerpunktsaxen abhängigen Nebenaxe sich als Resultirende der Winkelgeschwindigkeiten dieser beiden, also der Kippgeschwindigkeit γ und der Kippaxengeschwindigkeit ω ergeben müsse; es ist α die resultirende Winkelgeschwindigkeit der Bewegung des Axensystems ***R***, ***K***, ***N***.

Führt man die Werthe 30) und 4) in 28) und in die sich auf diese Weise ergebende Relation die Werthe 1) ein, so findet man für die Richtcosinus der positiven Halbaxe *Gu* der Nebenaxenrotation

$$\begin{aligned} \cos \mathrm{A} &= \frac{a'\gamma + a\omega}{\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}} \\ \cos \mathrm{B} &= \frac{b'\gamma + b\omega}{\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}} \\ \cos \Gamma &= \frac{c'\gamma + c\omega}{\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}} \end{aligned} \tag{32}$$

Digitized by Google

Diese Axe steht natürlicherweise als Rotationsaxe senkrecht auf der Nebenaxe, liegt somit in der Ebene der beiden anderen Schwerpunktsaxen, der Axe *R* und der Kippaxe *K*, und zwar ist ihre positive Richtung gegen die positive Richtung der ersteren geneigt unter dem Winkel σ, der der Gleichung genügt:

$$\cos\sigma = a\cos\mathrm{A} + b\cos\mathrm{B} + c\cos\Gamma = \frac{\omega}{\sqrt{\gamma^2+\omega^2}} \qquad 33)$$

Ist daher die Kippaxengeschwindigkeit ω positiv, wie in dem durch Fig. 1 dargestellten Falle, so ist der Winkel $\sphericalangle AGu = \sigma$ ein spitzer, dagegen, wenn ω negativ ist, wie in Fig. 2, so ist $\sphericalangle AGu = \sigma$ ein stumpfer Winkel. — Es dürfte nicht überflüssig erscheinen, ausdrücklich zu erwähnen, dass man sich hier und durchwegs in der Folge, da die Untersuchung ganz allgemein geführt ist, in Fig. 1 und 2 statt der senkrechten Kegelfläche eine beliebige conische Fläche substituirt denken müsse, wenn nicht das Gegentheil ausdrücklich hervorgehoben ist.

Eine interessante Beziehung, die nicht unerwähnt bleiben soll, besteht allgemein zwischen der Lage der Axe *Gu* und der Lage des früher als Hilfslinie eingeführten Krümmungshalbmessers ρ, dessen Richtwinkel λ, μ, ν durch 19) bestimmt sind, wie auch zwischen dem Werthe des ρ und den Winkelgeschwindigkeiten γ, ω und α.

Zunächst ist leicht nachzuweisen, dass der Krümmungshalbmesser senkrecht auf der Nebenaxe, somit mit *Gu* (Fig. 1 und 2) zugleich in der Ebene der beiden anderen Schwerpunktsaxen, nämlich der materiellen Rotationsaxe *GA* und der Kippaxe *GA'* gelegen, und dass die positive Richtung *Mv* des Krümmungshalbmessers gegen *GA* unter einem stumpfen Winkel $\sphericalangle AMv = \beta$ geneigt sei; denn es bestehen, wenn δ den Neigungswinkel der Nebenaxe gegen den Krümmungshalbmesser bezeichnet, die Gleichungen

$$\cos\delta = a''\cos\lambda + b''\cos\mu + c''\cos\nu$$

$$\cos\beta = a\ \cos\lambda + b\ \cos\mu + c\ \cos\nu$$

daher, wenn man früher bestimmte Werthe einführt,

Digitized by Google

$$\cos\delta = 0$$

$$\cos\beta = -\frac{\rho}{D} \qquad 34)$$

Die erste dieser Gleichungen lässt erkennen, dass in der That der Krümmungshalbmesser in der Ebene der Axen GA und GA' liegt, die zweite dagegen, dass, da ρ und D absolute Zahlwerthe bedeuten, $\cos\beta$ negativ, daher $\sphericalangle AMv = \beta$ in Fig. 1 und 2 stumpf sei.

Bezeichnet man nun den Neigungswinkel des Krümmungshalbmessers gegen die Axe Gu mit Φ, so ist

$$\cos\Phi = \cos\lambda . \cos A + \cos\mu \cos B + \cos\nu . \cos\Gamma$$

oder nach Substituirung früherer Werthe

$$\cos\Phi = 0$$

Es steht daher die Richtung des Krümmungshalbmessers Mv in der Ebene AGA' senkrecht auf der Axe Gu im Durchschnittspunkte O, woraus nebenbei folgt, dass, mag der Kugelradius $D = GM$ was immer für einen Werth haben, demnach für alle Punkte der Axe R die Krümmungshalbmesser in einem beliebigen Momente zu einander parallel sind. Da ferner zufolge 34)

$$\cos \sphericalangle AMv = \cos\beta = -\frac{\rho}{D}$$

so ist

$$MO = GM . \cos GMv = -D \cos AMv = \rho;$$

somit ist der Durchschnittspunkt O selbst der Krümmungsmittelpunkt, und die Axe Gu daher der geometrische Ort aller den Punkten der Axe R zugehörigen Krümmungsmittelpunkte.

Um den Krümmungshalbmesser ρ durch die Winkelgeschwindigkeiten γ und ω auszudrücken, ist nur zu erwägen, dass die Kippaxe K und die Axe R in der Ebene des ersteren auf einander senkrecht stehen, dass somit die Winkel θ der Gleichung 20) und β in 34) der Relation genügen müssen:

$$\cos\theta^2 + \cos\beta^2 = 1$$

Digitized by Google

Substituirt man für $\cos\theta$ und $\cos\beta$ die aus 20) und 34) sich ergebenden Werthe und für k den Werth aus 21), so findet man:

$$\frac{\rho^2 \omega^2}{D^2 \gamma^2} + \frac{\rho^2}{D^2} = 1,$$

somit

$$\frac{\rho}{D} = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}} \tag{35}$$

Verlängert man den Krümmungshalbmesser MO bis zum Durchschnitte N mit der Kippaxe (Fig. 1 und 2) und bezeichnet mit (ω) den absoluten Zahlwerth der Kippaxengeschwindigkeit, so lässt sich auf Grund der Gleichung 35) leicht folgende bemerkenswerthe Relation ableiten:

$$\frac{MG}{\gamma} = \frac{NG}{(\omega)} = \frac{MN}{+\sqrt{\gamma^2 + \omega^2}} \tag{36}$$

d. h. die Seiten des rechtwinkeligen Dreiecks MGN sind den Winkelgeschwindigkeiten des Axensystems um die auf denselben senkrecht stehenden Drehaxen direct proportionirt.

Für den besonderen Fall, dass die materielle Rotationsaxe R bei ihrer Bewegung eine senkrechte Kegelfläche erzeugt, liegen bekanntlich alle Krümmungsmittelpunkte in der Axe GC der Kegelfläche, und die Axe Gu ist demzufolge dann mit GC identisch. Es rotirt demnach in diesem Falle die ideelle Nebenaxe N in einer Ebene, die auf der Axe des Kegels im Schwerpunkte G senkrecht steht. Ferner ist dann $\frac{\rho}{D} = \sin AGC$, somit zufolge 35)

$$(\omega) = \gamma \operatorname{cotg} AGC \tag{37}$$

Als Winkelgeschwindigkeit α der resultirenden Drehung des Axensystems R, K, L um die Axe GC der Kegelfläche findet man in diesem Falle nach der Substitution von 37) in 31)

$$\alpha = \frac{\gamma}{\sin AGC} \tag{38}$$

was übrigens schon eine einfache Überlegung erkennen liesse.

Digitized by Google

B.

Wir gehen nun über zur Berechnung der zur Erzeugung der in (*A*) betrachteten allgemeinen Bewegungsform nothwendigen resultirenden Kräftepaare, deren Axen einzeln die Richtung der Schwerpunktsaxen *RKN* haben. Zu diesem Zwecke legen wir zunächst durch den Schwerpunkt *G* als Ursprung ein orthogonales Coordinatensystem, dessen Axen mit den Axen des ursprünglichen fixen Coordinatensystems, das bisher stets zu Grunde gelegt war, parallel und gleichgerichtet sind, so dass abc, $a'b'c$, $a''b''c''$ auch die Richtcosinus der Axen *R*, *K*, *N* bezüglich dieses neuen Coordinatensystems sind. Die Coordinaten eines beliebigen materiellen Punktes *M* des festen Körpers von der Masse dm, bezogen auf das letztere System, seien mit xyz bezeichnet. Bezeichnen nun M_x, M_y, M_z die algebraischen Werthe der Momente jener partiellen resultirenden Kräftepaare, deren Axen einzeln die positive oder negative Richtung der Axen x, y, z haben, je nachdem die entsprechenden Werthe von M_x, M_y, M_z positiv oder negativ sind, in welch' ersterem Falle die im $\begin{matrix}\text{positiven}\\\text{negativen}\end{matrix}$ Sinne vor sich gehende componentale Drehung um die entsprechende Axe durch die auf den Körper einwirkenden Kräfte $\begin{matrix}\text{beschleunigt}\\\text{verzögert}\end{matrix}$, in letzterem Falle dagegen (wenn das Moment negativ ist) $\begin{matrix}\text{verzögert}\\\text{beschleunigt}\end{matrix}$ wird, so ist bekanntlich

$$
\begin{aligned}
M_x &= \int\left(y\frac{d^2z}{dt^2} - z\frac{d^2y}{dt^2}\right).\,dm \\
M_y &= \int\left(z\frac{d^2x}{dt^2} - x\frac{d^2z}{dt^2}\right).\,dm \qquad 39) \\
M_z &= \int\left(x\frac{d^2y}{dt^2} - y\frac{d^2x}{dt^2}\right).\,dm
\end{aligned}
$$

wo sich die Integration auf den ganzen Körper erstreckt.

Digitized by Google

Man wähle nun die Kippaxe K zur x'-Axe, die Nebenaxe N zur y'-Axe und die materielle Rotationsaxe R zur z'-Axe eines zweiten, demgemäss variablen Coordinatensystems und nehme zur positiven Richtung der Coordinatenaxen die positive Richtung der entsprechenden Schwerpunktsaxen R, K, N an, welch' letzteres offenbar gestattet ist, da die positive Richtung der Nebenaxe N gleich zu Anfang derart gewählt wurde, dass die Drehung von der positiven Richtung der Axe K — der jetzigen x'-Axe — nach der positiven Richtung der Axe N — der neuen y'-Axe — bezüglich der positiven Richtung der Axe R — der neuen z'-Axe — eine positive sei, daher eine vollkommene Übereinstimmung der gegenseitigen Lage der positiven Halbaxen des $x'y'z'$-Systems mit der gleich zu Anfang erörterten gegenseitigen Lage des ursprünglichen XYZ-Systems, daher auch des gleichgerichteten xyz-Systems stattfindet. Bezeichnet man demgemäss mit $x'y'z'$ die Coordinaten des materiellen Elementes dm, bezogen auf dies neue System, so gelten die Transformationsgleichungen

$$\begin{aligned} x &= a'x' + a''y' + a\,z' \\ y &= b'x' + b''y' + b\,z' \\ z &= c'x' + c''y' + c\,z' \end{aligned} \qquad 40)$$

Der constante in 5) mit r bezeichnete Radius vector des Punktes M, d. i. die senkrechte Entfernung desselben von der z'-Axe, hat offenbar zu seiner Projection auf die $\frac{\text{Kippaxe}}{\text{Nebenaxe}}$, die in 5) mit $\frac{p}{q}$ bezeichnet wurde, die $\frac{\text{Abscisse } x'}{\text{Ordinate } y'}$; es geht somit die Gleichung 5) über in

$$\begin{aligned} x' &= r\cos\vartheta \\ y' &= r\sin\vartheta \end{aligned} \qquad 41)$$

Da der Körper als ein absolut starres System materieller Punkte zu betrachten ist, so steht die Rotationsebene der selbstständigen Rotation des Punktes M senkrecht auf der materiellen Axe R, ist somit zur $x'y'$-Ebene parallel; es ändert sich daher

Digitized by Google

der Werth des z' während der Bewegung nicht, so dass $\frac{dz'}{dt} = 0$ ist. Die Differenzirung von 41) gibt

$$\frac{dx'}{dt} = -r \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}$$

$$\frac{dy'}{dt} = r \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt}$$

oder wenn man frühere Werthe substituirt

$$\begin{aligned} \frac{dx'}{dt} &= -y' \eta \\ \frac{dy'}{dt} &= x' \eta \\ \frac{dz'}{dt} &= 0 \end{aligned} \tag{42}$$

Wegen der orthogonalen Lage der einzelnen Axen des $x'y'z'$-Systems ist

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 + c^2 &= 1 \\ a'^2 + b'^2 + c'^2 &= 1 \\ a''^2 + b''^2 + c''^2 &= 1 \\ a\,a' + b\,b' + c\,c' &= 0 \\ a\,a'' + b\,b'' + c\,c'' &= 0 \\ a'\,a'' + b'\,b'' + c'\,c'' &= 0 \end{aligned} \tag{43}$$

Mit Berücksichtigung dieser Werthe und der Werthe für $a'' b'' c''$ der Gleichungen 3) lassen sich leicht folgende Gleichungen herleiten:

$$\begin{aligned} a &= b'c'' - c'b'' \\ b &= c'a'' - a'c'' \\ c &= a'b'' - b'a'' \\ a' &= c\,b'' - b\,c'' \\ b' &= a\,c'' - c\,a'' \\ c' &= b\,a'' - a\,b'' \end{aligned} \tag{44}$$

Differenzirt man nun die Gleichungen 40), bildet dann die Differenzen

$$X=y\frac{dz}{dt}-z\frac{dy}{dt},\quad Y=z\frac{dx}{dt}-x\frac{dz}{dt},\quad Z=x\frac{dy}{dt}-y\frac{dx}{dt}$$

und substituirt in die so erhaltenen Ausdrücke die Werthe aus 42) und 44), so findet man:

$$X=y\frac{dz}{dt}-z\frac{dy}{dt}=$$

$$x'^2\left(b'\frac{dc'}{dt}-c'\frac{db'}{dt}+a\eta\right)+y'^2\left(b''\frac{dc''}{dt}-c''\frac{db''}{dt}+a\eta\right)$$

$$+z'^2\left(b\frac{dc}{dt}-c\frac{db}{dt}\right)+y'z'\left(b\frac{dc''}{dt}-c''\frac{db}{dt}+b''\frac{dc}{dt}-c\frac{db''}{dt}-a''\eta\right)$$

$$+x'z'\left(b\frac{dc'}{dt}-c'\frac{db}{dt}+b'\frac{dc}{dt}-c\frac{db'}{dt}-a'\eta\right)$$

$$+x'y'\left(b'\frac{dc''}{dt}-c''\frac{db'}{dt}+b''\frac{dc'}{dt}-c'\frac{db''}{dt}\right)$$

$$Y=z\frac{dx}{dt}-x\frac{dz}{dt}=$$

$$x'^2\left(c'\frac{da'}{dt}-a'\frac{dc'}{dt}+b\eta\right)+y'^2\left(c''\frac{da''}{dt}-a''\frac{dc''}{dt}+b\eta\right)$$

$$+z'^2\left(c\frac{da}{dt}-a\frac{dc}{dt}\right)+y'z'\left(c\frac{da''}{dt}-a''\frac{dc}{dt}+c''\frac{da}{dt}-a\frac{dc''}{dt}-b''\eta\right)$$

$$+x'z'\left(c\frac{da'}{dt}-a'\frac{dc}{dt}+c'\frac{da}{dt}-a\frac{dc'}{dt}-b'\eta\right)$$

$$+x'y'\left(c'\frac{da''}{dt}-a''\frac{dc'}{dt}+c''\frac{da'}{dt}-a'\frac{dc''}{dt}\right)$$

Digitized by Google

$$Z = x\frac{dy}{dt} - y\frac{dx}{dt} =$$

$$x'^2\left(a'\frac{db'}{dt} - b'\frac{da'}{dt} + c r_i\right) + y'^2\left(a''\frac{db''}{dt} - b''\frac{da''}{dt} + c r_i\right)$$

$$+ z'^2\left(a\frac{db}{dt} - b\frac{da}{dt}\right) + y'z'\left(a\frac{db''}{dt} - b''\frac{da}{dt} + a''\frac{db}{dt} - b\frac{da''}{dt} - c'' r_i\right) \qquad 45)$$

$$+ x'z'\left(a\frac{db'}{dt} - b'\frac{da}{dt} + a'\frac{db}{dt} - b\frac{da'}{dt} - c' r_i\right)$$

$$+ x'y'\left(a'\frac{db''}{dt} - b''\frac{da'}{dt} + a''\frac{db'}{dt} - b'\frac{da''}{dt}\right)$$

Durch Differenzirung dieser Gleichungen erhält man

$$\frac{dX}{dt} = y\frac{d^2z}{dt^2} - z\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\frac{dY}{dt} = z\frac{d^2x}{dt^2} - x\frac{d^2z}{dt^2}$$

$$\frac{dZ}{dt} = x\frac{d^2y}{dt^2} - y\frac{d^2x}{dt^2}$$

Führt man diese Werthe in 39) ein, so ergibt sich

$$M_x = \int \frac{dX}{dt}\, dm$$

$$M_y = \int \frac{dY}{dt}\, dm \qquad 46)$$

$$M_z = \int \frac{dZ}{dt}\, dm$$

Zerlegt man nun jedes der Kräftepaare, deren resultirende Momente durch 46) ausgedrückt sind, in je drei andere, deren Axen die Coordinatenaxen des $x'y'z'$-Systems sind — stets beachtend, dass ein Kräftepaar mit $\begin{matrix}\text{positivem}\\\text{negativem}\end{matrix}$ Momente den Kör-

Digitized by Google

per in $\begin{matrix}\text{positivem}\\ \text{negativem}\end{matrix}$ Sinne zu drehen sucht, und dass dann auch die Axe dieses Kräftepaares die $\begin{matrix}\text{positive}\\ \text{negative}\end{matrix}$ Richtung der entsprechenden Coordinatenaxe hat —, setzt dann die Componenten mit gemeinsamer Axe zusammen, so ist bekanntlich, wenn man mit $M_{x_{\prime}}$ $M_{y_{\prime}}$ $M_{z_{\prime}}$ die algebraischen Werthe der Momente jener resultirenden partiellen Kräftepaare, deren Rotationsebene bezüglich die $y'z'$-, $x'z'$-, $x'y'$-Ebene ist, bezeichnet,

$$\begin{aligned} M_{x_{\prime}} &= M_x.a' + M_y.b' + M_z.c' \\ M_{y_{\prime}} &= M_x.a'' + M_y.b'' + M_z.c'' \\ M_{z_{\prime}} &= M_x.a + M_y.b + M_z.c \end{aligned} \qquad 47)$$

Führt man in diese Gleichungen die Werthe aus 46) ein, so erhalten die Gleichungen 47) die Form:

$$\begin{aligned} M_{x_{\prime}} &= \int\left(a'\frac{dX}{dt} + b'\frac{dY}{dt} + c'\frac{dZ}{dt}\right)dm \\ M_{y_{\prime}} &= \int\left(a''\frac{dX}{dt} + b''\frac{dY}{dt} + c''\frac{dZ}{dt}\right)dm \\ M_{z_{\prime}} &= \int\left(a\frac{dX}{dt} + b\frac{dY}{dt} + c\frac{dZ}{dt}\right)dm \end{aligned} \qquad 48)$$

Diese Momente lassen sich auch auf eine andere Art ausdrücken.

Bedeuten nämlich $X'\,Y'\,Z'$ die zu den $x'y'z'$-Axen parallelen Componenten irgend einer der auf den Körper einwirkenden Kräfte, deren Angriffspunkt ein beliebiger Punkt $\xi'\eta'\zeta'$ — auch diese Coordinaten auf das $x'y'z'$-System bezogen — des starren Körpers ist, so ist bekanntlich

$$\begin{aligned} M_{x_{\prime}} &= \Sigma(\eta' Z' - \zeta' Y') \\ M_{y_{\prime}} &= \Sigma(\zeta' X' - \xi' Z') \\ M_{z_{\prime}} &= \Sigma(\xi' Y' - \eta' X') \end{aligned} \qquad 49)$$

Differenzirt man nun die rechtsseitigen Summen der Gleichungen 45) mit beständiger Rücksichtsnahme auf 3), 42) und

Digitized by Google

44), führt dann mit den so erhaltenen Ableitungen die in 48) angezeigten Operationen aus, so ergeben sich schliesslich nach Einführung der Werthe aus 3), 43) und 44) für die Summen in 48) die Werthe:

$$\begin{aligned}
a'\frac{dX}{dt}+b'\frac{dY}{dt}+c'\frac{dZ}{dt} &= (E+D)r_1.x'^2+[R+(D-E)r_1].y'^2 \\
&\quad -Qz'^2+[K-M+(H-J)r_1+r_1^2].y'z' \\
&\quad -\left[U+(B+C-A)r_1+\frac{dr_1}{dt}\right].x'z \\
&\quad +(P+2Gr_1).x'y' \\
a''\frac{dX}{dt}+b''\frac{dY}{dt}+c''\frac{dZ}{dt} &= -[P+(G-F)r_1].x'^2+(G+F)r_1.y'^2 \\
&\quad +Pz'^2+\left[S-(B+C-A)r_1-\frac{dr_1}{dt}\right].y'z' \\
&\quad +[L-K+(J-H)r_1-r_1^2].x'z' \\
&\quad -(R-2Er_1).x'y' \\
a\frac{dX}{dt}+b\frac{dY}{dt}+c''\frac{dZ}{dt} &= \left[U+(C+A-B)r_1+\frac{dr_1}{dt}\right].x'^2 \\
&\quad -\left[S+(C-A-B)r_1-\frac{dr_1}{dt}\right].y'^2 \\
&\quad -[N+(G+F)r_1].y'z'+[Q-(D+E).r_1]x'z' \\
&\quad +[M-L-2(H+J)r_1].x'y'
\end{aligned} \qquad 50)$$

wofern man mit A, B, $C \dots U$ Kürze halber folgende Summen bezeichnet:

$$A = a\frac{da}{dt}+b\frac{db}{dt}+c\frac{dc}{dt}$$

$$B = a'\frac{da'}{dt}+b'\frac{db'}{dt}+c'\frac{dc'}{dt}$$

$$C = a''\frac{da''}{dt}+b''\frac{db''}{dt}+c''\frac{dc''}{dt}$$

$$D = a'\frac{da}{dt}+b'\frac{db}{dt}+c'\frac{dc}{dt}$$

Digitized by Google

$$E = a\,\frac{da'}{dt} + b\,\frac{bd'}{dt} + c\,\frac{dc'}{dt}$$

$$F = a''\frac{da}{dt} + b''\frac{db}{dt} + c''\frac{dc}{dt}$$

$$G = a\,\frac{da''}{dt} + b\,\frac{db''}{dt} + c\,\frac{dc''}{dt}$$

$$H = a''\frac{da'}{dt} + b''\frac{db'}{dt} + c''\frac{dc'}{dt}$$

$$J = a'\,\frac{da''}{dt} + b'\,\frac{db''}{dt} + c'\,\frac{dc''}{dt}$$

$$K = a\,\frac{d^2a}{dt^2} + b\,\frac{d^2b}{dt^2} + c\,\frac{dc^2}{dt^2}$$

$$L = a'\,\frac{d^2a'}{dt^2} + b'\,\frac{d^2b'}{dt^2} + c'\,\frac{d^2c'}{dt^2}$$

$$M = a''\frac{d^2a''}{dt^2} + b''\frac{d^2b''}{dt^2} + c''\frac{d^2c''}{dt^2}$$

$$N = a'\,\frac{d^2a}{dt^2} + b'\,\frac{d^2b}{dt^2} + c'\,\frac{d^2c}{dt^2}$$

$$P = a\,\frac{d^2a'}{dt^2} + b\,\frac{d^2b'}{dt^2} + c\,\frac{d^2c'}{dt^2}$$

$$Q = a''\frac{d^2a}{dt^2} + b''\frac{d^2b}{dt^2} + c''\frac{d^2c}{dt^2}$$

$$R \equiv a\,\frac{d^2a''}{dt^2} + b\,\frac{d^2b''}{dt^2} + c\,\frac{d^2c''}{dt^2}$$

$$S = a'\,\frac{d^2a''}{dt^2} + b'\,\frac{d^2b''}{dt^2} + c'\,\frac{d^2c''}{dt^2}$$

$$U = a''\frac{d^2a'}{dt^2} + b''\frac{d^2b'}{dt^2} + c''\frac{d^2c'}{dt^2}$$

Es handelt sich nun darum, diese Coëfficienten der Gleichungen 50) auf die einfachste Art auszudrücken. Dieselben

Digitized by Google

vereinfachen sich durchwegs auf überraschende Weise, indem man etwa folgende Deduction vornimmt:

Differenzirt man die Gleichungen 43), so ergibt sich sofort:

$$A = B = C = 0$$

$$D + E = 0$$

$$F + G = 0$$

$$H + J = 0$$

Durch Substitution der Werthe von $a' b' c'$ aus 1) in den Werth für D findet man

$$D = 0$$

und, da Früherem zufolge $D + E = 0$ ist, so ist auch

$$E = 0$$

Substituirt man in den Werth für F die Werthe für $a'' b'' c''$ aus 4), so ist

$$F = a'' \frac{da}{dt} + b'' \frac{db}{dt} + c'' \frac{dc}{dt} = -\frac{\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc}{dt}\right)^2}{\gamma}$$

somit zufolge 7)

$$F = -\gamma$$

Da nun $F + G = 0$ ist, so ist

$$G = \gamma$$

Führt man die Werthe für $a'' b'' c''$ aus 4) und für $\frac{da'}{dt}, \frac{db'}{dt}$ $\frac{dc'}{dt}$ aus 13) in den obigen Werth für H ein, so ist

$$H = a'' \frac{da'}{dt} + b'' \frac{db'}{dt} + c'' \frac{dc'}{dt} = \frac{k}{\gamma^3} \left[\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc}{dt}\right)^2 \right]$$

somit zufolge 7) und 21)

$$H = \omega$$

Digitized by Google

und da $H+J=0$ ist,

$$J=-\omega$$

Bildet man die zweite Ableitung der drei ersten Gleichungen in 43), so findet man mit Beachtung der Gleichungen 7), 9), 15), 21), 29) und 31)

$$K=a\,\frac{d^2a}{dt^2}+b\,\frac{d^2b}{dt^2}+c\,\frac{d^2c}{dt^2}=$$

$$-\left[\left(\frac{da}{dt}\right)^2+\left(\frac{db}{dt}\right)^2+\left(\frac{dc}{dt}\right)^2\right]=-\gamma^2$$

$$L=a'\,\frac{d^2a'}{dt^2}+b'\,\frac{d^2b'}{dt^2}+c'\,\frac{d^2c'}{dt^2}=$$

$$-\left[\left(\frac{da'}{dt}\right)^2+\left(\frac{db'}{dl}\right)^2+\left(\frac{dc'}{dt}\right)^2\right]=-\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2=-\frac{k^2}{\gamma^2}=-\omega^2$$

$$M=a''\frac{d^2a''}{dt^2}+b''\frac{d^2b''}{dt^2}+c''\frac{d^2c''}{dt^2}=$$

$$-\left[\left(\frac{da''}{dt}\right)^2+\left(\frac{db''}{dt}\right)^2+\left(\frac{dc''}{dt}\right)^2\right]=-\alpha^2=-(\gamma^2+\omega^2)$$

Die Gleichungen 11) und 21) lassen sofort erkennen, dass

$$N=a'\frac{d^2a}{dt}+b'\frac{d^2b}{dt}+c'\frac{d^2c}{dt}=k=\gamma\omega$$

sei.

Durch Differentiation der früheren Gleichungen

$$D=a'\frac{da}{dt}+b'\frac{db}{dt}+c'\frac{dc}{dt}=0$$

$$E=a\,\frac{da'}{dt}+b\,\frac{db'}{dt}+c\,\frac{dc'}{dt}=0$$

und Subtraction der erhaltenen Ableitungen ergibt sich

$$P=a\frac{d^2a'}{dt^2}+b\frac{d^2b'}{dt^2}+c\frac{d^2c'}{dt^2}=a'\,\frac{d^2a}{dt^2}+b'\frac{d^2b}{dt^2}+c'\frac{d^2c}{dt^2}=N$$

Digitized by Google

somit dem früheren Werthe des N zufolge

$$P = \gamma\omega$$

Setzt man in der früheren Gleichung

$$C = a''\frac{da''}{dt} + b''\frac{db''}{dt} + c''\frac{dc''}{dt} = 0$$

statt $a'' b'' c''$ die Werthe aus 4) ein, so geht dieselbe über in

$$\frac{da}{dt}\,\frac{da''}{dt} + \frac{db}{dt}\,\frac{db''}{dt} + \frac{dc}{dt}\,\frac{dc''}{dt} = 0$$

somit zufolge 13) auch

$$\frac{da'}{dt}\,\frac{da''}{dt} + \frac{db'}{dt}\,\frac{db''}{dt} + \frac{dc'}{dt}\,\frac{dc''}{dt} = 0$$

Subtrahirt man nun die erste der beiden letzten Gleichungen von den Ableitungen der früheren Gleichungen $F = -\gamma$, $G = \gamma$, und die zweite derselben von den Ableitungen der früheren Gleichungen $J = -\omega$, $H = \omega$, so findet man

$$Q = a''\frac{d^2a}{dt^2} + b''\frac{d^2b}{dt^2} + c''\frac{d^2c}{dt^2} = -\frac{d\gamma}{dt}$$

$$R = a\,\frac{d^2a''}{dt^2} + b\,\frac{d^2b''}{dt^2} + c\,\frac{d^2c''}{dt^2} = \frac{d\gamma}{dt}$$

$$S = a'\frac{d^2a''}{dt^2} + b'\frac{d^2b''}{dt^2} + c'\frac{d^2c''}{dt^2} = -\frac{d\omega}{dt}$$

$$U = a''\frac{d^2a'}{dt^2} + b''\frac{d^2b'}{dt^2} + c''\frac{d^2c'}{dt^2} = \frac{d\omega}{dt}$$

Substituirt man alle die so gefundenen Werthe von A, B, $C \ldots U$ in die Gleichungen 50), so erhält man

$$a'\frac{dX}{dt} + b'\frac{dY}{dt} + c'\frac{dZ}{dt} = \frac{d\gamma}{dt}\,.\,y'^2 + \frac{d\gamma}{dt}\,.\,z'^2 + (\omega^2 + 2\omega\eta + \eta^2)\,.\,y'z'$$
$$- \left(\frac{d\omega}{dt} + \frac{d\eta}{dt}\right) x'z' + (\gamma\omega + 2\eta\gamma)\,.\,x'y'$$

Digitized by Google

$$a''\frac{dX}{dt}+b''\frac{dY}{dt}+c''\frac{dZ}{dt}=-(\gamma\omega+2\gamma\eta).x'^2+\gamma\omega.z'^2$$

$$-\left(\frac{d\omega}{dt}+\frac{d\eta}{dt}\right).y'z'+(\gamma^2-\omega^2-2\omega\eta-\eta^2).x'z'-\frac{d\gamma}{dt}.x'y'$$

$$a\frac{dX}{dt}+b\frac{dY}{dt}+c\frac{dZ}{dt}=\left(\frac{d\omega}{dt}+\frac{d\eta}{dt}\right)x'^2+\left(\frac{d\omega}{dt}+\frac{d\eta}{dt}\right).y'^2$$

$$-\gamma\omega..y'z'-\frac{d\gamma}{dt}.x'z'-\gamma^2.x'y'$$

Setzt man diese Werthe in 48) ein, indem man dabei berücksichtigt, dass die Winkelgeschwindigkeiten η, γ, ω und die Winkelbeschleunigungen $\frac{d\eta}{dt}$, $\frac{d\gamma}{dt}$, $\frac{d\omega}{dt}$ für alle materiellen Punkte des starren Körpers zu irgend einer Zeit dieselben sind, und bezeichnet man ferner mit $T_{x_{\prime}}$, $T_{y_{\prime}}$, $T_{z_{\prime}}$ die Trägheitsmomente des Körpers bezüglich der als Indices beigesetzten Coordinatenaxen, so dass die Gleichungen stattfinden:

$$\begin{aligned} T_{x_{\prime}} &= \int (y'^2+z'^2)\,dm \\ T_{y_{\prime}} &= \int (z'^2+x'^2)\,dm \\ T_{z_{\prime}} &= \int (x'^2+y'^2)\,dm \end{aligned} \tag{52}$$

so ergeben sich die Hauptgleichungen:

$$\begin{aligned} M_{x_{\prime}} &= \frac{d\gamma}{dt}\cdot T_{x_{\prime}}+(\omega+\eta)^2.\int y'z'\,dm-\frac{d(\omega+\eta)}{dt}\cdot\int x'z'\,dm \\ &\quad +\gamma(\omega+2\eta).\int x'y'\,dm \\ M_{y_{\prime}} &= \gamma\omega.T_{y_{\prime}}-2\gamma(\omega+\eta).\int x'^2\,dm-\frac{d(\omega+\eta)}{dt}\cdot\int y'z'\,dm \\ &\quad +[\gamma^2-(\omega+\eta)^2].\int x'z'\,dm-\frac{d\gamma}{dt}.\int x'y'\,dm \\ M_{z_{\prime}} &= \frac{d(\omega+\eta)}{dt}.T_{z_{\prime}}-\gamma\omega.\int y'z'\,dm-\frac{d\gamma}{dt}\cdot\int x'z'\,dm \\ &\quad -\gamma^2.\int x'y'\,dm \end{aligned} \tag{53}$$

Digitized by Google

Dies sind die gesuchten allgemeinen, auf jede beliebige, hier vom Standpunkte einer Gyralbewegung betrachtete Bewegungsform starrer Körper — wofern dieselbe nicht eine blos progressive ist — anwendbaren Bewegungsgleichungen in ihrer einfachsten Form.

Da früheren Erörterungen zufolge um die $y_{,}$-Axe, d. i. die Nebenaxe, absolut keine Rotation stattfindet, so geht die Wirkung des Kräftepaares, dessen Moment $M_{y,}$ „das Moment der sogenannten Gyralkraft" ist, scheinbar vollkommen verloren; es erzeugt demnach die Gyralkraft eine imaginäre Arbeit.

Aus den Gleichungen 53) lassen sich, wenn die Art der Bewegung des Körpers durch die zur Zeit t stattfindende Lage der Axen R, K, N, die Winkelgeschwindigkeiten η, γ, ω und die Winkelbeschleunigungen $\frac{d(\omega+\eta)}{dt}$, $\frac{d\gamma}{dt}$ gegeben ist, die zur Erzeugung dieser Bewegung nothwendigen Drehungsmomente $M_{x,}$ $M_{y,}$ $M_{z,}$ berechnen.

Aber auch wenn umgekehrt die auf den Körper zur Zeit t einwirkenden Kräfte, somit auch die aus 49) zu berechnenden Momente $M_{x,}$ $M_{y,}$ $M_{z,}$ bekannt sind, lassen sich aus den Gleichungen 53), da dieselben drei Differentialgleichungen mit drei Unbekannten γ, ω, η darstellen, die letzteren Winkelgeschwindigkeiten, und aus denselben alle Bewegungsmomente ableiten.

Bedeutend vereinfachen sich die Gleichungen 53), wenn die materielle Rotationsaxe R, die Kippaxe K und die Nebenaxe N die im Schwerpunkte sich schneidenden Hauptaxen des Körpers sind, wie dies etwa bei einem gleichförmig dichten Rotationskörper der Fall ist. In diesem Falle ist nämlich

$$\begin{aligned} \int y' z'\, dm &= 0 \\ \int x' z'\, dm &= 0 \\ \int x' y'\, dm &= 0 \end{aligned} \qquad 54)$$

Differenzirt man die letzte Gleichung nach t, so findet man mit Rücksicht auf 42)

$$\frac{d}{dt}\int x'y'\, dm = \int \frac{d(x'y')}{dt}\, dm = \eta\left[\int x'^2\, dm - \int y'^2\, dm\right] = 0$$

Digitized by Google

und da $\eta \gtrless 0$ ist

$$\int x'^2\, dm = \int y'^2\, dm \tag{55}$$

Es ist somit $\int (x'^2 + z'^2)\, dm = \int (y'^2 + z'^2)\, dm$, d. h. es findet zwischen den Trägheitsmomenten $T_{y_\prime}$ und $T_{x_\prime}$ bezüglich der Nebenaxe und der Kippaxe, daher auch bezüglich jeder in der $x'y'$-Ebene gelegenen Axe die Gleichheit statt. Bezeichnet man daher das constante Trägheitsmoment um eine dieser Axen mit T', so ist

$$T_{x_\prime} = T_{y_\prime} = T' \tag{56}$$

Ferner ist, wenn man das Trägheitsmoment bezüglich der materiellen Rotationsaxe R mit T bezeichnet, zufolge 55)

$$\left.\begin{aligned} T = T_{z_\prime} &= \int (x'^2 + y'^2)\, dm = 2\int x'^2\, dm \\ \int x'^2\, dm &= \frac{T}{2} \end{aligned}\right\} \tag{57}$$

Substituirt man die Werthe 54), 56), 57) in die allgemeinen Bewegungsgleichungen 53), so ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} M_{x_\prime} &= \frac{d\gamma}{dt} . T' \\ M_{y_\prime} &= \gamma\omega . T' - \gamma(\omega + \eta) . T \\ M_{z_\prime} &= \frac{d(\omega + \eta)}{dt} . T \end{aligned}\right\} \tag{58}$$ [1]

[1] Dr. Hermann Scheffler hat in seiner Abhandlung: „Imaginäre Arbeit, eine Wirkung der Centrifugal- und Gyralkraft" (Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jahrg. 1866, S. 93—151) blos den in diesen Bewegungsgleichungen subsumirten Fall der Bewegung eines Rotationskörpers (daselbst „Schwungrad", s. S. 110, genannt) behandelt, und die gewonnenen Formeln auf das rollende Rad, den Kreisel, das Polytrop, das rotirende Geschoss u. s. w. in Anwendung gebracht. Doch sind die besagten von ihm aufgestellten Formeln aus mehreren Gründen unrichtig. Zunächst führt Scheffler als Moment der Gyralkraft $M_{y_\prime}$ in der für die ganze Abhandlung massgebenden Fundamentalgleichung S. 117, Zeile 5 v. u. den Werth $\eta\gamma \frac{T}{2}$ an, während selbst, wenn $\omega = 0$ wäre, also die materielle Rotationsaxe R in einer Ebene rotiren würde, wie es auch Scheffler

Digitized by Google

Es lässt sich demnach für diesen Fall mit besonderer Leichtigkeit die Berechnung der zur Erzeugung einer durch η, γ, ω gegebenen Bewegungsart nothwendigen Drehungsmomente $M_{x_,}$, $M_{y_,}$, $M_{z_,}$ mit Hilfe der einfachen Bewegungsgleichungen 58) ausführen, wofern nur die constanten Trägheitsmomente T und T' gegeben sind.

Es unterliegt aber auch keiner Schwierigkeit, den entgegengesetzten Fall zu behandeln, nämlich, wenn die auf den starren Körper einwirkenden Kräfte, somit nach 49) auch $M_{x_,}$, $M_{y_,}$, $M_{z_,}$ und die Trägheitsmomente T und T' bekannt sind, die die Bewegung völlig determinirenden Winkelgeschwindigkeiten γ, ω, η und die Winkelbeschleunigungen $\frac{d\gamma}{dt}$, $\frac{d\omega}{dt}$, $\frac{d\eta}{dt}$ zu bestim-

---

bei der Herleitung dieser Formel annimmt, $M_{y_,}$ nach 58) den Zahlwerth $\eta\gamma T$ haben müsste. Nun wendet ferner Scheffler diesen Werth $\eta\gamma.\frac{T}{2}$, den er unter der Voraussetzung $\omega=0$ abgeleitet hat, auf S. 120, Z. 17 v. u., und stets weiterhin auf die Bewegung der Axe R in einer Kegelfläche, wo $\omega \gtreqless 0$ ist; dies wäre aber, abgesehen von dem früher gerügten Fehler, zufolge des Werthes für $M_{y_,}$ in 58) nur dann gestattet, wenn $T'=T$ wäre, was bei den von Scheffler behandelten Körpern keineswegs der Fall ist. Ferner wendet Scheffler auf S. 120, Z. 11 v. o. und in der Folge stets die Relation $\gamma=\alpha\sin\Phi$ an, wo α die Winkelgeschwindigkeit der materiellen Rotationsaxe R um eine fixe Axe und Φ den Neigungswinkel der beiden letzteren bedeutet, während doch strenggemäss, wie sich aus 7) mit Leichtigkeit ergibt, $\gamma=\sqrt{\alpha^2\sin^2\Phi+\left(\frac{d\Phi}{dt}\right)^2}$ ist, somit der Werth $\gamma=\alpha\sin\Phi$ nur, wie dies auch die übereinstimmende Gleichung 38) zeigt, für den Fall $\frac{d\Phi}{dt}=0$, also nur wenn die Bewegung der Axe R in einer senkrechten Kegelfläche vor sich geht, Anwendung finden darf, was im Allgemeinen für jede Gyralbewegung und für die von Scheffler behandelten speciellen Fälle anzunehmen, ganz unstatthaft ist. Ferner berücksichtigt Scheffler ganz und gar nicht die zufolge 58) auf γ, ω, η gleichfalls Einfluss nehmenden Momente $M_{x_,}$ und $M_{z_,}$, was nach 58) wieder nur dann angeht, wenn $\frac{d\gamma}{dt}=0$ und $\frac{d(\omega+\eta)}{dt}=0$ ist, daher sowohl γ, als $\omega+\eta$, somit auch die resultirende Winkelgeschwindigkeit $\sqrt{\gamma^2+(\omega+\eta)^2}$ um die augenblickliche Rotationsaxe als constant angenommen wird, eine Annahme, die bei den verschiedenen Bewegungsformen wohl selten sich realisirt.

Digitized by Google

men. Es ergeben sich nämlich aus 58) mit Leichtigkeit die Werthe:

$$\eta = \frac{\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{T'}\right)(\int M_{x,}\, dt + C)(\int M_{z,}\, dt + C') - M_{y,}}{\int M_{x,}\, dt + C}$$

$$\gamma = \frac{1}{T'}[\int M_{x,}\, dt + C]$$

$$\omega = \frac{\frac{1}{T'}(\int M_{x,}\, dt + C)(\int M_{z,}\, dt + C') + M_{y'}}{\int M_{x,}\, dt + C}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right) M_{z,} - \frac{\frac{dM_{y,}}{dt}}{\int M_{x,} dt + C} + \frac{M_{x,} \,.\, M_{y,}}{(\int M_{x,} dt + C)^2}$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{M_{x,}}{T'}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\frac{dM_{y,}}{dt}}{\int M_{x,} dt + C} + \frac{M_{z,}}{T'} - \frac{M_{x,}\, M_{y,}}{[\int M_{x,} dt + C]^2}$$

C und C' sind Integrationsconstante, die durch den zu irgend einer beliebigen Zeit bekannten Bewegungszustand bestimmbar sind.

Digitized by Google

Über die Functionen X_n^m.

Von Leopold Gegenbauer in Krems.

(Vorgelegt in der Sitzung am 13. Juni 1873.)

Entwickelt man die Potenz x^n nach den Functionen X_n^m, so wird diese Entwickelung durch die Gleichung:

$$1.)\quad x^n = A_n X_n^m + A_{n-2} X_{n-2}^m + A_{n-4} X_{n-4}^m + \ldots$$

gegeben sein. Setzt man diese Reihe für y in die lineare Differentialgleichung erster Ordnung:

$$2.)\quad xy' - ny = 0,$$

der x^n genügt, so verwandelt sich dieselbe in:

$$3.)\quad A_n\left[x(X_n^m)' - nX_n^m\right] + A_{n-2}\left[x(X_{n-2}^m)' - nX_{n-2}^m\right] + A_{n-4}\left[x(X_{n-4}^m)' - nX_{n-4}^m\right] + \ldots = 0.$$

Subtrahirt man die zwei Gleichungen:

$$4.)\quad X_s^{m+2} = \frac{(m+2)(m+4)\ldots(m+2s)}{\Pi(m+2s+1)}\left[(x^2-1)^{s+\frac{m+1}{2}}\right]^{(m+s+1)}$$

$$5.)\quad X_{s-2}^{m+2} = \frac{(m+2)(m+4)\ldots(m+2s-4)}{\Pi(m+2s-3)}\left[(x^2-1)^{s+\frac{m-3}{2}}\right]^{(m+s-1)}$$

von einander, so erhält man:

$$6.)\quad X_s^{m+2} - X_{s-2}^{m+2} = \frac{2s+m}{m} X_s^m.$$

Um eine weitere Relation zwischen den Functionen X_s^m zu finden, setzen wir:

$$7.)\quad \varphi(\alpha) = (1 - 2\alpha x + \alpha^2)^{-\frac{m}{2}} = \sum_{s=0}^{s=\infty} X_s^m \cdot \alpha^s.$$

Digitized by Google

Es ist alsdann:

$$8.)\quad (1-2\alpha x+\alpha^2)\varphi'(\alpha)+m(\alpha-x)\varphi(\alpha)=0.$$

Da diese Gleichung für jeden Werth von α bestehen muss, so ist:

$$9.)\quad (2s+m)xX_s^m=(s+1)X_{s+1}^m+(m+s-1)X_{s-1}^m.$$

Differentiirt man diese Gleichung und berücksichtigt dabei die Formel 6.), so findet man sogleich die Relation:

$$10.)\quad x(X_s^m)'=\frac{ms}{2s+m}X_s^{m+2}+\frac{m(m+s)}{2s+m}X^m_{s-2}{}^2.$$

Die Gleichung 3.) lässt sich nun unter Berücksichtigung der Relationen 6.) und 10.) in folgender Gestalt schreiben:

$$11.)\quad \sum_{p=2}^{p=n}\left[\frac{p+n+m}{2p+m}A_p-\frac{n+2-p}{2p+m-4}A_{p-2}\right]X_{p-2}^{m+2}=0.$$

Diese Gleichung kann für jedes x nur bestehen, wenn:

$$12.)\quad A_{p-2}=\frac{2p+m-4}{2p+m}\cdot\frac{p+n+m}{n+2-p}A_p$$

ist. Da durch diese Gleichung jeder Coëfficient der Reihe 1.) durch den ihm unmittelbar vorangehenden bestimmt ist, so müssen wir nun noch den Werth von A_n ermitteln. Zu dem Zwecke differentiiren wir die Gleichung 1.) $n$mal nach x; wir erhalten dadurch:

$$13.)\quad A_n = \frac{\Pi(n)}{m(m+2)\ldots(m+2n-2)}.$$

Wir haben daher als Entwickelung von x^n nach den Functionen X_n^m die Reihe:

$$14.)\quad x^n = \frac{\Pi(n)}{m(m+2)\ldots(m+2n-2)}\left[X_n^m + \frac{m+2n-4}{2}X_{n-2}^m + \frac{(m+2n-8)(m+2n-2)}{2.4}X_{n-4}^m + \ldots\right].$$

Ist nun:

$$15.)\quad \varphi(x) = c_0 + c_1 x + c_2 x^2 + c_3 x^3 + \ldots$$

eine nach aufsteigenden Potenzen von x geordnete Function, so hat man die Entwickelung:

$$16.)\quad \varphi(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} B_n X_n^m,$$

wo:

$$17.)\quad B_n = \frac{\Pi(n)}{m(m+2)\ldots(m+2n-2)}\left[c_n + \frac{(n+1)(n+2)}{2(2n+m+2)}c_{n+2} + \frac{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)}{2.4(2n+m+2)(2n+m+4)}c_{n+4} + \ldots\right]$$

Digitized by Google

ist. In den Formeln 14.), 16.) und 17.) sind die von uns in der Abhandlung: „Entwickelung nach den Functionen $X_n^{2r+1} u$ (Sitzungsber. d. kais. Akad. d. Wissenschaften, 66. Bd.) aufgestellten Gleichungen als specielle Fälle enthalten.

Wir werden nun für $\varphi(x)$ einige specielle Functionen einführen. Zuerst setzen wir:

$$18.)\quad \varphi(x) = \frac{1}{(y-x)^r}.$$

Es ergibt sich in diesem Falle sofort die bemerkenswerthe Formel:

$$19.)\quad \frac{1}{(y-x)^r} = 2^{r-m} \frac{\Pi(m-1)\,\Pi\left(r-\frac{m+1}{2}\right)}{\Pi(r-1)\,\Pi(2r-m-1)\,\Pi\left(\frac{m-1}{2}\right)} \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+m) X_n^m(x) \,.\, Y_{m+n-r}^{2r-m}(y).$$

Für $m=r$ verwandelt sich diese Gleichung in:

$$20.)\quad \frac{1}{(y-x)^r} = \frac{1}{\Pi(r-1)} \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+r) X_n^r(x) \,.\, Y_n^r(y).$$

Setzt man in den Gleichungen 19.) und 20.) $x=0$ und bedenkt, dass

$$21.)\quad X_n^q(0) = (-1)^{\frac{n}{2}} \binom{\frac{q+n-2}{2}}{\frac{n}{2}} \quad \text{oder} \quad = 0$$

ist, je nachdem n eine gerade oder eine ungerade Zahl vorstellt, so erhält man die Relationen:

$$22.)\quad \frac{1}{y^r} = \frac{\Pi(r+s-1)\,\Pi\left(\frac{r-s-1}{2}\right)}{2^s\,\Pi(r-1)\,\Pi(r-s-1)\,\Pi\left(\frac{r+s-1}{2}\right)} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n (4n+r+s) \binom{\frac{2n+r+s-2}{2}}{n} Y_{2n+s}^{r-s}(y)$$

$$23.)\quad \frac{1}{y^r} = \frac{1}{\Pi(r-1)} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n (4n+r) \binom{\frac{2n+r-2}{2}}{n} Y_{2n}^r(y).$$

Setzt man in der Gleichung 20.) $r=1$ und in der Gleichung 22.) $r-s=1$, so erhält man die bekannten Entwickelungen nach Kugelfunctionen:

$$24.)\quad \frac{1}{y-x} \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+1)\, P_{(x)}^n \,.\, Q_{(y)}^n.$$

$$25.)\quad \frac{1}{yr} = \frac{\Pi(2r-2)}{2^{r-1}[\Pi(r-1)]^2} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n (4n+2r-1) \binom{\frac{2n+2r-3}{2}}{n} . Q_{(y)}^{2n+r-1}.$$

Setzt man für $\varphi(x)$ der Reihe nach die Functionen: $\cos xy$, $\sin xy$, e^{xy}, $(1-x^2)^r$ und X_n^r, so erhält man die Entwickelungen:

Digitized by Google

$$26.)\quad \cos xy = 2^{\frac{m}{2}-1}\,\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) y^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n (4n+m)\, J_{(y)}^{\left(2n+\frac{m}{2}\right)} \,.\, X_{2n}^m$$

$$27.)\quad \sin xy = 2^{\frac{m}{2}-1}\,\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) y^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n (4n+m+2)\, J_{(y)}^{\left(2n+1+\frac{m}{2}\right)} \,.\, X_{2n+1}^m$$

$$28.)\quad e^{xy} = 2^{\frac{m}{2}-1}\,\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) (iy)^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (2n+m)(-i)^n\, J_{(iy)}^{\left(n+\frac{m}{2}\right)} \,.\, X_n^m$$

$$29.)\quad (1-x^2)^r = \Pi\left(r+\frac{m-1}{2}\right)\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right)\Pi(r)\sum_{n=0}^{n=r}(-1)^n \frac{\Pi(2n)}{2^{2n+1}\Pi(n)\Pi(r-n)\Pi\left(n+\frac{m-1}{2}\right)\Pi\left(r+n+\frac{m}{2}\right)}(4n+m)X_{2n}^m$$

$$30.)\quad X_n^r = \frac{\Pi\left(\frac{m-r}{2}\right)\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right)}{2\,\Pi\left(\frac{r}{2}-1\right)} \sum_p (-1)^{\frac{n-p}{2}} \frac{\Pi\left(\frac{n+r+p}{2}-1\right)}{\Pi\left(\frac{m-r+p-n}{2}\right)\Pi\left(\frac{m+n+p}{2}\right)\Pi\left(\frac{n-p}{2}\right)}(2p+m)\,X_p^m$$

wenn $m > r$ ist,

$$31.)\quad X_n^r = \frac{\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right)}{2\,\Pi\left(\frac{r}{2}-1\right)\Pi\left(\frac{r-m}{2}-1\right)} \sum_p \frac{\Pi\left(\frac{n+r+p}{2}-1\right)\Pi\left(\frac{r-m+n-p}{2}-1\right)}{\Pi\left(\frac{m+n+p}{2}\right)\Pi\left(\frac{n-p}{2}\right)}(2p+m)\,X_p^m$$

Digitized by Google

wenn $m < r$ ist. In den letzten zwei Formeln sind für p die Werthe: n, $n-2$, $n-4$, ... zu setzen.

Aus den Gleichungen 26.)—31.) lassen sich sofort die folgenden bestimmten Integrale ableiten:

$$32.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot \cos xy \cdot X_{2n}^m \cdot dx = (-1)^n \frac{2^{\frac{m}{2}} \Pi\left(\frac{m-1}{2}\right) \Pi(m+2n-1) \cdot \sqrt{\pi}}{\Pi(m-1)\, \Pi(2n)\, y^{\frac{m}{2}}} \cdot J_{(y)}^{\left(2n+\frac{m}{2}\right)}$$

$$33.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot \cos xy \cdot X_{2n+1}^m \cdot dx = 0$$

$$34.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot \sin xy \cdot X_{2n}^m \cdot dx = 0$$

$$35.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot \sin xy \cdot X_{2n+1}^m \cdot dx = (-1)^n \frac{2^{\frac{m}{2}} \Pi\left(\frac{m-1}{2}\right) \Pi(m+2n) \cdot \sqrt{\pi}}{\Pi(m-1)\, \Pi(2n+1)\, y^{\frac{m}{2}}} \cdot J_{(y)}^{\left(2n+1+\frac{m}{2}\right)}$$

Digitized by Google

$$36.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot e^{xy} \cdot X_n^m \cdot dx = (-i)^n \frac{2^{\frac{m}{2}} \Pi\left(\frac{m-1}{2}\right) \Pi(m+n-1) \cdot \sqrt{\pi}}{\Pi(m-1)\,\Pi(n)\,(iy)^{\frac{m}{2}}} \cdot J_{(iy)}^{\left(n+\frac{m}{2}\right)}$$

$$37.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{r+\frac{m-1}{2}} \cdot X_{2n}^m \cdot dx = (-1)^n \frac{\Pi\left(r+\frac{m-1}{2}\right) \Pi\left(n+\frac{m}{2}-1\right) \Pi(r) \cdot \sqrt{\pi}}{\Pi\left(r+n+\frac{m}{2}\right) \Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) \Pi(n)\,\Pi(r-n)}$$

$$38.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{r-\frac{m-1}{2}} \cdot X_{2n+1}^m \cdot dx = 0$$

$$39.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot X_n^r \cdot X_p^m \cdot dx = (-1)^{\frac{n-p}{2}} \frac{\Pi(m+p-1)\,\Pi\left(\frac{m-r}{2}\right) \Pi\left(\frac{n+r+p}{2}-1\right) \Pi\left(\frac{m-1}{2}\right) \cdot \sqrt{\pi}}{\Pi\left(\frac{r}{2}-1\right) \Pi(p)\,\Pi\left(\frac{m-r+p-n}{2}\right) \Pi\left(\frac{n-p}{2}\right) \Pi(m-1)\,\Pi\left(\frac{m+n+p}{2}\right)}$$

wenn $m > r$ ist,

$$40.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot X_n^r \cdot X_p^m \cdot dx = \frac{\Pi\left(\frac{m-1}{2}\right) \Pi(m+p-1)\,\Pi\left(\frac{n+r+p}{2}-1\right) \Pi\left(\frac{r+n-m-p}{2}-1\right) \cdot \sqrt{\pi}}{\Pi\left(\frac{r}{2}-1\right) \Pi(m-1)\,\Pi(p)\,\Pi\left(\frac{n-p}{2}\right) \Pi\left(\frac{m+n+p}{2}\right) \Pi\left(\frac{r-m}{2}-1\right)}$$

wenn $m < r$ ist. In den zwei letzten Integralen muss $p \leqq n$ und $n-p$ eine gerade Zahl sein; sind diese zwei Bedingungen nicht erfüllt, so ist:

$$41.)\quad \int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} \cdot X_n^r \cdot X_p^m \cdot dx = 0.$$

Aus den Gleichungen 26.)—28.) leitet man leicht die folgenden in die Theorie der Bessel'schen Functionen gehörenden Relationen ab:

$$42.)\quad \cos y = 2^{\frac{m}{2}-1}\, \Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) y^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n (4n+m) \binom{-m}{2n} J_{(y)}^{\left(2n+\frac{m}{2}\right)}$$

$$43.)\quad \sin y = 2^{\frac{m}{2}-1}\, \Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) y^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^{n+1} (4n+m+2) \binom{-m}{2n+1} J_{(y)}^{\left(2n+1+\frac{m}{2}\right)}$$

$$44.)\quad e^y = 2^{\frac{m}{2}-1}\, \Pi\left(\frac{m}{2}-1\right) (iy)^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (i)^n (2n+m) \binom{-m}{n} J_{(iy)}^{\left(n+\frac{m}{2}\right)}$$

$$45.)\quad 1 = 2^{\frac{m}{2}-1}\, \Pi\left(\frac{m}{2}-1\right. \quad y^{-\frac{m}{2}} \sum_{n=0}^{n=\infty} (4n+m) \binom{\frac{m+2n-2}{2}}{n} J_{(y)}^{\left(2n+\frac{m}{2}\right)}$$

Digitized by Google

Setzt man in den Gleichungen 42.) und 43.) $n=-1$, so erhält man die bekannten Formeln:

$$46.)\quad J_{(y)}^{\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \cos y$$

$$47.)\quad J_{(y)}^{\left(\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{\frac{2}{\pi y}} \sin y.$$

Das Integral 39.) kann man benützen, um das Product $(1-x^2)^s \cdot X_n^m$ nach den Functionen X_{n+2q}^{m-2s} zu entwickeln. Man erhält leicht die folgende Entwickelung:

$$48.)\quad (1-x^2)^s X_n^m = \frac{\Pi(m+n-1)\,\Pi(s)\,\Pi\left(\frac{m}{2}-s-1\right)}{2^{2s+1}\,\Pi(n)\,\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right)} \sum_{q=0}^{q=s} (-1)^q \frac{\Pi(n+2q)\,\Pi\left(n+q-s-1+\frac{m}{2}\right)}{\Pi(m-2s+n+2q-1)\,\Pi(s-q)\,\Pi(q)\,\Pi\left(n+q+\frac{m}{2}\right)} \cdot (2n+m+4q-2s) \cdot X_{n+2q}^{m-2s}.$$

Setzt man in dieser Gleichung $m-2s=1$, multiplicirt sodann mit $\frac{dx}{y-x}$ und integrirt von $x=-1$ bis $x=+1$, so erhält man:

$$49.)\quad \int_{-1}^{+1} \frac{(1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} X_n^m \cdot dx}{y-x} = \frac{\Pi(m+n-1)\,\Pi\left(\frac{m-1}{2}\right)\sqrt{\pi}}{2^{m-1}\,\Pi(n)\,\Pi\left(\frac{m}{2}-1\right)} \sum_{q=0}^{q=\frac{m-1}{2}} (-1)^q \frac{\Pi\left(n+q-\frac{1}{2}\right)}{\Pi\left(\frac{m-2q-1}{2}\right)\Pi(q)\,\Pi\left(n+q+\frac{m}{2}\right)} \cdot (2n+4q+1)\, Q_{(y)}^{(n+2q)}.$$

Digitized by Google

In der letzten Gleichung ist m eine ungerade Zahl. Zum Schlusse wollen wir noch erwähnen, dass man durch die Entwickelung des Ausdruckes: $(1+kx^2)^{-\left(n+1+\frac{m}{2}\right)}$ nach den Functionen X_n^m die zwei bestimmten Integrale:

$$50.)\quad \int_{-1}^{+1} \frac{(1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} X_{2n}^m \cdot dx}{(1+kx^2)^{n+1+\frac{m}{2}}} = \frac{\Pi(m+2n-1)\,\Pi\left(\frac{m-1}{2}\right)\cdot\sqrt{\pi}}{2^{2n}\,\Pi(n)\,\Pi(m-1)\,\Pi\left(n+\frac{m}{2}\right)} \cdot \frac{(-k)^n}{(1+k)^{n+\frac{1}{2}}}$$

$$51.)\quad \int_{-1}^{+1} \frac{(1-x^2)^{\frac{m-1}{2}} X_{2n+1}^m \cdot dx}{(1+kx^2)^{n+1+\frac{m}{2}}} = 0$$

erhält.

Digitized by Google

Digitized by Google

Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1872 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl., jener der I. Abtheilung 10 fl., der der II. Abtheilung 8 fl. und jener der III. Abtheilung 6 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge, oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

Digitized by Google

Digitized by Google

S. 85. V

NOV 20 1905

132

SITZUNGSBERICHTE

DER KAISERLICHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. BAND. IV. und V. HEFT.

Jahrgang 1873. — November u. December.

(Mit 3 Tafeln und 4 Holzschnitten.)

ZWEITE ABTHEILUNG.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

WIEN.

AUS DER K. K. HOF- UND STAATSDRUCKEREI.

IN COMMISSION BEI CARL GEROLD'S SOHN,
BUCHHÄNDLER DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

1874.

Digitized by Google

INHALT

des 4. und 5. Heftes (November und December 1873) des 68. Bandes, II. Abth. der Sitzungsberichte der mathem.-naturw. Classe.

Preis des ganzen Heftes: 1 fl. 20 kr. = 24 Ngr.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

9.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

Digitized by Google

Digitized by Google

XXV. SITZUNG VOM 6. NOVEMBER 1873.

Herr Prof. Dr. E. Mach in Prag übersendet eine Abhandlung, betitélt: „Physikalische Versuche über den Gleichgewichtssinn des Menschen.“

Herr Dr. A. Boué übergibt eine Abhandlung: „Über besondere Attractions-Umstände bei Blitzschlägen.“

Herr R. Niemtschik, Professor an der Wiener technischen Hochschule, überreicht eine Abhandlung: „Über die Construction der einem Kreise eingeschriebenen Ellipse, von welcher der Mittelpunkt und eine Tangente gegeben ist.“

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia, Reale, dei Lincei: Atti. Tomo XXVI. Anno XXVI. Sess. 1ª. (1872.) Roma, 1873; 4°.

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Mai 1873. Nr. 1 & 2. Berlin; 8°.

— — Königl. Bayer., zu München: Sitzungsberichte der philos.-philolog. und histor. Classe. 1872. Heft 4—5; 1873. Heft 1 bis 3. — Sitzungsberichte der mathem.-physikal. Classe. 1872. Heft 3. München; 8°. — Gedächtnissrede auf Friedrich Adolph Trendelenburg. Von Karl v. Prantl. München, 1873; 4°. — Rede in der öffentl. Sitzung der k. Akademie der Wissenschaften am 25. Juli 1873, gehalten von J. von Döllinger. München, 1873; 4°. — Der Antheil der k. bayer. Akademie der Wissenschaften an der Entwickelung der Elektricitätslehre. Vortrag, gehalten von W. Beetz. München, 1873; 4°. — Verzeichniss der Mitglieder. 1873. 4°.

— — und Künste, Südslavische, zu Agram: Rad. Knjiga XXIV. U Zagrebu, 1873; 8°. — Stari pisci hrvatski. Knjiga V. U Zagrebu, 1873; 8°.

American Chemist. Vol. IV, Nrs. 3 & 4. Philadelphia, 1873; 4°.

Digitized by Google

Annales des mines. VIIe Série. Tome III. 3me Livraison de 1873. — Tables des matières de la VIe Série décennale 1862 —1871. Paris, 1873; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 31. Wien, 1873; 8°.

Arbeiten, Die astronomisch-geodätischen, des k. k. militär-geographischen Institutes in Wien. II. Band. Wien, 1873; 4°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1961 (Bd. 82. 17.) Kiel, 1873; 4°.

Bibliothèque Universelle et Revue Suisse: Archives des Sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XLVIIIe Nr. 189. Genève, Lausanne, Paris, 1873; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nrs. 15—16. Paris, 1873; 4°.

Freiburg i. Br., Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1872/73. 4° & 8°.

Gesellschaft, geographische, in Wien: Mittheilungen. Band XVI (neuer Folge VI) Nr. 9. Wien, 1873; 8°.

— allgemeine Schweizer., für die gesammten Naturwissenschaften: Neue Denkschriften. Band XXV, oder: Dritte Dekade. Band V. Zürich 1873; 4°. — Actes. 55^e Session. Fribourg, 1873; 8°.

— naturforschende, in Basel: Verhandlungen. V. Theil, 4. Heft. Basel, 1873; 8°.

— naturforschende, in Emden: LVIII. Jahresbericht. 1872. Emden, 1873; 8°.

— naturforschende, in Bern: Mittheilungen aus dem Jahre 1872. Nr. 792—811. Bern, 1873; 8°.

— Deutsche, geologische: Zeitschrift. XXV. Band, 2. Heft. Berlin, 1873; 8°.

— physikal.-medicin., in Würzburg: Verhandlungen. N. F. IV. Band, 2.—4. Heft; V. Band, 1. Heft. Würzburg, 1873; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 43—44. Wien, 1873; 4°.

Instituut, Koninkl., voor de taal-, land- en volkenkunde van Nederlandsch Indië: Bijdragen. III. Volgreeks. VIII. Deel, 1^e Stuk. 's Gravenhage, 1873; 8°.

Digitized by Google

Jahrbuch, Neues, für Pharmacie & verwandte Fächer, von Vorwerk. Band XL, Heft 2—3. Speyer, 1873; 8⁰.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 22. Graz, 1873; 4⁰.

Lesehalle, Akademische, in Wien: III. Jahresbericht über das Vereinsjahr 1873. Wien; 8⁰.

Mittheilungen aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 19. Band, 1873. Heft X. Gotha; 4⁰.

Nature. Nrs. 208—209, Vol. VIII. London, 1873; 4⁰.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. VII, Nr. 3; Vol. VIII, Nr. 5. Torino, 1873; 4⁰.

Revista de Portugal e Brazil. Nr. 1. Outubro de 1873. Lisboa; 4⁰.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger." III[e] Année, 2[me] Série, Nrs. 17—18. Paris, 1873; 4⁰.

Smith, J. Lawrence, Mineralogy and Chemistry. Original Researches. Louisville, Ky., 1873; 8⁰.

Société Linnéenne du Nord de la France: Bulletin mensuel. Nrs. 10—16. 1873. Amiens; 8⁰.

— — de Bordeaux: Actes. Tome XXVIII. Troisième Série: Tome VIII, 2[e] Partie. Paris & Bordeaux, 1872; 8⁰.

— des Ingénieurs civils: Mémoires et Compte rendu des travaux. 3[e] Série. 26[e] Année, 2[e] Cahier. Paris, 1873; 8⁰.

— Ouralienne d'amateurs des sciences naturelles: Bulletin. Tome I. 1[er] Cahier. Jekaterinoslaw, 1873; 8⁰.

Society, The Royal Geological, of Ireland: Journal. Vol. XIII, Parts 2 & 3. (Vol. III, Parts 2 & 3. New Series.) London, Dublin, Edinburgh, 1872 & 1873; 8⁰.

Upsala, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1872/3. 4⁰ & 8⁰.

Vierteljahresschrift, österr., für wissenschaftl. Veterinärkunde. XL. Band, 2. Heft. Wien, 1873; 8⁰.

Verein, naturforschender, in Brünn: Verhandlungen. XI. Band. 1872. Brünn, 1873; 8⁰.

Weyr, Emil, Die Lemniscate in razionaler Behandlung. Prag, 1873; 4⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang. Nr. 43—44. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

Über besondere Attractionsumstände bei Blitzschlägen.

Von dem w. M. Dr. A. Boué.

Man hat wohl den Lauf der Gewitter oft beobachtet und erläutert, indem man, wie für den Hagel und Regen, fand, dass gewisse Gegenden oder Landesstriche den Gewittern besonders ausgesetzt wären. Man deutete auch oft auf die wahrscheinlichsten Ursachen solcher elektrischer Entladungen in der Atmosphäre oder Wolkenregion. Diese sind insbesondere die Nähe von Gebirgsketten, das Eingeschlossensein von gewissen Becken, das eigenthümliche Klima in gewissen Jahreszeiten, das Zusammenstossen von gewissen periodischen Winden, eine lange dauernde Hitzesteigerung in einer Gegend und auch der Contrast von Hitze und Kälte in gewissen Becken u. s. w.

Mir scheint aber, dass man nie oder nur selten die Bemerkung machte, dass in gewissen Gegenden der Blitz lieber und öfter in gewissen Localitäten als anderswo niederging, wenn daselbst die Richtung der elektrischen Säule einem bestimmten, öfters beobachteten Gang folgt.

Um das elektrische Equilibrium in der Luft und in der Erdoberfläche herzustellen, scheinen dem Blitzstrahl nicht alle Erdpunkte gleich wählbar zu sein. Nun im südlichen Wiener Becken, wo die Gewitter oft von Südwest oder von der Schneebergregion herunter kommen, habe ich seit 33 Jahren ziemlich oft die Gelegenheit gehabt, zu bemerken, dass der Blitz in der Gegend von Gainfahrn und Vöslau fast auf dieselben Localitäten zur Erde geht, namentlich am westlichen Ende Gainfahrn's, wie im letzteren 28. August, dann zweimal hinter dem Schlossgarten Gainfahrn's, das erstemal im Jahre 1861 (Akad. Sitzungsber. Bd. 44, Abth. I, S. 203); in meinem Weingarten in Ober-Vöslau im Jahre 1862 (s. Akad. Sitzungsber. Bd. 46, Abth. II, S. 40 bis

Digitized by Google

41); westlich vom Vöslauer Thermal-Teich im Jahre 1862, zweimal auf dem Vöslauer Kirchthurm, dann später in der Mitte Vöslau's und im Vöslauer Wald, sowie in der Ebene nördlich und nordöstlich von diesem Dorfe.

Das Merkwürdige in diesen Blitzschlägen auf einer schiefen SW.—NO.-Linie am Fusse der Vorberge der Alpen bleibt, dass die atmosphärische Elektricität fast immer so wenig von hoch erhabenen Gegenständen scheinbar angezogen wurde. Vorigen September fiel der Blitz unter der sonderbaren Form einer elektrischen Masse auf ganz niedrige Bauernhäuser, deren dadurch mehrere auf einmal zu brennen anfingen. Man hätte sich doch denken können, dass die viel höher gelegenen und grösseren Villen dieses Dorfes, sowie der Kirchthurm eine Blitzablenkung hätten hervorrufen müssen.

Dieselbe Bemerkung machte ich über die Blitze, welche unter der Form elektrischer Kugeln sowohl in Weingärten hinter dem Schlossgarten Gainfahrn's, als einige Jahre später in meinem Weingarten fielen. Die Entfernung des letzteren Blitzschlages von meinen drei Wohnhäusern war sehr gering, nur einige 50 bis 100 oder selbst 150 Schritte.

Ein anderes Mal, als der Blitz einen grossen Eichenbaum hinter dem Vöslauer Teich traf, konnte man wahrlich erstaunen, dass er die viel höheren Gebäude des Flora- und Schweizerhofes unberührt gelassen hatte und dass doch die Gewitterwolke über sie gegangen war. Nur in den zwei Fällen des auf einer Anhöhe isolirten Vöslauer Kirchthurmes, sowie einer Pappel des Fries'schen Gartens (Akad. Sitzungsb. Bd. 46, S. 41) könnte man an eine gewisse Anziehungskraft für das Niedergehen des Blitzes denken. Könnte das Vöslauer Plateau als eine Art Vorgebirge der Berge wohl auch durch seine besondere Lage zu dem häufigen Niedergehen des Blitzes beitragen? Das Eiserne Thor und die nächsten höheren Bergspitzen verursachen manchmal Blitzentladungen, weil die Gewitterwolken, wie die des Hagels und Regens, durch hohe Ketten sehr oft angezogen werden. Doch geschieht es auch, dass die elektrische Säule in die förmliche Ebene nordöstlich von Vöslau vorrückt, und dass daselbst die Wolken sich entladen, ohne vom nächsten Gebirge irgend eine wahrnehmbare Notiz zu nehmen. In diesem Falle

Digitized by Google

muss die Wolkenbewegungslinie von einer eigenen elektrischen Ursache herrühren.

Wenn aber der sich von SW. nach NO. erstreckende Fuss der Alpinischen Vorberge den Gang der elektrischen Wolken bis Vöslau theilweise wohl erklären mag, so möchte ich doch die Frage aufwerfen, ob nicht in den erwähnten Blitzfällen unterirdische Attractionsursachen, wie das sehr tiefe Vorhandensein gewisser Metallmassen oder selbst nur die Schwefelkies reichhaltig enthaltenden und in jenen Gegenden vorhandenen Kössener Schichten eine mögliche Wirkung auf die Blitzelektricität hat ausüben können? Diese letztere müsste man dann grösser als diejenige annehmen, welche höhere Gebäude, grosse Bäume, Wälder u. s. w. auszuüben im Stande sind.

Auf diese Weise könnte man die Möglichkeit verstehen, dass elektrische Blitzmassen hinter dem Gainfahrner Schlosse im Weingarten eher, als auf hohe Bäume des Schlossgartens oder im nahe liegenden Wald fielen, oder warum in meiner Liegenschaft nur Weinstöcke das elektrische Fluidum empfingen, und warum Gebäude und hohe Bäume verschont blieben. Endlich muss ich noch bemerken, dass die höchst sonderbare elektrische Erscheinung, welche ich im vorigen Jahre beim Kirchthurme in Gainfahrn erlebte (siehe Zeitschr. d. österr. met. Ges. Nr. 7, S. 345), auch auf derselben so oft vom Blitze getroffenen Linie von Gainfahrn-Vöslau liegt.

Darum, meinte ich, sollte man nicht nur genau die Strecken ausmitteln, welchen eine Gewitterwolke folgt, sondern auch über die verschiedenen Localitäten Erkundigungen sich verschaffen, wo der Blitz eingeschlagen hat. Es ist bekannt, dass der Lauf aller elektrischen Phänomene in der Atmosphäre, wie Gewitter, Hagel, Regen, Wasserhosen, sowie Wirbelwind, gänzlich oder nur theilweise fast geraden Linien folgen. Die Enden dieses Laufes, sowie die Abweichungen von jenen Linien bleiben aber immer die wichtigen Punkte für die theorisch so interessanten Beobachtungen dieser verschiedenen Phänomene.

Digitized by Google

Über die Construction der einem Kreise eingeschriebenen Ellipse, von welcher der Mittelpunkt und eine Tangente gegeben sind.

Von Prof. **R. Niemtschik.**

(Mit 1 Tafel.)

Da die Gesichtspunkte, unter welchen sich auch die in der Überschrift bezeichnete Aufgabe lösen lässt, in meiner Abhandlung „Über die Construction der einander eingeschriebenen Linien zweiter Ordnung“ [1] bereits entwickelt sind, so glaube ich im Anschlusse an jene Abhandlung (Art. 10) nun auch die nähere Ausführung der Construction und zwar schon deshalb hier mittheilen zu sollen, weil die Aufgabe selbst, wie mir scheint, in mehrfacher Hinsicht von Interesse ist.

Die Aufgabe entspricht dem besonderen Falle, in welchem der gegebene Kreis als Contour einer Kugel und die Ellipse als orthogonale Projection eines ebenen Schnittes k der Kugel zu betrachten ist.

In Fig. 1 sei mpq der gegebene Kreis, n der Mittelpunkt und pq eine Tangente der diesem Kreise einzuschreibenden Ellipse.

Die Berührungspunkte x, y des Kreises mpq mit der Ellipse ergeben sich als Durchschnitte der Bildtrace xy der Ebene von k mit dem Kreise mpq.

Daraus folgt, dass die Trace xy senkrecht stehen muss auf der Geraden mn, welche durch die Mittelpunkte m, n beider Kegelschnitte geht.

Die mit pq parallele Gerade uv, welche von dem Mittelpunkte n den gleichen Abstand wie pq hat, ist ebenfalls eine Tangente der Ellipse.

---

[1] Sitzb. II. Abth., März-Heft. Jahrg. 1873.

Digitized by Google

pq und *uv* sind also Projectionen der Tangenten *Eh*, Fh_1, welche dem Kreise *k* und den zur Bildfläche senkrechten Kreisen *Epq* und *Fuv* der Kugel gemeinschaftlich sind.

Die Ebene des Kreises *k* enthält die Tangenten *Eh*, Fh_1; sie berührt daher beziehungsweise in den Punkten *E*, *F* die Kreise *Epq*, *Fuv* und folglich in der Geraden *sEF* die Kegelfläche, deren Leitlinien die letztgenannten Kreise bilden und deren Scheitel der Durchschnittspunkt *s* der Geraden *pv*, *qu* ist.

Hiernach ist die Bildtrace *xy* durch den Punkt *s* und senkrecht auf *mn* zu ziehen.

Die Berührungskante *EF* der Kegelfläche mit der Ebene *k* geht durch den in der Bildfläche gelegenen Scheitel *s*, folglich muss auch die Projection *ef* dieser Kante durch den Punkt *s* gehen. Weil aber die Projectionen *e*, *f* von den Durchschnittspunkten *E*, *F* der Kante *EF* mit den Kreisen *Epq* und *Fuv* Berührungspunkte der parallelen Tangenten *pq*, *uv* bilden, so ist *ef* ein Durchmesser der Ellipse, und deshalb muss *ef* auch durch den Mittelpunkt *n* der Ellipse gezogen werden.

Fallen die Punkte *n*, *s* sehr nahe zusammen, so suche man, um *ef* mit grösserer Genauigkeit zu erhalten, einen der Punkte *e*, *f*, etwa *e*, auf folgende Weise:

Von dem Durchschnittspunkte *h* der Tangente *Eh* mit der Bildfläche, d. i. von dem gemeinschaftlichen Punkte der Geraden *pq*, *xy* ziehe man die Tangente $h\varepsilon$ an den umgelegten Kreis $p\varepsilon q$ und $\varepsilon e \perp pq$, oder die Tangente $h\varepsilon_1$ an den Kreis *mpq* und $\varepsilon_1 e \perp hm$; denn die Sehne $\varepsilon_1 e \varepsilon_2$ des Kreises *mpq* bildet den geometrischen Ort der Projectionen der Berührungspunkte aller Tangenten der Kugel, welche durch den Punkt *h* gezogen werden können, folglich muss die Projection *e* von dem Berührungspunkte *E* der Tangente *Eh* im Durchschnitte der Geraden *pq* und ε_1 ε_2 liegen.

Sind die Punkte *e*, *f* gefunden, so kann man durch Umlegen der Punkte *E*, *F* um *ef* nach $\varepsilon_3\varphi_3$ den Durchmesser des projicirten Kreises *k*, d. i. $\varepsilon_3\varphi_3$ erhalten, und dann die grosse Axe $ab = \varepsilon_3\varphi_3$ und mittelst *ab* und eines der Punkte *e*, *f*, *x*, *y* die kleine Axe *cd* der Ellipse construiren.

Wenn der Durchschnittspunkt *l* der Tangente *f* und der Axe *ab* benützt werden kann, ist es jedoch vortheilhafter, die

Digitized by Google

Länge nf_1 des Halbmessers Fn durch Drehung des Winkels lfn in die zur Bildfläche parallele Ebene lf_1n zu bestimmen. — $ff_1 \perp cd$, $fj \parallel ab$; $lf_1n = 90°$; $na = nb = nf_1$; $nc = nd = nj$.

Weil die Projectionen e, f der in der Ebene k enthaltenen Punkte E, F auf verschiedenen Seiten der Trace xy liegen, so befindet sich einer von den Punkten E, F auf der oberen, der andere auf der unteren Kugelhälfte. Nach dem Umlegen gelangt also E nach ε_3 auf die eine und F nach φ_3 auf die andere Seite von ef.

Die zweite Kegelfläche, welche durch die Kreise Epq und Fuv bestimmt ist, hat ihren Scheitel s_1 im Durchschnitte der Geraden pu, qv.

Da die Gerade $x_1 s_1 y_1$, welche durch den Scheitel s_1 senkrecht zu mn gezogen ist, den Kreis mpq nicht schneidet, so kann auch die durch die Gerade x_1y_1 berührend an die zweite Kegelfläche gelegte Ebene die Kugel nur nach einem Kreise k_1 schneiden, dessen Projection keine berührende Ellipse des Kreises mpq ist.

Weil aber ausser den Ebenen (k), (k_1), welche hinsichtlich der Bildfläche symmetrisch zu k, k_1 liegen und deshalb dieselben Bestimmungen wie k, k_1 liefern, keine Ebene denkbar ist, welche die Kreise Epq, Fuv berührte, und deren Bildtrace zu mn senkrecht wäre; so ist im vorliegenden Falle nur eine dem Kreise mpq eingeschriebene Ellipse möglich, welche n als Mittelpunkt und pq als Tangente hat.

Die vorher angegebene Construction des Punktes s der Trace xy gilt immer, wenn die Tangente pq der Ellipse den Kreisbogen xpy und die Tangente uv den Kreisbogen xvy schneidet, wenn also die Berührungspunkte e, f der genannten Tangenten auf verschiedenen Seiten der Trace xy liegen.

Die Berührungssehne xy der beiden Kegelschnitte bildet daher den geometrischen Ort der Durchschnittspunkte der Diagonalen aller Kreisvierecke, deren parallele Seiten die in bezeichneter Lage befindlichen Tangenten der Ellipse sind.

Wenn aber beide Tangenten pq, uv denselben Kreisbogen xdy in den Punkten p, q, u, v schneiden, wenn sie also die Ellipse auf derselben Seite von xy berühren, so schneiden sich die nicht parallelen Vierecksseiten pu, qv in einem Punkte s_2 der Trace xy.

Digitized by Google

In einem solchen Falle berührt die Ebene des als die fragliche Ellipse sich projicirenden Kreises k mit derselben Seite die Leitlinien Epq, Fuv der Kegelfläche s_2Epquv.

Dann kann aber durch den gemeinschaftlichen Punkt s der Diagonalen pu, qv keine berührende Ebene an die Kegelfläche $spquv$ gelegt werden, deren Trace zu mn senkrecht wäre, weil diese Trace innerhalb der Kegelfläche liegend erhalten wird.

Aus der Figur 1 ergeben sich nun leicht Auflösungen für die Aufgabe:

Die Endpunkte a, b, c, d der Axen einer Ellipse zu construiren, wenn die Lage der Axen ab, cd und eine Tangente xt sammt dem Berührungspunkte x dieser Linie gegeben sind.

Zu dem Behufe betrachte man die Ellipse als orthogonale Projection eines ebenen Schnittes k einer Kugel, welche die Ellipse in dem Punkte x berührt und deren Mittelpunkt m in der kleinen Axe cd liegt. $xm \perp xt$.

Unter diesem Gesichtspunkte betrachtet, erscheint der sich ergebende Diameter xr der Ellipse als orthogonale Projection des Diameters xR vom Kreise k.

Man hat also nur die wahre Grösse $x\rho$ von xR durch Drehung der Kugelsehne xR um xr in die Bildfläche zu bestimmen, $ab = x\rho$ zu machen und cd vermittelst ab und x oder r zu construiren.

Der leichteren Übersicht wegen wurde diese Aufgabe in Fig. 2 gelöst.

Es ist $xm \perp tx$, $nr = nx$, $mo \parallel r\rho \perp xw$, $o\rho = ow = ox$, $na = nb = \frac{1}{2} x\rho$.

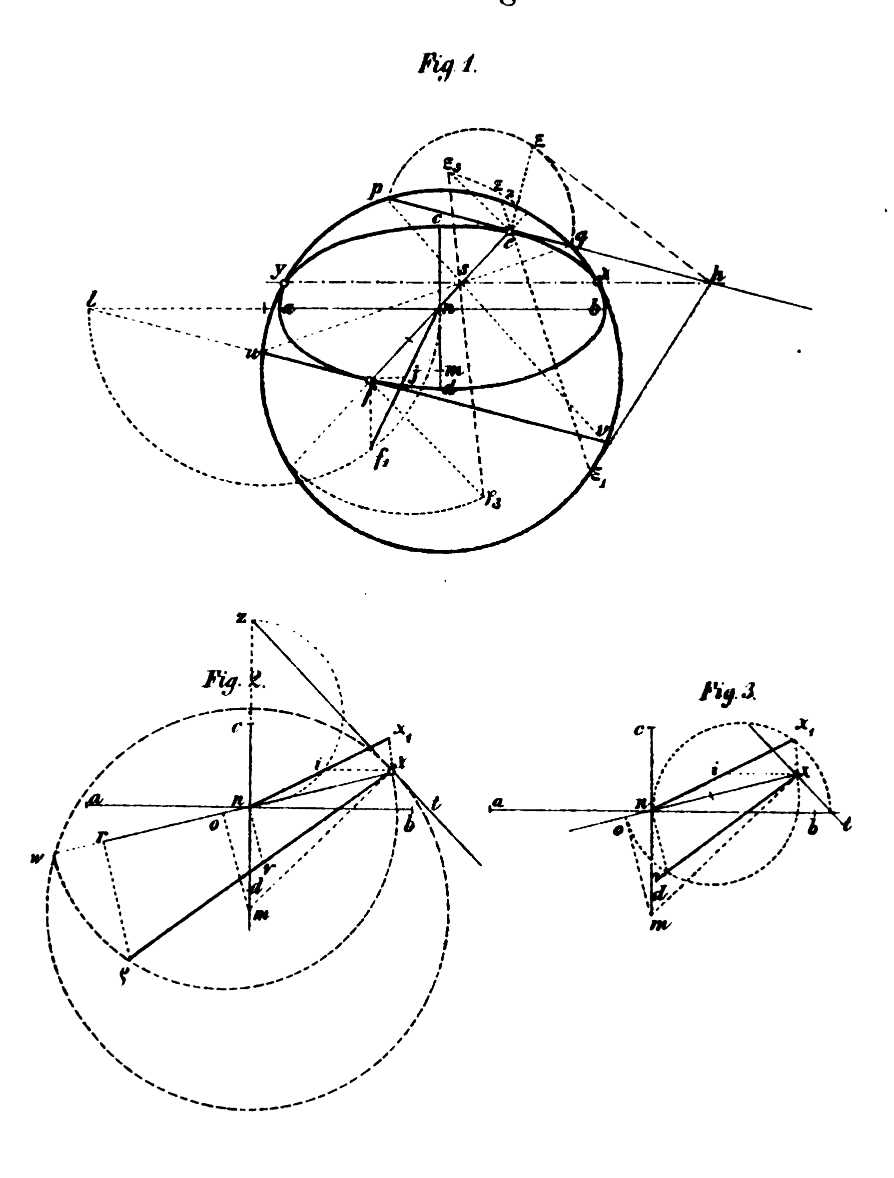
Zieht man $n\nu \perp xw$, so ist $x\nu = \frac{1}{2} x\rho$ die Länge der grossen Halbaxe $na = nb$.

Weil nun $x\nu o = x\rho\omega = 90°$ ist, so kann die Strecke $x\nu$ gefunden werden, wenn man in Fig. 3, $xm \perp tx$, mo sowie $n\nu \perp xno$ errichtet, über xo den Halbkreis $x\nu o$ beschreibt und die Gerade $x\nu$ zieht.

Am einfachsten ergeben sich ni und nx_1, Fig. 2, 3, als Längen der beiden Halbaxen. $xx_1 \perp nt$, $xi \parallel ab$; $nx_1t = nix = 90°$.

Digitized by Google

R. Niemtschik, Ü. d. Constr. d. e. Kreise eingeschriebenen Ellipse etc.



M. Fahrmbacher lith. Druck v. Jos. Wagner in Wien.

Digitized by Google

Digitized by Google

Zum Schlusse füge ich noch die Bemerkung bei, dass die Construction der einer Linie zweiter Ordnung umschriebenen Linien derselben Ordnung nach denselben Grundsätzen wie jene der eingeschriebenen Linien erfolgen kann.

Im Allgemeinen ist die gegebene Linie als ein Hauptschnitt oder als Contour einer windschiefen Fläche zweiter Ordnung und die umschriebene Linie l als orthogonale Projection eines ebenen Schnittes der bezüglichen Fläche zu betrachten.

Die ausführliche Behandlung der verschiedenen Fälle über das genannte Thema bleibe einer späteren Gelegenheit vorbehalten.

Digitized by Google

XXVI. SITZUNG VOM 13. NOVEMBER 1873.

Herr Prof. Dr. L. Pfaundler in Innsbruck übersendet eine Abhandlung: „Über einen Apparat zur Demonstration der Zusammensetzung beliebiger rechtwinklig auf einander stattfindender Schwingungen."

Herr Director Dr. Jos. Stefan überreicht den theoretischen Theil seiner Abhandlung: „Versuche über die Verdampfung".

Herr Regierungsrath Dr. K. v. Littrow berichtet über die neuerliche Entdeckung eines teleskopischen Kometen, welche Herrn Coggia in Marseille am 10. November d. J. gelungen ist.

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie, königl., gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt: Jahrbücher. Neue Folge. Heft VII. Erfurt, 1873; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1962 (Bd. 82. 18.) Kiel, 1873; 4°.

Bericht des k. k. Krankenhauses Wieden zu Wien vom Jahre 1871. Wien, 1873; 8°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nr. 17. Paris, 1873; 4°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: Zeitschrift. VIII. Bd., Nr. 21. Wien, 1873; 4°.

— böhmische, chemische: Berichte. IV. Heft. Prag, 1873; 8°.

— der Wissenschaften, Oberlausitzische: Neues Lausitzisches Magazin. L. Band, 1. Heft. Görlitz, 1873; 8°.

— naturhistorische, zu Hannover: XXII. Jahresbericht. Hannover, 1872; 8°.

— physikalisch - ökonomische, zu Königsberg: Schriften. XIII. Jahrgang. 1872. II. Abtheilung. Königsberg; 4°. — Geologische Karte der Provinz Preussen. Sect. 12. Danzig. Folio.

Digitized by Google

Gesellschaft, Deutsche, für Natur- und Völkerkunde Ostasiens: Mittheilungen. I. Heft. Mai 1873. Yokohama; 4⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 45. Wien, 1873; 4⁰.

Institute, The Anthropological, of Great Britain and Ireland: Journal. Vol. II, Nr. 3. London, 1873; 8⁰.

Jahresbericht über die Fortschritte der Chemie etc., von Alex. Naumann. Für 1871. I. Heft. Giessen, 1873; 8⁰.

Kasan, Universität: Bulletin et Mémoires. 1873. Nr. 1. Kasan, 1872; 8⁰.

Keller, Filippo, Ricerche sull' attrazione delle montagne con applicazioni numeriche. Parte II[da]. Roma, 1873; 8⁰.

Konninck, L. G. de, Monographie des fossiles carbonifères de Bleiberg en Carinthie. Bruxelles & Bonn, 1873; 4⁰.

Mojsisovics v. Mojsvár, Edmund, Das Gebiet um Hallstatt. I. Theil: Die Mollusken-Faunen der Zlambach- und Hallstätter Schichten. (Abhandlungen der k. k. geologischen Reichsanstalt. Band VI.) Wien, 1873; 8⁰.

Moniteur scientifique du D[teur] Quesneville. 383[e] Livraison. Paris, 1873; 4⁰.

Montigny, Ch., Mesures d'altitude barométriques prises à la tour de la cathédrale d'Anvers, sous l'influence de vents de vitesse et de directions différentes. Bruxelles, 1873; 8⁰.

Nature. Nr. 210, Vol. IX. London, 1873; 4⁰.

Observatory of Trinity College, Dublin: Astronomical Observations and Researches. II[d] Part. Dublin, 1873; 4⁰.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. III. Reeks. II. Aflev. 2. Utrecht, 1873; 8⁰.

Raspail, F. V., Almanach et Calendrier météorologique pour l'année 1874. Paris & Bruxelles; 12⁰.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". III[e] Année, 2[me] Série, Nr. 19. Paris, 1873; 4⁰.

Rostock, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus d. J. 1871—1873. 8⁰, 4⁰ & Folio.

Société Royale des Sciences de Liège: Mémoires. II[e] Série. Tome III. Liège, Bruxelles & Paris, 1873; 8⁰.

Digitized by Google

Société Botanique de France: Bulletin. Tome XXe. 1873. Revue bibliographique B. Paris; 8°.

Virlet d'Aoust, Les origines du Nil. Paris, 1872; 8°.

Wiener Medizinische Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 45. Wien, 1873; 4°.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXV. Jahrgang, 13. Heft. Wien, 1873; 4°.

Digitized by Google

Versuche über die Verdampfung.

Von dem w. M. J. Stefan.

Die bisher über die Verdampfung von Flüssigkeiten ausgeführten Versuche haben nicht zu Ergebnissen geführt, welche sich in die Form von bestimmten physikalischen Gesetzen hätten bringen lassen. Es leiden diese Versuche alle an dem Fehler, dass sie nicht unter hinreichend einfachen mathematisch ausdrückbaren und planmässig variirten Bedingungen angestellt worden sind. Der Mangel einer präcisen theoretischen Vorstellung von dem Wesen des Verdampfungsprocesses war auch für die experimentelle Entwicklung der Lehre von der Verdampfung ein Hinderniss.

Ich habe nun eine Reihe von Versuchen ausgeführt in der Absicht, diese bedeutende Lücke in der Physik auszufüllen. Durch dieselben ist zwar die gestellte Aufgabe noch nicht vollständig gelöst. Die Versuche werden noch einer mehrfachen Wiederholung bedürfen, damit die aus ihnen gezogenen Resultate, namentlich die numerischen Werthe der auf die Natur der Dämpfe sich beziehenden neuen Constanten die nöthige Sicherheit gewinnen. Ferner wird die Ausdehnung der Versuche auf die vielen verschiedenen Flüssigkeiten noch einen grossen Aufwand von Arbeit erfordern. Ich veröffentliche gleichwohl das bisher von mir Gefundene namentlich, weil ich die Fortsetzung gewisser Versuche zu verschieben genöthigt bin.

Während frühere Experimentatoren wohl wegen des meteorologischen Interesses fast ausschliesslich sich nur mit der Verdampfung des Wassers beschäftigten, erschienen mir gerade Versuche mit dieser Flüssigkeit am wenigsten zur Erreichung des gesteckten Zieles, der Auffindung allgemeiner Gesetze, geeignet. Das Wasser verdampft bei gewöhnlicher Temperatur zu

Digitized by Google

langsam, die Vergrösserung der zu messenden Mengen durch Verlängerung der Beobachtungszeit ist nicht ausführbar, da die Verdampfungsgeschwindigkeit nicht nur von der Temperatur, sondern ausserdem noch von dem Feuchtigkeitsgehalte der Luft abhängig und es schwer ist, diese beiden Grössen durch eine längere Zeit im Beobachtungsraume constant zu erhalten. Auch ist der Dampfdruck des Wassers bei gewöhnlicher Temperatur sehr klein gegen den Luftdruck, und können gewöhnliche Verdunstungsversuche das Gesetz der Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit vom Dampfdrucke nicht erkennen lassen, da es gerade darauf ankommt, letztere Grösse bedeutend zu variiren.

Es empfiehlt sich aus diesen Gründen, eine flüchtigere Flüssigkeit zu den Versuchen zu wählen und zwar eine Flüssigkeit, welche Wasserdampf aus der Luft entweder gar nicht oder nur in sehr kleiner Menge aufzunehmen im Stande ist, wie z. B. Äther, Schwefelkohlenstoff.

Dass man mit solchen Flüssigkeiten nicht schon längst Versuche angestellt, mag wohl der Umstand Ursache sein, dass die Raschheit ihrer Verdampfung eine bedeutende Erniedrigung der Temperatur ihrer Oberfläche zur Folge hat und die Bestimmung dieser Temperatur nicht gut ausführbar ist. Um diesen Uebelstand so viel als möglich zu vermeiden, wählte ich als Verdunstungsgefässe nicht weite Schalen, wie man es bisher gethan, sondern verhältnissmässig enge Röhren. Die Kleinheit des Querschnittes der verdampfenden Flüssigkeit macht es möglich, dass diese ihren Wärmeverlust leichter aus der Umgebung decken kann. Es wird zwar die Oberfläche immer etwas niedriger temperirt sein, als die Umgebung selbst, es genügt jedoch, wenn diese Differenz unter die Grösse anderer nicht leicht vermeidlicher Störungen und Fehler tritt.

Die Versuche über die Verdampfung aus offenen in freier Luft aufgestellten Röhren haben zuerst zu zwei sehr einfachen auf die geometrischen Verhältnisse des Experiments Bezug nehmenden Gesetzen geführt.

Die Geschwindigkeit der Verdampfung einer Flüssigkeit aus einer Röhre ist dem Abstande des

Digitized by Google

Niveau's der Flüssigkeit vom offenen Ende verkehrt proportional.

Dieses Gesetz tritt in voller Schärfe zum Vorschein, selbst bei sehr rascher Verdampfung, wenn die Niveaudistanz etwa 10 Mm. übersteigt. Bei kleinerer Niveautiefe treten leicht Störungen, wie z. B. eine Temperaturerniedrigung auf, welche die Erlangung sicherer Resultate nicht gestatten.

Die Verdampfungsgeschwindigkeit ist unabhängig vom Durchmesser der Röhre.

Dieses Resultat ergab sich aus Versuchen mit Röhren, deren Durchmesser von 0·6 Mm. bis 6 Mm. variirten.

Die nächste Aufgabe bildete die Ermittlung der Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von der Temperatur, speciell von dem jeder bestimmten Temperatur entsprechenden Maximum der Spannkraft des aus der Flüssigkeit sich entwickelnden Dampfes.

In Bezug auf diese Abhängigkeit hat Dalton das Gesetz aufgestellt, dass die Verdampfungsgeschwindigkeit dem erwähnten Maximum proportional ist. Meine Versuche treten diesem Gesetze entschieden entgegen, hingegen harmoniren sie mit dem folgenden:

Die Verdampfungsgeschwindigkeit ist proportional dem Logarithmus eines Bruches, dessen Zähler der Luftdruck, dessen Nenner der um das Maximum der Dampfspannung verminderte Luftdruck ist.

Das Dalton'sche Gesetz bildet gewissermassen die erste Approximation an das soeben Aufgestellte. Ist die Dampfspannung klein gegen den Luftdruck, so kann man obigen Logarithmus ersetzen durch den Quotienten aus der Dampfspannung und dem Luftdrucke. Im Allgemeinen aber ist nach dem neuen Gesetze das Ansteigen der Verdampfungsgeschwindigkeit mit der Temperatur ein rascheres, als das Wachsthum des Maximums des Dampfdruckes. Ja für den Fall, als dieses Maximum gleich wird dem Luftdrucke, wird nach dem neuen Gesetze die Verdampfungsgeschwindigkeit unendlich gross und bezeichnet das Gesetz damit den Eintritt eines neuen Processes, nämlich des Siedens der Flüssigkeit.

Digitized by Google

Die zweite Abtheilung dieser Abhandlung enthält die theoretische Discussion der im ersten Theile aufgeführten Versuche und Resultate. Der Verdampfungsprocess ist zu zerlegen in zwei, in die Emission der Dampftheilchen aus der Oberfläche der Flüssigkeit und in die Diffusion dieser Theilchen durch die über der Flüssigkeit befindliche Luft. Die Aufgabe der Theorie besteht zunächst in der Aufstellung der Differentialgleichungen für die Diffusion des Dampfes, dann in der Auffindung einer für die Oberfläche der Flüssigkeit geltenden Gleichung.

Die Gleichungen für die Bewegung des Dampfes durch die Luft sind dieselben, wie die Gleichungen für die Bewegung zweier Gase durch einander, welche Gleichungen ich in einer früheren Abhandlung abgeleitet und zur Berechnung der über die Diffusion von Gasen angestellten Versuche angewendet habe. Die Grundsätze, auf welche ich diese Ableitung gegründet, sind folgende. Die bewegenden Kräfte, welche auf die Theilchen eines Gases in einem Gemenge wirken, sowohl äussere als auch jene, welche aus den Druckdifferenzen entspringen, sind so in Rechnung zu setzen, als ob dieses eine Gas allein in dem vom Gemenge erfüllten Raume vorhanden wäre. Es ist dieser Satz eine Erweiterung des für die Aërostatik giltigen Dalton'schen Princips auf die Probleme der Aërodynamik. Der Einfluss eines zweiten in demselben Raume vorhandenen Gases auf die Bewegung des ersten aber wird bestimmt durch folgende Annahme: Jedes Theilchen eines Gases, welches sich durch ein zweites Gas bewegt, erfährt von diesem einen Widerstand, welcher proportional ist der Dichte dieses zweiten Gases und der relativen Geschwindigkeit beider.

Die auf diese Art gewonnenen Gleichungen, specialisirt für den Fall der in der ersten Abtheilung beschriebenen Versuche, liefern alsogleich die ersten zwei über die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von der Tiefe des Niveaus und vom Durchmesser der Röhre gefundenen Gesetze. Sie liefern auch noch das dritte Gesetz, welches für die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von dem Maximum der Dampfspannung aufgestellt wurde, wenn man annimmt, dass die Dampfspannung an der Oberfläche der Flüssigkeit selbst immer

Digitized by Google

dem bezeichneten Maximum gleich, also die unmittelbar auf der Flüssigkeit liegende Luftschichte mit Dampf gesättigt ist.

Damit ist zugleich die für die Oberfläche der Flüssigkeit giltige einfache Grenzbedingung gewonnen.

Die aufgestellten Gleichungen gestatten nunmehr auch die Berechnung der jedem Paare von Gasen eigenthümlichen Constanten, welche man Diffusionscoëfficient nennt. Dieser ist für Ätherdampf-Luft = 0·082, für Schwefelkohlenstoffdampf-Luft = 0·099 und beziehen sich diese Zahlen auf Centimeter als Längen-, Secunde als Zeiteinheit.

In der Abhandlung über die dynamische Theorie der Diffusion der Gase habe ich den Widerstand, welchen ein Gastheilchen bei der Bewegung durch ein zweites Gas erfährt, als Function der Massen und Durchmesser der Molecüle und ihrer Temperatur berechnet. Mit Hilfe der dort gefundenen Formeln ist man im Stande, aus den Diffusionscoëfficienten die für jedes Gas charakteristische mittlere Länge des Weges, welchen ein Molecül von einem Zusammenstosse mit einem andern Molecül bis zu dem nächsten Zusammenstosse macht, zu berechnen.

Nimmt man die mittlere Weglänge für Luft, wie ich sie in der citirten Abhandlung aus den von Loschmidt ausgeführten Diffusionsversuchen berechnet habe = 0·0000071 Cm., so erhält man aus den obigen Diffusionscoëfficienten die mittlere Weglänge für Ätherdampf = 0·0000023, für Schwefelkohlenstoffdampf = 0.0000032.

Die mittlere Weglänge für ein bestimmtes Gas ist abhängig von der Grösse seiner Molecüle und steht mit dem Querschnitte dieser in verkehrtem Verhältniss. Man kann daher aus den soeben angeführten Zahlen das Verhältniss der Molecüldurchmesser ableiten und erhält den Durchmesser eines Äthermolecüls nahe 1·2mal grösser als den eines Schwefelkohlenstoffmolecüls und das Volumen des ersten 1·67mal grösser als das des zweiten.

Die Dichte des flüssigen Äthers ist 220mal grösser als die normale Dichte seines Dampfes, die Dichte des flüssigen Schwefelkohlenstoffs 374mal grösser, als die seines Dampfes. Nehmen wir an, die Molecüle im flüssigen Äther und Schwefelkohlenstoff seien so aneinander geschmiegt, dass sie den von der Flüssigkeit occupirten Raum vollständig ausfüllen. Dann müssen, weil

Digitized by Google

gleiche Dampfvolumina bei demselben Drucke und derselben Temperatur gleich viel Moleclüe enthalten, die Volumina der Äther- und Schwefelkohlenstoffmolecüle sich zu einander verhalten, wie 374 zu 220 und der Quotient dieser beiden Zahlen 1·70 steht in grosser Uebereinstimmung mit dem früher gefundenen Werthe 1·67.

Unter der über die Lagerung der Molecüle in einer Flüssigkeit gemachten Annahme lässt sich aus der für einen Dampf gefundenen mittleren Weglänge und aus dem Verhältnisse der Dichten des Dampfes und der Flüssigkeit der absolute Werth des Molecüldurchmessers ableiten. Man erhält für Äther denselben = 0·000000089 Cm., für Schwefelkohlenstoff = 0·000000073. Aus jeder dieser Zahlen kann man mit Hilfe des Verhältnisses der mittleren Weglängen den Durchmesser eines Luftmolecüls ableiten. Beide liefern dafür denselben Werth 0·000000049 Cm. Ein Luftmolecül ist natürlich als eine Art Mittelwerth der Stickstoff- und Sauerstoffmolecüle aufzufassen.

In der dritten Abtheilung der Abhandlung wird eine zweite Art von Versuchen beschrieben, welche sich auf die Verdampfung in geschlossenen Röhren beziehen. Taucht man eine Röhre, die an einem Ende geschlossen, am andern offen, mit diesem Ende in Äther, so entwickeln sich fortwährend Blasen anfangs rascher, später langsamer, und zwar befolgt diese Blasenentwicklung ein sehr einfaches Gesetz: Die Zeiten, in welchen sich auf einander folgend gleiche Anzahlen von Blasen entwickeln, verhalten sich wie die ungeraden Zahlen.

Enthält die eingetauchte Röhre Wasserstoffgas statt Luft, so entwickelt sich dieselbe Anzahl von Blasen in einer viermal kürzeren Zeit. Insofern die Anzahl der entwickelten Blasen ein Mass für die Menge des gebildeten Dampfes bildet, folgt daraus, dass die Verdampfung des Aethers in Wasserstoffgas viermal rascher vor sich geht als in Luft.

Es schien mir wichtig, dieses neue Resultat noch durch einen zweiten Versuch nach Art der in der ersten Abtheilung beschriebenen sicher zu stellen. Ich habe einen einfachen Apparat zusammengestellt, welcher es erlaubt, eine Flüssigkeit in jedem beliebigen Gase verdampfen zu lassen und zwar unter denselben Bedingungen, unter welchen die Verdampfung in der

Digitized by Google

freien Luft vor sich geht. Ein Versuch mit diesem Apparate hat gelehrt, dass der Äther in einer Wasserstoffatmosphäre aus einem Röhrchen 3·7 Mal rascher verdunstet, als in Luft. Ist auch die Übereinstimmung zwischen den zwei Versuchen keine besonders grosse, so genügt sie doch zur Sicherstellung dieser neuen Thatsache.

Über die Verdampfung in geschlossenen Röhren habe ich noch eine andere Art von Versuchen gemacht, welche sich auch zu absoluten Bestimmungen eignen. Taucht man eine mit einem Hahn versehene Röhre mit offenem Hahn in Äther und schliesst darauf den Hahn, so sinkt das Niveau der Flüssigkeit in der Röhre unter das äussere, und die Tiefen, bis zu denen das innere Niveau in bestimmten Zeiten sinkt, verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus diesen Zeiten.

Man erkennt leicht, dass dieses Gesetz im Wesen mit dem früher über die Blasenentwicklung ausgesprochenen übereinstimmt. Beide gelten jedoch nicht unbedingt für alle beliebige Zeiten, sondern nur für den Beginn des Processes. Man kann sie als genau annehmen, bis etwa halb so viel Dampf in der Röhre sich entwickelt hat, als sich überhaupt bis zur Sättigung entwickeln kann. Sie gelten, wie die Theorie dieser Versuche lehren wird, in aller Strenge für eine unendlich lange Röhre, und eine Abweichung wird so lange nicht merkbar, so lange der Partialdruck des am geschlossenen Ende der Röhre angelangten Dampfes innerhalb der Beobachtungsfehler liegt.

Die Theorie dieser Versuche, so wie die Anwendung derselben zur Bestimmung der Diffusionscoëfficienten will ich erst in einer nächsten Abhandlung vorführen. Ich habe die Versuche schon in dieser beschrieben, da sie mir an und für sich von Interesse zu sein scheinen.

Hingegen habe ich in dieser Abhandlung einen anderen Punkt nur theoretisch erörtert, ohne noch diese Erörterung experimentell geprüft zu haben. Da die Natur des Gases, in welchem eine Flüssigkeit verdampft, auf die Geschwindigkeit der Verdampfung von wesentlichem Einfluss ist, so darf man strenge genommen bei der Discussion der Versuche über die Verdampfung in Luft diese nicht als ein einfaches Gas betrachten,

Digitized by Google

sondern als ein Gemenge, und wenn man nur die Hauptbestandtheile der Luft, Stickstoff und Sauerstoff in Betracht zieht, als ein Gemenge von zwei Gasen. Die früher aufgestellten Gleichungen lassen sich leicht der Art erweitern, dass auch dieser Fall der Rechnung unterzogen werden kann. Es ergibt sich nun das interessante Resultat, dass die Verdampfung einer Flüssigkeit in einem Gasgemenge eine Aenderung des Mischungverhältnisses seiner Bestandtheile zur Folge hat, der Art, dass immer das diffusiblere Gas in der Nähe der verdampfenden Flüssigkeit im relativen Ueberschlusse gegen das andere sich befindet.

Lässt man also eine Flüssigkeit in einer mit Knallgas gefüllten Röhre verdampfen, so wird der Wasserstoffgehalt des Gemenges in der Nähe der Flüssigkeit ein relativ grösserer sein als in den andern Theilen der Röhre.

Wie es sich mit der Luft verhält, lässt sich leider aus den bisher gemachten Versuchen nicht mit Sicherheit voraussagen. Legt man die Graham'schen Beobachtungen über die Bewegung der Gase durch Capillarröhren der Berechnung der Diffusionscoëfficienten eines Dampfes und des Stickstoffs oder Sauerstoffs zu Grunde, so findet man den Unterschied zwischen denselben sehr klein und zwar den Diffusionscoëfficienten des Stickstoffs grösser. Daraus würde folgen, dass die Luft in der Nähe einer verdampfenden Flüssigkeit relativ stickstoffreicher ist. Hingegen gelangt man gerade zu dem entgegengesetzten Resultate, wenn man die Versuche von Loschmidt den Berechnungen zu Grunde legt, in welchem Falle man den Diffusionscoëfficienten für Sauerstoff merklich grösser erhält als den für Stickstoff.

Aus dem geringen Unterschiede zwichen dem Verhalten des Stickstoffs und Sauerstoffs folgt nun noch, dass man bei den Diffusionsprocessen die Luft wie ein einfaches Gas behandeln kann, ohne einen merklichen Fehler zu begehen.

Digitized by Google

A. Versuche über die Verdampfung aus offenen Röhren.

Die Verdampfungsgefässe sind Glasröhrchen, mit Millimetertheilungen versehen, der Art, dass das offene Ende der Röhre mit dem Nullpunkt der Theilung zusammenfällt. Sie werden in einen Träger gespannt und vertical aufgestellt in einem geräumigen Zimmer, in welchem durch Offenhalten eines Fensters auch eine fortwährende Lufterneuerung ermöglicht ist.

Die Röhre wird bis nahe an den Rand mit der Flüssigkeit gefüllt. So wie diese verdampft, sinkt ihr Niveau, und die Geschwindigkeit dieses Sinkens bildet ein Mass für die Geschwindigkeit der Verdampfung. Die Beobachtung besteht also in der Bestimmung der Zeiten, in welchen die Flüssigkeit in der Röhre gewisse an der angebrachten Scala messbare Veränderungen des Niveaus erfährt.

Die erste der zu lösenden Fragen bezieht sich auf die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von den geometrischen Verhältnissen des Versuchs d. i. von der Tiefe des Niveaus der Flüssigkeit und von dem Durchmesser der Röhre.

Um das Gesetz zu finden, nach welchem die Verdampfungsgeschwindigkeit von der Tiefe des Niveau's abhängt, wurden die Zeiten beobachtet, welche zum Verdampfen ein und derselben Flüssigkeitsmenge aus verschiedenen Tiefen nothwendig waren. Die verdampfende Flüssigkeit war bei den folgenden Versuchen Äther.

I. Versuch.

Durchmesser der Röhre 2·64 Mm.
Barometerstand 746 Mm.
Temperatur 23°9.
Das Niveau sank von

9 Mm.	Tiefe	auf	11 Mm.	in	8′	30″
14 „	„	„	16 „	„	12′	25″
19 „	„	„	21 „	„	16′	20″
24 „	„	„	26 „	„	21′	5″
29 „	„	„	31 „	„	25′	5″

Unter der Tiefe des Niveau's ist der Abstand des tiefsten Punktes desselben von dem offenen Ende der Röhre verstanden.

Digitized by Google

Die mittleren Tiefen des Niveau's, aus denen in den angeführten Zeiten dieselbe Flüssigkeitsmenge von je 2 Mm. Höhe verdampfte, sind

10, 15, 20, 25, 30 Mm.

verhalten sich also zu einander, wie die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6. Dividirt man durch diese der Reihe nach die beobachteten Zeiten, so erhält man

8′ 30″ : 2 = 4′ 15″
12′ 25″ : 3 = 4′ 8″
16′ 20″ : 4 = 4′ 5″
21′ 5″ : 5 = 4′ 13″
25′ 5″ : 6 = 4′ 11″

Bis auf Abweichungen, welche durch die Fehler der Beobachtung verursacht sein können, ist der berechnete Quotient eine constante Zahl und liefert diese Tabelle das einfache Gesetz, dass zur Verdampfung derselben Flüssigkeitsmenge aus der *n*fachen Tiefe die *n*fache Zeit erforderlich ist oder das Gesetz: Die Verdampfungsgeschwindigkeit ist der Tiefe des Niveaus der Flüssigkeit unter dem Rande der Röhre verkehrt proportional.

Dieses Gesetz liefert noch schärfer der folgende mit einer weiteren Röhre gemachte

II. Versuch.

Durchmesser der Röhre 6·16 Mm.
Barometerstand 747 Mm.
Temperatur 22°
Das Niveau der Flüssigkeit sank

von 9 Mm. Tiefe auf 11 Mm. in 9′ 50″
„ 14 „ „ „ 16 „ „ 14′ 55″
„ 19 „ „ „ 21 „ „ 19′ 45″
„ 24 „ „ „ 26 „ „ 24′ 40″
„ 34 „ „ „ 36 „ „ 34′ 15″
„ 44 „ „ „ 46 „ „ 44′ 15″

Die auf einander folgenden mittleren Tiefen des Niveau sind

10, 15, 20, 25, 35, 45 Mm.

Digitized by Google

und verhalten sich zu einander, wie die Zahlen 2, 3, 4, 5, 7, 9. Die beobachteten Zeiten geben durch diese Zahlen dividirt die Quotienten

4′ 55″
4′ 58″
4′ 56″
4′ 54″
4′ 55″

Solche Übereinstimmung in den Zahlen kann natürlich nur dann erzielt werden, wenn während der ganzen Dauer des Versuches die Temperatur unverändert bleibt. Ich wählte zu den Versuchen nur ganz trübe Tage.

Bei beiden Versuchen beginnt die Beobachtung bei der Niveautiefe von 9 Mm. Ich bemerke hier, dass für kleinere Tiefen dasselbe Gesetz zu constatiren nicht gelang. Die Verdunstung des Äthers ist bei kleinen Niveautiefen so rasch, dass die Temperatur seiner Oberfläche merklich niedriger ist, als bei langsamerer Verdampfung.

Es schlägt sich auch Dampf an den obern Theilchen der Röhre in Tröpfchen nieder, welche die Regelmässigkeit der Bedingungen stören. Die Verdampfung erscheint desshalb bei geringeren Tiefen des Niveau's langsamer als sie nach obigem Gesetze sein sollte. Ein Aufsteigen der Flüssigkeit nach der Röhrenwand in Folge gebildeter Tröpfchen kann aber auch unter Umständen eine schnellere Verdampfung zur Folge haben.

Um die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von dem Durchmesser der Verdampfungsröhre zu finden, wurden gleichzeitig zwei Röhren von verschiedenem Durchmesser mit Äther gefüllt und wieder die Zeiten beobachtet, in welchen die Flüssigkeit in den Röhren gleiche Änderungen in ihrem Niveaustande erfuhr.

III. Versuch.

Durchmesser der ersten Röhre 2·64 Mm.
Durchmesser der zweiten Röhre 0·94 Mm.
Das Niveau sank in der ersten Röhre

Digitized by Google

von	15 Mm.	Tiefe	auf	20 Mm.	in		36′ 40″
„	10 „	„	„	25 „	„		47′ 10″
„	25 „	„	„	30 „	„		58′ 0″

Dieselben Veränderungen erlitt das Niveau in der zweiten Röhre in beziehlich

37′ 10″
46′ 30″
58′ 20″

Es unterscheiden sich diese Zeiten von den bei der ersten Röhre beobachteten nur um Grössen, welche durch die Fehler der Beobachtungen erklärt werden können.

Dasselbe Resultat liefert der folgende mit zwei sehr verschiedenen Röhren ausgeführte

IV. Versuch.

Durchmesser der ersten Röhre 6·16 Mm.
Durchmesser der zweiten Röhre 0·64 Mm.
Das Niveau sank in der ersten Röhre

von	10 Mm.	bis	15 Mm.	in	31′ 50″
„	15 „	„	20 „	„	44′ 15″
„	35 „	„	40 „	„	1h 36′ 30″

und dieselben Veränderungen erlitt das Niveau in der zweiten Röhre in

31′ 45″
44′ 30″
1h 37′ 0″

Aus diesen zwei Versuchen folgt also das Gesetz: **Die Verdampfungsgeschwindigkeit ist unabhängig vom Querschnitt der Röhre.**

Auch dieses Resultat erhält man nur, wenn die Temperatur während der Beobachtung unverändert bleibt. Bei steigender Temperatur des Beobachtungsraumes eilt die Verdampfung in engen Röhren der in weiten voran, hingegen geht bei sinkender Temperatur die Verdampfung in der weiteren Röhre schneller vor sich als in der engeren. Es erklärt sich dies aus der grös-

Digitized by Google

seren thermometrischen Trägheit der Flüssigkeitsmasse in der weiten Röhre.

Durch diese Versuche wird die Frage, ob die Gestalt der Flüssigkeitsoberfläche einen Einfluss auf die Verdampfung übe, nicht erledigt. Da die Versuche so angestellt sind, dass die Flüssigkeit aus verhältnissmässig grossen Tiefen verdampft, so tritt der gedachte Einfluss in ihnen nicht hervor. Auf diese Frage können nur Versuche über die Verdampfung aus geringeren Tiefen Antwort geben. Auch kommt bei diesen Versuchen der Einfluss der Reibung nicht zum Vorschein.

Nachdem durch die vorhergehenden Versuche die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von den geometrischen Bedingungen des Experimentes bestimmt ist, bleibt noch der Einfluss der physikalischen Verhältnisse zu untersuchen übrig, das ist der Einfluss der Temperatur der verdampfenden Flüssigkeit, der Temperatur, der Zusammensetzung und des Druckes der Luft.

Was die Abhängigkeit der Verdampfungsgeschwindigkeit von der Zusammensetzung der Luft, speciell von ihrem Feuchtigkeitsgehalte, ferner von ihrem Drucke anbetrifft, so ist eine directe Ermittlung derselben aus Versuchen in freier Luft nicht leicht. Die vorkommenden Variationen dieser Grössen und die damit zusammenhängenden Änderungen der Verdampfungsgeschwindigkeit sind so klein, dass nur aus zahlreichen, ausserordentlich genauen Versuchen die Art der Wechselbeziehung abgeleitet werden könnte.

Ebenso kann sich der Einfluss der Temperatur, insofern von ihr die Dichte der Luft und die Intensität ihrer Molecularbewegung abhängig ist, nur in sehr geringem Masse kund geben, wenn sich die Versuche nicht auf beträchtlich verschiedene Temperaturen beziehen. Das Gesetz desselben lässt sich aus den bisher von mir angestellten Versuchen nicht ableiten, diese lassen nur so viel erkennen, dass durch die Temperaturerhöhung der Luft allein die Geschwindigkeit der Verdampfung vergrössert wird.

Digitized by Google

Ebenfalls von geringer Bedeutung ist der Einfluss der mit steigender Temperatur verbundenen Dichtigkeitsänderung der Flüssigkeit und lässt sich die desshalb nöthige Correction an den Beobachtungsresultaten leicht vornehmen.

Hingegen ist der Einfluss der Temperatur der Flüssigkeit von sehr grosser Bedeutung insofern, als von der Temperatur die Spannkraft der aus der Flüssigkeit sich entwickelnden Dämpfe abhängig ist, welche Spannkraft bei flüchtigeren Flüssigkeiten sehr rasch mit der Temperatur sich verändert. Zunächst bildet die Aufsuchung des Zusammenhanges zwischen der Verdampfungsgeschwindigkeit und der Dampfspannung die Hauptaufgabe. Bevor diese nicht gelöst ist, kann an die Bestimmung der kleineren Einflüsse nicht gegangen werden.

Bisher hat man nach Dalton angenommen, dass die Geschwindigkeit, mit welcher eine Flüssigkeit in freier Luft verdampft, dem Maximum der Spannkraft, welches dem Dampfe der Flüssigkeit bei der Verdampfungstemperatur zukommt, proportional ist, oder wenn die Atmosphäre schon Dampf der betreffenden Flüssigkeit enthält, dem Unterschiede des erwähnten Maximums und des Druckes des in der Luft schon vorhandenen Dampfes. Man hat ausserdem noch angenommen, dass die Geschwindigkeit der Verdampfung mit dem Drucke der atmosphärischen Luft im verkehrten Verhältnisse steht. Auf diese beiden Annahmen gründet sich die Anwendung des Psychrometers zur Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes der Luft und kann die Brauchbarkeit dieses Instrumentes als ein Beweis für die Zulässigkeit der gedachten Annahmen betrachtet werden, jedoch nur für die bei psychrometrischen Beobachtungen vorkommenden Fälle.

Es ist jedoch klar, wenn der Zusammenhang zwischen der Verdampfungsgeschwindigkeit, dem Dampf- und dem Luftdrucke auch durch eine complicirtere Function bestimmt ist, sobald der Druck des Dampfes klein ist gegen den der Luft, diese Function in eine Reihe entwickelt, als erstes Glied das Dalton'sche Gesetz liefern wird.

Um zu entscheiden, ob dieses Gesetz nur das erste Glied einer Reihe oder das wahre Gesetz ist, muss man Versuche anstellen, bei welchen bedeutend grössere Dampfdrücke ins Spiel

Digitized by Google

kommen. Solche Versuche hat auch Dalton schon ausgeführt, indem er Wasser bei höheren Temperaturen, selbst bei der Siedetemperatur verdampfen liess, und er hat durch diese Versuche auch das erwähnte einfache Gesetz zu erhärten gesucht. Die Ausführung dieser Versuche ist jedoch so wenig exact, und sind ihre Resultate so unzuverlässig, dass ihnen eine Beweiskraft nicht zugestanden werden kann.

Die Versuche, welche ich zur Lösung dieser Frage gemacht habe, sind allerdings nicht zahlreich und genau genug und müssen noch über ein grösseres Temperaturgebiet ausgedehnt werden, sie lassen aber keinen Zweifel übrig, dass das oben angeführte Dalton'sche Gesetz nicht das richtige ist.

Da bei solchen Versuchen die Bestimmung der Temperatur das wichtigste, so habe ich dieselben in etwas anderer Art, als die im vorhergehenden besprochenen, angestellt.

Eine Epronvette wird mit Wasser gefüllt und durch einen mit drei Bohrungen versehenen Kork verschlossen. Durch die eine der Öffnungen wird ein Thermometer, durch die zweite das Glasrohr, welches als Verdampfungsgefäss dienen soll, eingeführt. Durch die dritte tritt das durch das Thermometer und die Verdampfungsröhre verdrängte Wasser aus. Die Epronvette wird abgetrocknet, in einen Träger gespannt und der Apparat nicht mehr wie früher in einem Zimmer, sondern vor dem Fenster aufgestellt. Auf diese Weise erfährt man die Temperatur der verdampfenden Flüssigkeit genauer als durch ein neben dem Verdampfungsgefässe aufgestelltes Thermometer, und zugleich ist die Fortführung der Dämpfe vor dem Fenster besser ermöglicht, als in einem Zimmer.

V. Versuchsreihe.

Das Niveau des Äthers sank von 19 Mm. auf 21 Mm. Tiefe in

t		θ	p_1	p
$t = 34'\ 10''$	bei	$\theta = 11°3$,	$p_1 = 302$ Mm.,	$p = 743$ Mm.
$28'\ 20''$		$14°6$	348	746
$20'$		$20°4$	441	750
$10'\ 40''$		$28°7$	605	749

In dieser Tabelle bedeutet t die Zeit, θ die Temperatur der Flüssigkeit, p_1 das nach den Regnault'schen Tabellen

Digitized by Google

berechnete der Temperatur θ entsprechende Maximum der Spannkraft des Ätherdampfes, p den während jedes einzelnen Versuchs herrschenden Barometerstand.

Der Vergleich der unter t und p_1 angeführten Zahlen lehrt auf den ersten Blick, dass das Dalton'sche Gesetz nicht giltig ist. Während von der Temperatur 11° 3 bis zu der von 28° 7 der Druck p_1 auf das Doppelte steigt, sinkt die entsprechende Verdampfungszeit nicht auf die Hälfte, sondern noch unter ein Drittel des ersten Werthes. Es nimmt also die Verdampfungsgeschwindigkeit rascher zu, als es nach dem Dalton'schen Gesetze der Fall sein sollte.

Die vier obigen Beobachtungen können wohl nicht zur directen Ableitung der Beziehung zwischen der Verdampfungsgeschwindigkeit und dem Dampfdrucke benützt werden, sie können aber zur Prüfung eines durch theoretische Betrachtungen erschlossenen Gesetzes dienen. Dieses Gesetz lautet: Die Verdampfungsgeschwindigkeit ist proportional dem Logarithmus eines Bruches, dessen Zähler der Luftdruck, dessen Nenner der um die Spannkraft des Dampfes verminderte Luftdruck ist.

Nach den obigen Bezeichnungen ist also die Verdampfungsgeschwindigkeit dem Ausdrucke

$$\log \frac{p}{p-p_1}$$

proportional, oder dieser Ausdruck mit der Verdampfungszeit multiplicirt muss ein constantes Product liefern, während nach dem Dalton'schen Gesetze das Product aus $\frac{p_1}{p}$ und der Verdampfungszeit eine unveränderliche Zahl sein sollte.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Verticalreihe die Producte von $\log. \frac{p}{p-p_1}$ und den Verdampfungszeiten t für die obigen vier Versuche, und zwar sind die natürlichen Logarithmen und die Zeiten t in Secunden genommen. Die zweite Verticalreihe enthält die Producte aus den Quotienten $\frac{p_1}{p}$ und den Zeiten t.

Digitized by Google

1069·4	833
1068·1	793
1064·1	706
1055·3	517

Der Vergleich der ersten Zahlenreihe mit der zweiten spricht entschieden für das der Berechnung der ersten zu Grunde gelegte Gesetz. Es ist noch zu bemerken, dass von vorneherein eine kleine Abnahme der berechneten Producte bei steigender Temperatur erwartet werden muss, sie dürfte bei genaueren Beobachtungen sich noch grösser herausstellen als die obige in der ersten Reihe es ist, nie aber kann sie den Werth erreichen, welcher in der zweiten Reihe auftritt.

Man kann noch die Daten, welche der erste und zweite Versuch geliefert haben, zur Prüfung des hier aufgestellten Gesetzes benützen. Nimmt man nur die Beobachtungen, welche sich auf die Senkung des Niveau's von 19 Mm. auf 21 Mm. Tiefe beziehen, so erhält man

$$t \log \frac{p}{p-p_1} = 1103 \cdot 3 \text{ aus dem I.}$$
$$= 1167 \cdot 1 \text{ aus dem II.}$$

Versuche und sind diese Producte merklich höher als die vorhin gefundenen.

Der wahrscheinlichste Grund dieser Abweichung ist wohl der, dass die Temperatur der verdampfenden Flüssigkeit zu hoch angenommen ist, wenn sie der Zimmertemperatur gleich gesetzt wird, und zwar um so mehr, je grösser der Querschnitt der Flüssigkeit ist. Dem entsprechend ist das aus dem zweiten Versuche, bei welchem die weiteste Röhre in Anwendung kam, berechnete Product auch das grösste.

VI. Versuche mit Schwefelkohlenstoff.

In derselben Weise, wie die vier zuletzt mitgetheilten mit Äther, wurden zwei Versuche mit Schwefelkohlenstoff gemacht. Das Niveau desselben sank von 19 auf 21 Mm. in

$$t = 1^h\ 4'\ 20^s \text{ bei } \theta = 14°1 \text{ und } p = 743 \text{ Mm.}$$
$$= 54'\ 15^s \qquad = 17°6 \qquad = 741$$

Digitized by Google

Die Maxima der Spannkräfte des Schwefelkohlenstoffdampfes für diese zwei Temperaturen sind

240, 274

und erhält man das Product

$$t \log \frac{p}{p-p_1} = 1503$$

zufälliger Weise für beide Versuche gleich entgegen dem richtigen, nachdem das Product für den zweiten Versuch einen kleineren Werth haben sollte.

Ein anderer Versuch, bei dem das Verdampfungsrohr und das Thermometer nicht in eine mit Wasser gefüllte Eprouvette eingetaucht waren, sondern nur die Zimmertemperatur als Temperatur der verdampfenden Flüssigkeit angenommen wurde, ergab für das Sinken des Niveau's von 19 auf 21 Mm. Tiefe die Zeit

$$t = 44' \; 40'' \text{ bei } \theta = 21°8 \text{ und } p = 744 \text{ Mm.}$$

Das dieser Temperatur entsprechende Maximum der Dampfspannung ist 324 Mm. und es folgt

$$t \log \frac{p}{p-p_1} = 1532$$

also ebenfalls grösser als bei den zwei vorhergehenden Versuchen, doch ist die Abweichung keine so bedeutende als bei den Versuchen mit Äther.

B. Theoretische Discussion.

Die allgemeinen Grundlagen für die theoretische Discussion der im Vorhergehenden mitgetheilten Versuche sind schon in meiner Abhandlung: „über das Gleichgewicht und die Bewegung, insbesondere die Diffusion von Gasgemengen[1]" enthalten. Die Verdampfung einer Flüssigkeit, das

[1] Sitzungsberichte, Band LXIII. 2. Abtheilung.

Digitized by Google

Sieden ausgeschlossen, ist wesentlich ein Process der Diffusion des Dampfes durch das Gas, in welchem die Verdampfung stattfindet. Die allgemeinen Gleichungen, welche für die Bewegung eines Gases durch ein anderes abgeleitet wurden, müssen auch in dem jetzigen Falle gelten, nur tritt für die Oberfläche der Flüssigkeit zu denselben eine Grenzbedingung hinzu, deren Beschaffenheit nur auf experimentellem Wege ermittelt werden kann.

Da sich die Ableitung der Bewegungsgleichungen kurz fassen lässt, so will ich dieselben hier wiederholen, jedoch mit Beschränkung auf den speciellen Fall, um den es sich hier handelt.

Das Gasgemenge bewege sich in einer geraden Röhre und wir setzen voraus, dass Geschwindigkeit und Dichte jedes einzelnen Gases wohl längs der Röhre von Querschnitt zu Querschnitt sich ändern, in einem und demselben Querschnitte aber überall denselben Werth haben.

Durch zwei unendlich nahe liegende Querschnitte, die durch MN und $M'N'$ angedeutet seien und deren Abstand $MM' = dx$ gesetzt werden mag, ist ein Element der Röhre bestimmt. Nach den Grundsätzen der Hydrodynamik sind nun alle Theilchen eines Gases in diesem Elemente als ein Körper aufzufassen und die auf diesen wirkenden Kräfte gleich dem Producte aus seiner Masse und der Beschleunigung, die sie ihm ertheilen, gleich. Die Kräfte können erstens äussere sein, wie z. B. die Schwere, von solchen sehen wir ab. Zweitens entspringt eine bewegende Kraft aus dem Druckgefälle. Ist nun der Gesammtdruck des Gasgemenges auf den Querschnitt MN qp, unter p den Druck auf die Flächeneinheit, unter q die Grösse des Querschnittes verstanden, so entsteht jetzt die Frage, der wie vielte Theil dieses Gesammtdruckes als bewegende Kraft auf die Theilchen eines einzelnen Gases im Gemenge entfalle.

Auf diese Frage gibt das Princip der gleichen Action die Antwort, dass der gesuchte Theil des Gesammtdruckes, den die Theilchen eines einzelnen Gases in der Fläche MN erfahren, gleich ist dem Drucke, welchen sie selbst gegen diese Fläche ausüben, also dem Partialdrucke des betrachteten Gases auf den Querschnitt MN, wir bezeichnen ihn mit qp_1. Der entsprechende Druck auf den Querschnitt $M'N'$ ist dann $q\,(p_1 + dp_1)$ und dem

ersteren entgegengesetzt gerichtet, es bleibt demnach aus der Druckdifferenz die bewegende Kraft

$$-qdp_1$$

welche gerade so gross ist, als wäre das betrachtete Gas allein in der Röhre vorhanden.

Drittens ist noch der Einfluss des zweiten Gases auf die Bewegung des ersten in Rechnung zu ziehen. Zu diesem Behufe stellte ich folgenden Satz auf: In einem Gasgemenge erfährt jedes einzelne Theilchen eines Gases, wenn es sich bewegt, von dem zweiten Gase einen Widerstand proportional der Dichte dieses zweiten Gases und der relativen Geschwindigkeit beider.

Bezeichnet man mit ρ_1 und u_1 die Dichte und die Geschwindigkeit des ersten, mit ρ_2 und u_2 dieselben Grössen des zweiten Gases, so ist der Widerstand, den jedes einzelne Theilchen des ersten Gases im Röhrenelemente $MNM'N'$ vom zweiten Gase erfährt, der Grösse $\rho_2 (u_1 - u_2)$ proportional. Auf alle in diesem Elemente enthaltenen Theilchen, deren Zahl durch die Grösse $\rho_1 qdx$ gemessen werden kann, entfällt also ein Widerstand, der durch

$$A_{12}\rho_1\rho_2 (u_1 - u_2)\, qdx$$

ausgedrückt werden kann, worin A_{12} eine von der chemischen Natur und der Temperatur der beiden Gase abhängige Grösse, für unseren Fall also eine Constante bedeutet.

Der so eben bestimmte Widerstand ist als bewegende Kraft negativ zu rechnen, es ist also die Summe der auf die Theilchen des ersten Gases, welche im Volumen qdx enthalten sind, wirkenden bewegenden Kräfte

$$-qdp_1 - A_{12}\rho_1\rho_2 (u_1 - u_2)\, qdx$$

Dieser Ausdruck ist dem Producte aus Masse $\rho_1 qdx$ und ihrer Beschleunigung, welche ξ_1 heissen soll, gleich zu setzen. Man hat also

$$\rho_1\xi_1 = -\frac{dp_1}{dx} - A_{12}\rho_1\rho_2 (u_1 - u_2) \qquad (1)$$

Zu dieser Gleichung kommt nun noch die Continuitätsgleichung, welche den Zuwachs der Masse in einem Elemente aus-

Digitized by Google

drückt durch die Differenz der einströmenden und ausströmenden Menge. Sie ist

$$\frac{d\rho_1}{dt} + \frac{d(\rho_1 u_1)}{dx} = 0$$

Wie diese Gleichungen für das eine, erhält man auch zwei Gleichungen für das zweite Gas,

$$\rho_2 \xi_2 = -\frac{dp_2}{dx} - A_{12}\rho_1\rho_2(u_2 - u_1)$$

$$\frac{d\rho_2}{dt} + \frac{d(\rho_2 u_2)}{dx} = 0$$

und ist die Bedeutung der darin benützten Bezeichnungen leicht zu erkennen. Es ist nur hervorzuheben, dass der Factor A_{12} in der Gleichung für das zweite Gas derselbe ist wie in der Gleichung für das erste, da die Bewegungsgrösse, welche die Theilchen des ersten Gases in Folge des vom zweiten ausgeübten Widerstandes verlieren, die Theilchen des zweiten gewinnen.

Wir denken uns nun, eine Flüssigkeit verdampfe aus einer Röhre und ihr Niveau in der Röhre werde immerfort in derselben Höhe erhalten. Es ist dann ein Beharrungszustand in der Bewegung möglich und bei diesem ist $\xi_1 = 0$, aber zugleich auch $u_2 = 0$ und es bleibt für diesen Fall die Gleichung

$$\frac{dp_1}{dx} + A_{12}\rho_1\rho_2 u_1 = 0 \tag{2}$$

$\rho_1 u_1$ bedeutet die durch die Einheit des Querschnittes in der Einheit der Zeit gehende Dampfmasse. Diese ist im Beharrungszustande für alle Querschnitte eine und dieselbe. Diese Dampfmasse auf die normale Dichte d_1 (auf 0° Temperatur und 760 Mm. Barometerstand bezogen) des Dampfes reducirt, wird ein Volumen v_1 einnehmen, dessen Grösse bestimmt ist durch die Gleichung

$$\rho_1 u_1 = d_1 v_1$$

Die Dichte ρ_2 des zweiten ersetzen wir nach dem Gesetze von Mariotte und Gay-Lussac durch

$$\rho_2 = \frac{p_2}{p_0}\frac{T_0}{T} d_2$$

Digitized by Google

worin p_2 den Partialdruck des zweiten Gases auf den Querschnitt MN, d_2 die normale Dichte, T die absolute Temperatur dieses Gases, T_0 die des schmelzenden Eises bedeutet. Nach Einführung dieser Grössen in die Gleichung (2) verwandelt sie sich in

$$\frac{dp_1}{dx} + \frac{A_{12} d_1 d_2 T_0}{p_0 T} p_2 v_1 = 0 \tag{3}$$

Der Factor bei $p_2 v_1$ werde durch $\frac{1}{k}$ ersetzt, also

$$k = \frac{p_0 T}{A_{12} d_1 d_2 T_0} \tag{4}$$

genommen, und soll k der Diffusionscoëfficient des Dampfes und des Gases, durch welches sich der Dampf bewegt, genannt werden.

Die Gleichung (3) erhält nunmehr die Form

$$\frac{dp_1}{dx} + \frac{p_2 v_1}{k} = 0$$

Die Summe der beiden Partialdrucke p_1 und p_2 ist in der Röhre überall dieselbe und zwar in unserem Falle gleich dem Drucke der äusseren Luft. Ist dieser p, so kann man in vorstehender Gleichung

$$p_2 = p - p_1$$

setzen und schreiben

$$\frac{1}{p-p_1} \frac{dp_1}{dx} + \frac{v_1}{k} = 0$$

oder

$$v_1 = k \frac{d \log (p-p_1)}{dx} \tag{5}$$

Da v_1 und k unabhängig sind von x, so ist es auch das Gefälle des $\log(p - p_1)$. Hat an der Oberfläche der Flüssigkeit der Partialdruck des Dampfes den speciellen Werth p_1', am offenen Ende der Röhre den Werth p_1'' und ist h die Entfernung dieses Endes vom Niveau der Flüssigkeit, so ist

$$\frac{d \log (p-p_1)}{dx} = \frac{\log (p-p_1'') - \log (p-p_1')}{h}$$

Digitized by Google

und die Gleichung (5) verwandelt sich in

$$v_1 = \frac{k}{h} \log \frac{p - p_1''}{p - p_1'} \tag{6}$$

v_1 ist die in der Einheit der Zeit durch die Einheit des Querschnittes gehende volummetrisch bestimmte Dampfmenge, bildet also ein Mass der Verdampfungsgeschwindigkeit und gibt uns voranstehende Formel zunächst die Gesetze, dass die Verdampfungsgeschwindigkeit der Tiefe des Niveau's der Flüssigkeit verkehrt proportional und unabhängig vom Querschnitte der Röhre ist.

Die Formel lehrt ferner, dass die Verdampfungsgeschwindigkeit proportional ist dem Logarithmus eines Bruches, dessen Zähler der um den Dampfdruck am offenen Ende und dessen Nenner der um den Dampfdruck an der Oberfläche der Flüssigkeit verminderte Luftdruck ist. Es stimmt diese Formel mit den Resultaten der Versuche überein, wenn der Dampfdruck am offenen Ende = 0 und der an der Oberfläche der Flüssigkeit gleich gesetzt wird dem Maximum der Spannkraft, das dem Dampfe bei der Beobachtungstemperatur zukommt.

Die Grenzbedingung für die Oberfläche der Flüssigkeit ist also die, dass der Partialdruck des Dampfes in ihr gleich dem Maximum des der Beobachtungstemperatur entsprechenden Dampfdruckes gesetzt werden muss.

Unmittelbar an der Oberfläche der Flüssigkeit ist der Raum als mit Dampf gesättigt zu betrachten und die Flüssigkeit ist im Stande, jederzeit so viel Dampf zu entwickeln, als davon fort diffundirt. Dies ist innerhalb der Grenzen der bisher angestellten Versuche richtig, es braucht jedoch nicht für alle Fälle richtig zu sein. Es ist möglich, dass bei Versuchen in luftverdünntem Raume, in welchem die Diffusion des Dampfes viel rascher wird, der Druck des Dampfes an der Oberfläche der Flüssigkeit fortwährend kleiner bleibt, als das der Oberflächentemperatur entsprechende Maximum der Spannkraft ist. Die Bedingung für die Oberfläche wäre dann, die fortgeführte Dampfmenge muss gleich sein der aus der Flüssigkeit entwickelten. Die Abhängigkeit der letzteren von dem Maximum der Spannkraft und dem actuellen Drucke des Dampfes an der Oberfläche

Digitized by Google

kann vielleicht durch das einfache Gesetz der Proportionalität mit der Differenz dieser zwei Drucke genügend dargestellt werden, und würde der Proportionalfactor eine neue Constante der Flüssigkeit enthalten, man könnte sie Verdampfungscoëfficient nennen. Von dieser Annahme bildet die obige, dass der Dampfdruck an der Oberfläche der Flüssigkeit gleich ist dem Maximum einen speciellen Fall, in welchem der Verdampfungscoëfficient sehr gross gegen v_1 gesetzt ist.

Die Gleichung (6) soll nun noch in directere Beziehung zu den Versuchen gebracht werden. Wird $p_1'' = 0$ gesetzt und für p_1' einfach p_1 geschrieben, so ist

$$v_1 = \frac{k}{h} \log \frac{p}{p-p_1}$$

Der in der Zeit dt entwickelten Dampfmenge $v_1 dt$ entspricht eine Senkung des Niveau's der Flüssigkeit, welche mit dh bezeichnet werden soll, und es ist

$$d_1 v_1 dt = s_1 dh$$

wenn mit d_1, wie oben, die normale Dichte des Dampfes, mit s_1 die Dichte der Flüssigkeit bezeichnet wird.

Man hat daher

$$s_1 dh = \frac{kd_1}{h} \log \frac{p}{p-p_1} dt$$

oder

$$hdh = \frac{kd_1}{s_1} \log \frac{p}{p-p_1} dt$$

Ist h_0 die Tiefe des Niveaus der Flüssigkeit zur Zeit $t = t_0$ und h_1 die Tiefe desselben zur Zeit $t = t_1$, so folgt aus dem Integrale dieser Gleichung

$$\frac{1}{2}(h_1 + h_0)(h_1 - h_0) = \frac{kd_1}{s_1} \log \frac{p}{p-p_1} (t_1 - t_0) \tag{7}$$

und diese lehrt, dass die Zeit $t_1 - t_0$, welche zum Verdampfen einer Flüssigkeitsmenge $h_1 - h_0$ nothwendig ist, immer der mittleren Tiefe des Niveau's während der Verdampfung nämlich $\frac{1}{2}(h_1 + h_0)$ proportional ist.

Digitized by Google

Diese Gleichung kann nun zur Berechnung des Diffusionscoëfficienten aus den Versuchsdaten benützt werden.

Nehmen wir das Centimeter als Längeneinheit, so ist für die Versuche V.

$$\frac{1}{2}(h_1+h_0)=2,\ \ h_1-h_0=0{\cdot}2$$

und der Mittelwerth des Productes

$$\log\frac{p}{p-p_1}(t_1-t_0)=1064\cdot 2$$

der dem Mittelwerthe der Temperaturen, 19°, entsprechend angenommen werden kann.

Ferner ist die Dichte des Ätherdampfes auf Luft als Einheit bezogen,

$$d_1=2\cdot 565$$

die Dichte des flüssigen Äthers auf Wasser als Einheit bezogen = 0·73 und da Wasser 773mal dichter als Luft, so ist

$$s_1=773\times 0\cdot 73$$

und der Quotient

$$\frac{s_1}{d_1}=220$$

Aus diesen Daten folgt

$$k=0\cdot 0827$$

als Diffusionscoëfficient von Äther und Luft für die Temperatur von 19°.

Für die mit Schwefelkohlenstoff angestellten Versuche VI. haben $^1/_2(h_1+h_0)$ und h_1-h_0 dieselben Werthe, dann ist

$$\log\frac{p}{p-p_1}(t_1-t_0)=1503$$

$$d_1=2\cdot 626,\ \ s_1=773\times 1\cdot 272$$

$$\frac{s_1}{d_1}=374$$

und daraus ergibt sich

$$k=0\cdot 0995$$

Digitized by Google

als Diffusionscoëfficient von Schwefelkohlenstoff und Luft für die Temperatur von ungefähr 16°.

Es ist im Vorhergehenden die Luft wie ein einfaches Gas behandelt worden, sie ist aber, wenn man nur auf ihre Hauptbestandtheile, Stickstoff und Sauerstoff, Rücksicht nimmt, ein Gemenge von zwei Gasen und es hätten zur Discussion der Verdampfungsversuche die Gleichungen für die Bewegung eines aus drei Bestandtheilen bestehenden Gases verwendet werden sollen.

Bewegt sich ein Gas durch ein Gemenge von zwei andern, so erhält man für diese Bewegung, wie leicht zu übersehen ist, statt der oben abgeleiteten Gleichung (1) die folgende:

$$\rho_1\xi_1 = -\frac{dp_1}{dx} - A_{12}\rho_1\rho_2(u_1 - u_2) - A_{13}\rho_1\rho_3(u_1 - u_3)$$

worin ρ_3 und u_3 die Dichte und die Geschwindigkeit des dritten Gases bedeuten und A_{13} dasselbe für die Combination des ersten und dritten Gases darstellt, was A_{12} für die Combination des ersten und zweiten.

In ähnlicher Weise gelten für die beiden andern Gase die zwei Gleichungen

$$\rho_2\xi_2 = -\frac{dp_2}{dx} - A_{12}\rho_1\rho_2(u_2 - u_1) - A_{23}\rho_2\rho_3(u_2 - u_3)$$

$$\rho_3\xi_3 = -\frac{dp_3}{dx} - A_{13}\rho_1\rho_3(u_3 - u_1) - A_{23}\rho_2\rho_3(u_3 - u_2)$$

Die Bedeutung der neu hinzugekommenen Bezeichnungen ξ_3 und A_{23} ist unmittelbar klar.

Für den Fall der behandelten Versuche sind nun

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi_3 = 0$$
$$u_2 = u_3 = 0$$

und es bleiben die Gleichungen

$$\frac{dp_1}{dx} + A_{12}\rho_1\rho_2 u_1 + A_{13}\rho_1\rho_3 u_1 = 0$$

Digitized by Google

$$\frac{dp_2}{dx} - A_{12}\rho_1\rho_2 u_1 = 0$$

$$\frac{dp_3}{dx} - A_{13}\rho_1\rho_3 u_1 = 0$$

Darin ist $\rho_1 u_1$ constant. Ersetzt man es wieder durch $d_1 v_1$, führt statt ρ_2 und ρ_3 die Drucke p_2 und p_3 und analog der Gleichung (4) die Bezeichnungen

$$k_{12} = \frac{p_0 T}{A_{12} d_1 d_2 T_0}, \quad k_{13} = \frac{p_0 T}{A_{13} d_1 d_3 T_0}$$

ein, so erhält man die Gleichungen

$$\begin{aligned} &\frac{dp_1}{dx} + \left(\frac{p_2}{k_{12}} + \frac{p_3}{k_{13}}\right) v_1 = 0 \\ &\frac{dp_2}{dx} - \frac{p_2 v_1}{k_{12}} = 0 \\ &\frac{dp_3}{dx} - \frac{p_3 v_1}{k_{13}} = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Die Grössen k_{12} und k_{13} sind die Diffusionscoëfficienten, welche der Combination des ersten und zweiten, des ersten und dritten Gases entsprechen.

Aus den beiden letzten Gleichungen erhält man

$$p_2 = p_2'' e^{-\frac{v_1}{k_{12}}(h-x)}, \quad p_3 = p_3'' e^{-\frac{v_1}{k_{13}}(h-x)}$$

und bedeuten p_2'' und p_3'' die Werthe der Partialdrucke p_2 und p_3 für $x = h$. Durch diese Abscisse soll wieder der Rand der Verdampfungsröhre bestimmt sein und der Anfangspunkt der Abscissen in der Oberfläche der Flüssigkeit liegen. Ist der Druck p_1 am offenen Ende der Röhre $= 0$ und p der Luftdruck, so ist

$$p_2'' + p_3'' = p$$

Sind α_2 und α_3 die Verhältnisszahlen, nach denen Stickstoff und Sauerstoff in der Luft gemengt sind, so kann man auch

$$p_2'' = \alpha_2 p, \; p_3'' = \alpha_3 p$$

Digitized by Google

setzen und

$$p_2 = \alpha_2 p e^{-\frac{v_1}{k_{12}}(h-x)}, \quad p_3 = \alpha_3 p e^{-\frac{v_1}{k_1}(h-x)} \tag{6}$$

Bildet man den Quotienten

$$\frac{p_2}{p_3} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} e^{-v_1(h-x)\left(\frac{1}{k_{12}} - \frac{1}{k_{13}}\right)}$$

so sieht man, dass er nur dann unabhängig von k ist, wenn $k_{12} = k_{13}$. Die Luft hat also innerhalb der Verdampfungsröhre eine andere Zusammensetzung als ausserhalb.

Aus den von Graham über die Bewegung von Gasen durch Capillarröhren ausgeführten Versuchen kann man das Verhalten des Stickstoffs und des Sauerstoffs bei der Diffusion berechnen und es ergibt sich für diese zwei Gase eine sehr geringe Differenz in dem Sinne, dass der Diffusionscoëfficient k_{12} für Dampf-Stickstoff wenig grösser ist, als k_{13} für Dampf-Sauerstoff. Es ist also

$$\frac{1}{k_{12}} < \frac{1}{k_{13}}$$

somit obige Exponentielle grösser als 1 und

$$\frac{p_2}{p_3} > \frac{\alpha_2}{\alpha_3}$$

d. h. die Luft in der Verdampfungsröhre ist stickstoffreicher, als die äussere.

Hingegen ergibt sich aus den von Loschmidt über die Diffusion von Gasen gemachten Versuchen das entgegengesetzte Resultat, da diese den Diffusionscoëfficienten für Sauerstoff merklich grösser liefern, als den für Stickstoff.

In jedem Falle ist der Unterschied zwischen k_{12} und k_{13} gering und wird deshalb durch Versuche über die Verdampfung in Luft eine experimentelle Prüfung des Gegenstandes nicht möglich sein. Wohl aber ist zu erwarten, dass Versuche über die Verdampfung in einem andern Gemenge als Luft, z. B. in Knallgas, dessen Bestandtheile sehr verschieden bei der Diffusion sich verhalten, eine Prüfung des aus der obigen Gleichung gezogenen Schlusses gestatten werden.

Digitized by Google

Führt man die durch die Formeln (7) bestimmten Werthe von p_2 und p_3 in die erste der Gleichungen (6), so lässt sich auch diese integriren und gibt

$$p_1 + \alpha_2 p e^{-\frac{v_1}{k_{12}}(h-x)} + \alpha_3 p e^{-\frac{v_1}{k_{13}}(h-x)} + C = 0$$

Ist für $x = h$, $p_1 = 0$, so folgt

$$C = -(\alpha_2 + \alpha_3) p = -p$$

und es wird

$$\frac{p - p_1}{p} = \alpha_2 e^{-\frac{v_1}{k_{12}}(h-x)} + \alpha_3 e^{-\frac{v_1}{k_{13}}(h-x)}$$

und wenn man p_1 das an der Oberfläche der Flüssigkeit herschende Maximum der Dampfspannung bedeuten lässt

$$\frac{p - p_1}{p} = \alpha_2 e^{-\frac{v_1 h}{k_{12}}} + \alpha_3 e^{-\frac{v_1 h}{k_{13}}}$$

Setzt man

$$\frac{\alpha_2}{k_{12}} = \frac{\alpha_2}{k} + \delta$$

$$\frac{\alpha_3}{k_{13}} = \frac{\alpha_3}{k} - \delta$$

so wird

$$\frac{1}{k} = \frac{\alpha_2}{k_{12}} + \frac{\alpha_3}{k_{13}} \tag{8}$$

und wenn die beiden Coëfficienten k_{12} und k_{13} wenig von einander verschieden sind, wird δ eine kleine Zahl sein. Führt man diese Werthe in die vorige Gleichung, so wird

$$\frac{p - p_1}{p} = e^{-\frac{v_1 h}{k}} \left(\alpha_2 e^{-\frac{v_1 h \delta}{\alpha_2}} + \alpha_3 e^{+\frac{v_1 h \delta}{\alpha_3}} \right)$$

und die Summe der Exponentiellen innerhalb der Klammer reducirt sich bei Vernachlässigung der Glieder, welche die zweite und höhere Potenzen von δ enthalten, auf 1.

Aus der Formel

$$\frac{p - p_1}{p} = e^{-\frac{v_1 h}{k}}$$

Digitized by Google

ergibt sich dann

$$v_1 = \frac{k}{h} \log \frac{p}{p - p_1} \tag{9}$$

Es kann also k als der Diffusionscoëfficient für Dampfluft betrachtet werden, und ist durch k_{12} und k_{13} nach der Formel (8) bestimmt.

Die Formel (9) ergibt sich auch aus der ersten der Gleichungen (6), wenn man von der veränderten Zusammensetzung der Luft absieht, und demgemäss

$$p_2 = \alpha_2 (p - p_1)$$
$$p_3 = \alpha_3 (p - p_1)$$

setzt.

C. Versuche über die Verdampfung in geschlossenen Röhren.

Taucht man eine Glasröhre, welche an einem Ende geschlossen, an dem andern offen ist, mit dem offenen Ende in Äther, so wird im ersten Momente die Luft in der Röhre durch die eintretende Flüssigkeit comprimirt, diese Flüssigkeit wird jedoch bald aus der Röhre verdrängt, und es entwickeln sich anfangs in rascher, später in langsamerer Aufeinanderfolge Blasen aus der Röhre.

Der aus dem Äther sich bildende und in die Röhre aufsteigende Dampf vermehrt den Druck innerhalb der Röhre, und zur Herstellung des Gleichgewichtes mit dem äusseren Luftdrucke wird eine Ausdehnung der in der Röhre enthaltenen Luft nothwendig und hat das angegebene Phänomen zur Folge.

Man kann diesen Versuch noch in einer andern Form, in welcher er sich namentlich zur Demonstration in der Schule gut eignet, ausführen. Nimmt man eine U-förmig gebogene Röhre, von deren Schenkeln der eine geschlossen, der andere offen ist, und giesst durch den offenen Schenkel in die Röhre Äther, so kann man durch diesen die Luft im geschlossenen Schenkel abschliessen. Es erfolgt jedoch allsogleich eine Ausdehnung derselben, es steigt eine Blase in den offenen Schenkel auf und

Digitized by Google

folgen ihr andere Blasen anfangs rascher, später immer langsamer.

VII. Versuch.

Die Zeiten, zu welchen die Röhre eingetaucht wurde, dann die fünfte, zehnte, fünfzehnte u. s. w. Blase sich entwickelt hatte, und die Differenzen dieser Zeiten waren folgende:

10ʰ	50′	0″		
	50	26		26″
	51	42	1′	16
	53	48	2	6
	56	45	2	57
11ʰ	0	31	3	46
	5	12	4	41
	10	38	5	26
	16	58	6	20

Bildet man aus den Zeitdifferenzen die folgenden Quotienten:

	26″	: 1	=	26
1′	16	: 3	=	25·3
2	6	: 5	=	25·2
2	57	: 7	=	25·4
3	46	: 9	=	25·1
4	41	: 11	=	25·5
5	26	: 13	=	25·1
6	20	: 15	=	25·3

so ergibt sich aus den übereinstimmenden Werthen derselben folgendes einfache Gesetz:

Die Zeiten, in welchen sich aufeinanderfolgend gleiche Anzahlen von Blasen entwickeln, verhalten sich, wie die aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen.

Versuche mit gebogenen Röhren liefern ebenfalls dieses Gesetz, jedoch treten bei diesen im Anfange Abweichungen auf, welche auf die beim Eingiessen der Flüssigkeit entstehenden Störungen zurückzuführen sind. Die bedeutendste Störung bildet die Temperaturerniedrigung, welche die Flüssigkeit erfährt, und

Digitized by Google

werden in Folge dessen die Zeiten, welche zur Entwicklung der ersten Blasen nothwendig sind, grösser, als sie nach dem obigen Gesetze sein sollten. Dasselbe tritt meistens auch bei geraden Röhren ein, namentlich wenn der Versuch bei einer höheren Temperatur angestellt wird, bei welcher die Verdampfung eine sehr rasche ist.

Derartige Versuche lassen sich zu absoluten Bestimmungen nicht verwenden, da die Bestimmung der Grössen der Blasen und der Mischungsverhältnisse von Dampf und Luft in denselben nicht möglich ist. Man kann aber durch solche Versuche wohl auf die allereinfachste Weise darthun, dass die Natur des Gases, in welchem die Verdampfung stattfindet, auf die Verdampfungsgeschwindigkeit von wesentlichem Einfluss ist. Ein Beispiel dafür liefert der folgende:

VIII. Versuch.

Durch dieselbe Röhre, welche bei dem vorhergehenden Versuche gedient hatte, wurde durch längere Zeit ein Strom von Wasserstoffgas geschickt, dann der Hahn geschlossen und die Röhre rasch in Äther eingetaucht. Die Zeiten, zu welchen das Eintauchen geschah, dann die fünfte, zehnte, fünfzehnte Blase u. s. w. sich entwickelt hatte, und die Differenzen dieser Zeiten waren folgende:

10ʰ	24′	0″	
	24	8	8″
	24	27	19
	24	59	32
	25	43	44
	26	40	57
	27	50	70

Bildet man wieder, wie früher, die Quotienten

$$8:\ 1 = 8$$
$$19:\ 3 = 6\cdot 33$$
$$32:\ 5 = 6\cdot 40$$
$$44:\ 7 = 6\cdot 29$$
$$57:\ 9 = 6\cdot 33$$
$$70:11 = 6\cdot 35$$

Digitized by Google

so stimmen dieselben, bis auf den ersten, unter einander sehr gut und kann die Abweichung des ersten als Folge einer anfänglichen Störung aufgefasst werden. Es sind aber jetzt die Quotienten fast genau viermal kleiner, als beim vorhergehenden Versuch. Dieselbe Anzahl Blasen entwickelt sich in Wasserstoff in einer viermal kürzeren Zeit und man kann daraus folgenden Schluss ziehen:

Die Verdampfung geht in Wasserstoffgas viermal rascher vor sich, als unter gleichen Umständen in Luft.

Sollen derartige Versuche vergleichbare Resultate liefern, so müssen sie natürlich unter gleichartigen Bedingungen ausgeführt werden. Das Verdampfungsrohr wurde deshalb in einer Metallscheibe befestigt, welche dann zugleich als Deckel für das Gefäss, in welchem der Äther sich befand, diente. Wird die Höhe der Flüssigkeit in diesem Gefässe in zwei Fällen gleich gemacht, so taucht auch die Röhre in beiden Fällen gleich tief ein und erhält auch, wenn die Scheibe immer in derselben Weise auf das Gefäss gesetzt wird, dieselbe Neigung. Von der grössten Bedeutung ist jedoch der Einfluss der Temperatur, da mit steigender Temperatur die Blasenentwicklung sehr beschleunigt wird. Es sind deshalb auch die Versuche VIII. und VII. unmittelbar hinter einander gemacht worden.

Es ist mir nicht bekannt, dass schon ein Versuch gemacht worden, durch den der Einfluss des Gases auf die Geschwindigkeit der Verdampfung constatirt worden wäre. Ich habe nur in Marbach's physikalischem Lexicon, Artikel Verdunstung und Verdampfung, eine diesbezügliche Bemerkung gefunden. Es heisst dort:

„Die Natur der Luftarten äussert übrigens keinen Einfluss auf die Verdunstung der Flüssigkeiten, sobald nur die Umstände, also der Druck, die Temperatur u. s. w. gleich sind. Mag die Verdunstung in einer Atmosphäre von Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff, Kohlensäure oder an der Luft selbst vor sich gehen, die Menge der entweichenden Dämpfe bleibt sich bei den einzelnen Flüssigkeiten, sobald sich die Bedingungen, unter denen die Verdunstung stattfindet, nicht ändern, gleich. Das ist schon

Digitized by Google

in früherer Zeit durch Volta, Saussure, Dalton, de Luc und Clément und Desormes nachgewiesen."

Nach diesem stünde also das von mir gefundene Resultat im Widerspruche mit vielen älteren Versuchen. Es ist jedoch dies nicht der Fall. Durch alle diese Versuche ist nur nachgewiesen worden, dass das Maximum der Spannkraft eines Dampfes nur von der Temperatur abhängig ist, nicht aber von der Natur des Gases, welches noch neben dem Dampfe in demselben Raume sich befindet, und ist dieser Thatsache ein unrichtiger Ausdruck gegeben worden.

Obwohl mein Versuch keinen Zweifel über den Einfluss der Natur des Gases auf die Verdampfungsgeschwindigkeit übrig lässt, schien es mir doch noch wünschenswerth, das gefundene Resultat noch durch einen Versuch der Art, wie es die in der ersten Abtheilung beschriebenen sind, sicher zu stellen.

Die Aufgabe, eine Flüssigkeit aus einer offenen Röhre, unter derselben Bedingung wie in freier Luft, aber in einem beliebigen Gase verdampfen zu lassen, löste ich auf folgende einfache Weise. Das Glasröhrchen, welches die zu verdampfende Flüssigkeit enthält, wird in den vertical gestellten Schenkel einer T-förmigen Glasröhre gebracht und dann dieser Schenkel unten durch einen Kork verschlossen. Durch das horizontale Querstück der Röhre wird ein continuirlicher Strom jenes Gases geleitet, in welchem die Verdampfung stattfinden soll. Es ist klar, dass auf diese Weise die Luft aus dem Apparate verdrängt werden kann, so dass dann die Verdampfung in einer Atmosphäre des eingeführten Gases stattfindet. Zugleich wird der aus der Röhre austretende Dampf vom Gasstrome mitgenommen und kann die Spannung desselben am offenen Ende der Verdampfungsröhre = 0 gesetzt werden.

In dieser Weise wurde der folgende

IX. Versuch

ausgeführt. Wasserstoff wurde aus dem Entwicklungsapparat durch ein mit Chlorcalcium gefülltes Rohr und dann durch die T-förmige Röhre geleitet. In diese war eine Röhre mit Äther eingeführt. Der verticale Schenkel der T-Röhre war in ein mit Wasser

Digitized by Google

gefülltes Gefäss eingetaucht, und neben demselben ein Thermometer. Dies zeigte 19° 2, der Barometerstand war 744 Mm.

Das Niveau sank von

29 Mm. auf	31 Mm. in	8′	45″
34	36	10	10
39	41	11	30

Die mittleren Tiefen, aus denen dieselben Mengen Äther in den angegebenen Zeiten verdampften, verhalten sich zu einander wie 6 : 7 : 8. Bildet man die Quotienten

8′ 45″ : 6 = 1′ 28″
10 10 : 7 = 1 27
11 30 : 8 = 1 26

so sieht man, dass auch für diesen Versuch das Gesetz der umgekehrten Proportionalität der Verdampfungsgeschwindigkeit und der Niveautiefe gilt.

Für die Temperatur von 19° 2 ist die Spannung des Ätherdampfes 419 Mm. Man erhält als Diffusionscoëfficienten für Ätherdampf-Wasserstoff aus den obigen Daten

0·3036, 0·3048, 0·3078

Das Mittel dieser Zahlen 0·3054 ist 3·7mal grösser, als die oben für den Diffusionscoëfficienten Ätherdampf Luft gefundene Zahl 0·0827.

Nach diesem Versuche ist also die Verdampfungsgeschwindigkeit des Äthers im Wasserstoff unter sonst gleichen Umständen 3·7mal grösser als in Luft. Der frühere Versuch gab dieselbe 4mal grösser. Wenn auch diese Zahlen nicht genau übereinstimmen, und zur genaueren Ermittlung der in Frage stehenden Verhältnisszahl die Versuche mehrfach wiederholt werden müssen, so ist doch die Thatsache des bedeutenden Einflusses der Natur des Gases auf die Geschwindigkeit der Verdampfung unzweifelhaft constatirt.

Versuche über die Verdampfung in geschlossenen Röhren lassen sich noch in einer andern Form ausführen, so dass sie auch zu directen numerischen Bestimmungen verwendet werden können.

Digitized by Google

Taucht man eine mit einem Hahne versehene Röhre mit offenem Hahne in Äther, so wird die Flüssigkeit auch im Innern der Röhre sich erheben, die darin enthaltene Luft verdrängend. Schliesst man darauf den Hahn, so beginnt das Niveau der Flüssigkeit innerhalb der Röhre zu sinken, entsprechend der Zunahme des Druckes, welche durch den aus der Flüssigkeit sich entwickelnden Dampf verursacht wird. Es lassen sich nun wieder die Zeiten beobachten, in welchen das Niveau um eine bestimmte Grösse tiefer sinkt. Auch diese Bewegung des Niveaus der Flüssigkeit befolgt ein sehr einfaches Gesetz.

X. Versuch.

Temperatur des Äthers 18°.

Barometerstand 747 Mm.

Die Röhre wurde eingetaucht um 11^h 38′.

Das Niveau der Flüssigkeit war gesunken bis zum Theilstriche

1	um	11^h	38′	38″
1·5			39	16
2			40	6
2·5			41	10
3			42	22
3·5			43	50
4			45	31
4·5			47	23
5			49	28
5·5			51	47
6			54	25
6·5			57	15
7		12	0	18
7·5			3	34
8			7	5
8·5			10	40
9			14	25
9·5			18	20
10			22	34
10·5			26	58
11			31	43
11·5			36	42

Digitized by Google

Die ganzen Zahlen in der ersten Reihe bedeuten Centimeter. Der Anfangspunkt der Scala ist ein willkürlicher, insofern er in keiner bestimmten Beziehung zum Niveau der Flüssigkeit oder zum Ende der Röhre steht. Sein Abstand vom letzteren betrug 185 Mm., die ganze Länge der Röhre bis zum Hahn 440 Mm.

Die folgende Tabelle enthält in der ersten Reihe alle beobachteten Zeiten von $11^h\ 38'$ an gerechnet, in Secunden ausgedrückt, in der zweiten Reihe die Quadratwurzeln aus diesen Zeiten und endlich in der dritten Reihe die Differenzen dieser Quadratwurzeln.

38"	6·17	
		2·55
76	8·72	
		2·50
126	11·22	
		2·56
190	13·78	
		2·41
262	16·19	
		2·52
350	18·71	
		2·52
451	21·23	
		2·50
563	23·73	
		2·50
688	26·23	
		2·52
827	28·75	
		2·63
985	31·38	
		2·60
1155	33·98	
		2·60
1338	36·58	
		2·59
1534	39·17	
		2·60
1754	41·77	
		2·50
1960	44·27	
		2·47
2185	46·74	
		2·45
2420	49·19	
		2·52
2674	51·71	
		2·49
2938	54·20	
		2·57
3223	56·77	
		2·58
3522	59·35	

Aus der letzten Reihe der Differenzen ersieht man, dass selbe eine constante Zahl darstellen, da die unregelmässigen Abweichungen derselben von einander nur als Folgen von Beobachtungsfehlern gedeutet werden können.

Bezeichnet man die Tiefe, bis zu welcher das Niveau in der Zeit t, diese vom Momente des Eintauchens der Röhre an ge-

Digitized by Google

zählt, gesunken ist, mit h, so kann diese durch eine Formel von der Gestalt

$$h = a\sqrt{t} + b$$

dargestellt werden, worin a und b zwei Constante bedeuten, und zwar stellt b den Werth von h für $t = 0$ dar. Zählt man h von diesem Niveaustande, der übrigens in Wirklichkeit nicht beobachtet werden kann, so wird

$$h = a\sqrt{t}$$

und man kann das in obiger Tabelle enthaltene Gesetz so aussprechen:

Die Tiefen, bis zu denen das innere Niveau in bestimmten Zeiten sinkt, verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus diesen Zeiten.

Dieses Gesetz stimmt mit dem oben für die Blasenentwicklung gefundenen überein. Sinkt nämlich das Niveau um h in der Zeit t, so sinkt es nach der für h aufgeschriebenen Formel um $2h$ in der Zeit $4t$ u. s. w. Die aufeinanderfolgenden Zeiten, in welchen das Niveau immer um dieselbe Grösse weiter sinkt, verhalten sich daher, wie die ungeraden Zahlen.

Die innerhalb einer gewissen Zeit eingetretene Senkung des Niveaus bildet zugleich das Mass für die in derselben Zeit entwickelte Dampfmenge.

Es sei zur Zeit $t = 0$, l die Länge des von der Luft erfüllten Theils der Röhre, so ist zur Zeit t, wenn das Niveau um h gesunken ist

$$\frac{l}{l+h}p$$

der Druck der eingeschlossenen Luft, unter p ihren ursprünglichen dem äusseren gleichen Druck verstanden. Der Gesammtdruck des gebildeten Dampfes sei p', so besteht die Gleichung

$$\frac{l}{l+h}p + p' = p$$

worin auf der zweiten Seite der Druck der Flüssigkeitssäule, welche der Differenz des inneren und äusseren Niveau's entspricht, gegen p vernachlässigt ist.

Digitized by Google

Drückt man den Dampf, der die absolute Temperatur T haben mag, durch sein Normalvolumen V_1, das ihm beim Drucke p_0 und der Temperatur T_0 zukäme, aus, so ist

$$\frac{(t+h)p'}{T} = \frac{V_1 p_0}{T_0}$$

Führt man p' aus dieser Gleichung in die vorhergehende, so erhält man

$$V_1 = \frac{p T_0}{p_0 T} h$$

Das vorhin für die Niveautiefen aufgestellte Gesetz kann also auch so ausgesprochen werden:

Die in gegebenen Zeiten entwickelten Dampfmengen verhalten sich, wie die Quadratwurzeln aus diesen Zeiten.

Digitized by Google

Über einen Apparat zur Demonstration der Zusammensetzung beliebiger rechtwinklig aufeinander stattfindender Schwingungen.

Von Dr. **L. Pfaundler.**

(Mit 1 Tafel.)

Auf der vorjährigen Naturforscherversammlung in Leipzig habe ich einen Apparat vorgezeigt, der als eine Erweiterung des bekannten Wellenapparates von Crova angesehen werden kann. [1]

Derselbe ist dazu bestimmt, die aus der Zusammensetzung zweier nach beliebigem Gesetze erfolgenden, senkrecht aufeinander stattfindenden Schwingungen resultirende Curve auf mechanisch-optischem Wege zu demonstriren.

Bei Anwendung pendelartiger Schwingungen erhält man also die bekannten Figuren von Lissajous, zu deren Hervorbringung bereits anderweitige Apparate construirt sind. Als Beispiel der Zusammensetzung anderer Schwingungsformen gestatten die dem Instrumente beigegebenen Scheiben die Demonstration der von Helmholtz durch das Vibrationsmikroskop an gestrichenen Seiten beobachteten Figuren.

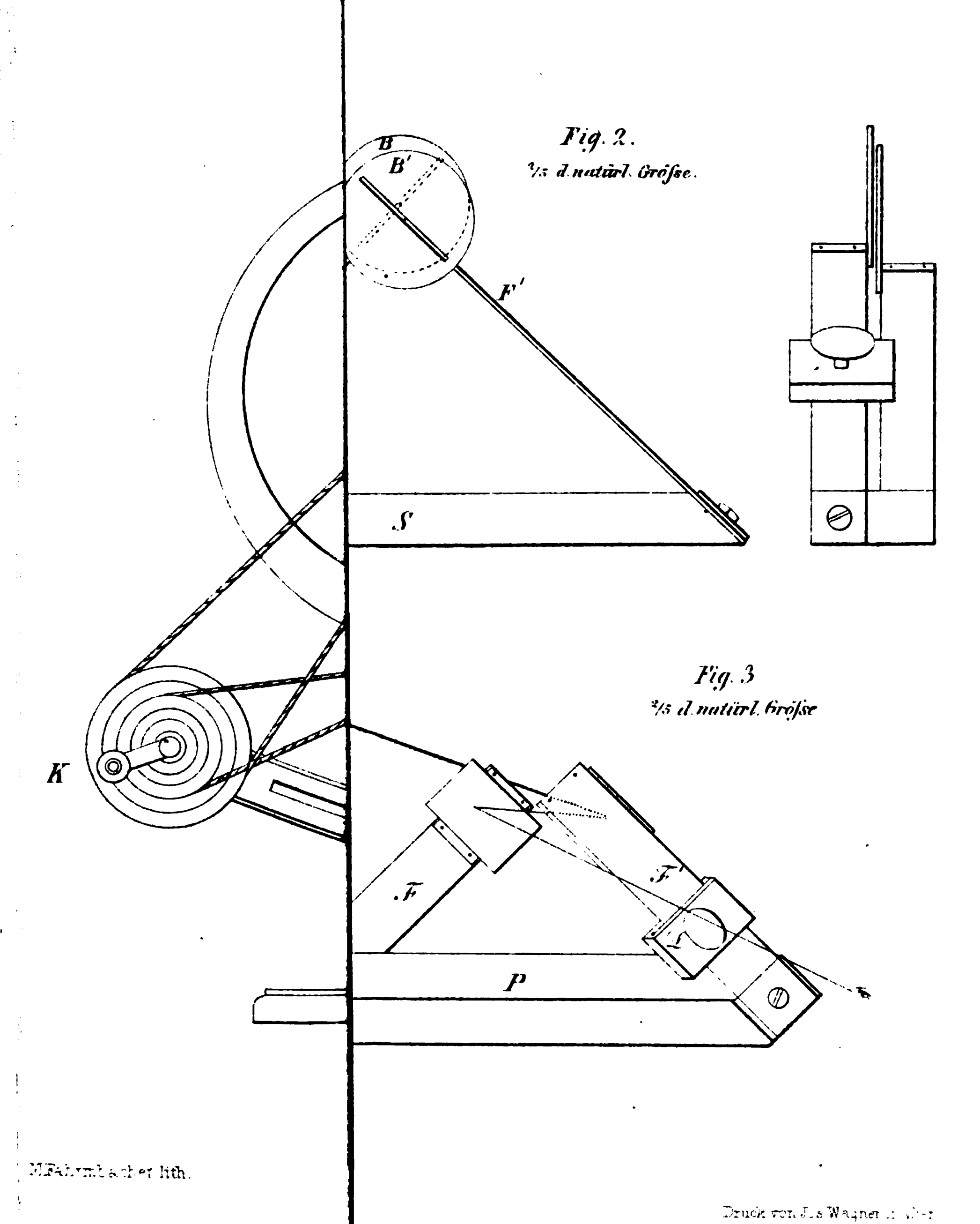
Die Constructionsdetails sind aus dem Auf- und Seitenriss Fig. 1 zu ersehen.

---

[1] Ohne damit Prioritätsansprüche geltend machen zu wollen, will ich doch bemerken, dass ich schon im Jahre 1859 bei einem populären Vortrage mich eines Apparates bedient habe, der nach dem Crova'schen Principe construirt war, und sich nur dadurch von letzterem unterschied, dass sich die zur Nachahmung der Licht- und Schallwellen nöthigen Liniensysteme nach Art einer Gardine vorüberbewegen liessen. Die erste Publication der hier beschriebenen Apparate erfolgte in der Sitzung des Innsbrucker naturwissenschaftlichen Vereins vom 29. Mai 1872. Ein Exemplar derselben befand sich in der österr. Unterrichtsabtheilung der Weltausstellung.

Digitized by Google

L. Pfaundler, Über einen App[...]gen.



M. Fahrmbacher lith.

Druck von Jos. Wagner in Wien

Digitized by Google

Digitized by Google

Die beiden Glasscheiben *s* und *s'* sind um separate, horizontale Achsen, deren Lager von den beiden Holzsäulen getragen werden, drehbar. Die Bewegung wird von der Kurbel *k* aus mittelst der Schnurläufe auf beide Scheiben zugleich übertragen.

Wie aus der Seitenansicht zu ersehen ist, besitzt die Kurbelscheibe 7 concentrische Rinnen zur Aufnahme der Schnüre. Zwei davon haben 6 Centimeter im Radius; die Radien der übrigen betragen 5, 4, 3, 2 und 1 Centimeter. Spannt man daher die beiden Schnüre auf die beiden gleichen Rinnen, so drehen sich die Glasscheiben gleich schnell. Mit Benützung der andern Rinnen lassen sich die Umdrehungsgeschwindigkeiten nach den Verhältnissen $^1/_2$, $^1/_3$, $^2/_3$, $^2/_5$, $^3/_4$, $^3/_5$, $^4/_5$, $^5/_6$ reguliren. Damit bei allen diesen verschiedenen Stellungen die Entfernungen der Kurbelachse von den beiden Scheibenachsen sich der Länge der Schnüre anpassen lassen, ist die erstere mittelst der durchbrochenen Stange *B* verstellbar. Die beiden Flügelschrauben *F* und *F'* dienen dazu, die gewünschte Stellung zu fixiren.

Aus dem schwarzen Überzug der beiden Scheiben sind nun circa 1 Millimeter breit jene Curven herausgeschabt, durch deren rechtwinklige Durchkreuzung in *C* ein Lichtpunkt entsteht, welcher die zusammengesetzte Curve ausführt.

Man beobachtet dieselbe entweder direct, indem man durch *C* gegen einen hellen Hintergrund blickt, oder man stellt den Apparat, dessen Höhe danach bemessen wurde, vor die Duboseq'sche Lampe und projicirt die Erscheinung auf einen grossen Schirm.

Sollte die Figur nicht ohnedies schon Phasenveränderungen zeigen, so erhält man diese leicht in beliebig rascher Folge durch stärkeres Anspannen der einen oder der andern Schnur.

Über die Zeichnung der componirenden Curven wird kaum nöthig sein, etwas beizufügen. Es empfiehlt sich, nur eine einzige Welle auf die ganze Peripherie zu vertheilen, weil dann die Durchkreuzung möglichst nahe unter rechtem Winkel erfolgt, also die Figur möglichst richtig zu Stande kommt. Aus demselben Grunde empfiehlt es sich, die Amplitude nur klein zu wählen.

Bei der Zusammensetzung pendelartiger Schwingungen treten als componirende Curven Trochoïden auf, welche sehr

Digitized by Google

nahe mit excentrischen Kreisen zusammenfallen. Es verlohnt sich jedoch, die Curven genau richtig zu zeichnen, da jede Ungenauigkeit derselben in der resultirenden Figur zum Vorschein kommt.

Die Figuren von Lissajous für die Intervalle $^1/_1$, $^1/_2$, $^2/_3$, $^1/_3$ und $^3/_4$ zeigen sich sehr deutlich, diejenigen für die Intervalle mit grössern Zahlen, wie z. B. $^3/_5$, $^4/_5$, $^5/_6$, sind weniger deutlich, weil sie sich nicht schnell genug vollenden, um einen gleichzeitigen Lichteindruck hervorzurufen. Bei diesen ist also schnelleres Drehen erforderlich.

Ersetzt man die eine Scheibe durch eine solche, welche eine Curve enthält, deren Punkt *c* ihren Abstand vom Centrum proportional mit ihrem Fortschreiten auf dem Bogen zu- und wieder abnehmen lassen, so erhält man die Nachahmung der von Helmholtz mittelst des Vibrationsmikroskops an Saiten wahrgenommenen Figuren. Dieselben erscheinen recht deutlich in allen ihren Phasen. Es liegt auf der Hand, dass sich auf diese Weise alle periodischen Schwingungen zusammensetzen lassen.

Im Anhange will ich noch über zwei kleinere Apparate berichten, welche zur möglichst einfachen Hervorbringung der Figuren von Lissajous dienen können.

Der erstere dieser Apparate ist Fig. 2 abgebildet. An den unter 45° abgeschrägten Enden eines eisernen Stabes *S* sind federnde Stahlstreifen *F*, *F'* so befestigt, dass sie mit ihren freien Enden einen rechten Winkel bilden. Die Ebenen der Streifen stehen auf der Ebene dieses Winkels senkrecht. Ihre Enden, welche so hintereinander stehen, dass sie sich oben nicht berühren, tragen runde Blättchen *B*, *B'* von Messingblech, deren Ebenen unter sich parallel, aber senkrecht auf die schwingenden Federn gerichtet sind, also mit der Schwingungsebene zusammenfallen.

Diese Blättchen liegen knapp hintereinander, ohne sich zu berühren, sie enthalten beide einen Längsschlitz von möglichster Feinheit. Der durch die Durchkreuzung der beiden Längsschlitze zu Stande kommende helle Punkt führt dann beim Anklopfen an die Federn die Figuren von Lissajous aus. Durch Verschiebung eines Laufgewichtes *L* kann man auch hier alle ge-

Digitized by Google

wünschten Verhältnisse erreichen. Auch die Obertöne der Federn lassen sich darstellen. Die Beobachtung geschieht entweder subjectiv, indem man einfach den Apparat gegen einen hellen Hintergrund hält, oder objectiv mittelst der *Laterna magica*. Der Stab S darf nicht in freier Hand gehalten werden.

In Fig. 3 endlich sieht man eine Vorrichtung abgebildet, mit welcher ich ursprünglich nur beabsichtigte, den Apparat von Lissajous auf die möglichst einfachste Form zu bringen.

Zwei federnde, an ihren Enden Spiegel tragende Stahlstreifen F und F', welche die Stelle der Stimmgabeln zu ersetzen haben, sind an den abgeschrägten Enden eines eisernen Prismas P so befestigt, dass die Spiegelebenen einander parallel, die Schwingungsebenen dagegen senkrecht aufeinander stehen, wie es eben durch das Experiment erfordert wird. Ein Laufgewicht L gestattet auch hier die Verstimmung der einen Feder gegen die andere auf alle Intervalle zwischen Einklang und Oktave zu bringen. Befestigt man das eiserne Verbindungsstück in einem Schraubstocke und sieht nach dem doppelt reflectirten Bilde eines Lichtpunktes, während die Federn zittern, so erhält man die Figuren in aller Schönheit, mitunter auch combinirt mit den Kräuselungen, die von Obertönen herrühren.

Hält man aber, wie ich dies ursprünglich beabsichtigt hatte, den Apparat einfach in der Hand, so ist der Erfolg ein ganz anderer. Die Schwingungen der beiden Federn pflanzen sich dann durch das Verbindungsstück zu einander fort, schwächen oder vernichten sich durch Interferenz oder führen zu stehenden Schwingungen des ganzen Systems, welches dann ähnlich wie eine Stimmgabel schwingt. Letzteres tritt ein, wenn man auf Unisono gestellt hatte, ersteres bei den übrigen Intervallen. Beim Unisono stellt sich für die beiden Federn stets eine Phasendifferenz $= 0$ ein, d. h. es tritt als Figur die gerade Linie auf. Will man diese störende gegenseitige Einwirkung der beiden Schwingungen (welche übrigens in geringerem Grade auch beim vorigen Apparate vorkommt) vermeiden, so muss man das Verbindungsstück an einen schweren Körper sehr fest anschrauben.

Digitized by Google

XXVII. SITZUNG VOM 20. NOVEMBER 1873.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Über das Verhalten der rothen Blutkörperchen zu einigen Tinctionsmitteln und zur Gerbsäure", vom Herrn Michael Laptschinsky aus St. Petersburg, eingesendet und empfohlen durch Herrn Prof. Dr. A. Rollett in Graz.

„Über die beim Zusammentreffen von Aceton, Brom und Silberoxyd entstehenden flüchtigen Fettsäuren", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. Ed. Linnemann in Brünn.

„Nachtrag zur Abhandlung über den Gleichgewichtssinn", von dem c. M. Herrn Prof. Dr. E. Mach in Prag.

„Über die Mitbewegung des Lichtes in bewegten Mitteln", vom Herrn Capitular Karl Puschl in Seitenstetten.

„Über einige Erscheinungen des Ozons, Wasserstoffhyperoxyds und salpetersauren Ammoniaks", vom Herrn Heinrich Struve, Collegienrath in Tiflis.

Herr Prof. Dr. Ed. Suess legt eine für die Denkschriften bestimmte Abhandlung „über die Erdbeben des südlichen Italien" vor.

Herr Prof. Dr. Edm. Weiss erstattet einen vorläufigen Bericht über seine ersten Untersuchungen in Betreff der Identität des neuen von Coggia und Winnecke entdeckten Kometen mit dem Kometen 1818. I.

Herr Franz Toula, Prof. an der Gumpendorfer Communal-Realschule überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Kohlenkalkfossilien von der Südspitze von Spitzbergen".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Akademie der Wissenschaften, Königl. Preuss., zu Berlin: Monatsbericht. Juni 1873. Berlin; 8°.

Aoust, Analyse infinitésimale des courbes planes etc. Paris, 1873; 8°.

Digitized by Google

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 32. Wien, 1873; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1963 (Bd. 82. 19.) Kiel, 1873; 4°.

Cornalia, Emilio, Osservazioni sul *Pelobates fuscus* e sulla *Rana agilis* trovate in Lombardia. Milano, 1873; 8°.

Correnti, Cesare, Discurso pronunziato nell' adunanza generale solenne della Società Geografica tenuta il giorno 30 Marzo nella R. Università di Roma. Roma, 1873; 4°.

Crocq, J., De la production et du mécanisme des positions dans les malades articulaires. Bruxelles, Paris, Londres, Leipzig, 1856; 8°. — Le vaccin amène-t-il la dégénérescence de l'espèce humaine? Bruxelles, 1857; 8°. — De l'action thérapeutique et des applications pratiques du nitrate acide d'argent. Bruxelles, 1858; 8°. — Étude sur l'ophthalmie contagieuse dite militaire. Bruxelles, 1859; 8°. — De la pénétration des particules solides à travers les tissus de l'économie animale. Bruxelles, Paris & Leipzig, 1859; 8°. — Discours prononcé à l'Académie Royale de Médecine de Belgique, dans la discussion sur les amputations. Bruxelles, 1860; 8°. — Du développement de la matière tuberculeuse dans la cavité utérine. Bruxelles, 1860; 8°. — Note sur les inhalations de poussière de charbon appliquées au traitement de la phthisie pulmonaire. Bruxelles, 1863; 8°. — De l'Anthracose pulmonaire etc. Bruxelles, 1862; 8°. — De la contagion du Choléra. Bruxelles, 1866 & 1872; 8°. — Compte rendu des travaux relatifs aux sciences anatomiques et physiologiques à la physique et à la chimie médicales pendant la période 1841—1866. Bruxelles, 1867; 8°. — Compte rendu général des travaux de l'Académie R. de Médecine de Belgique, fait à l'occasion du 25me anniversaire de sa fondation. Bruxelles, 1867; 8°. — De la vaccine, des revaccinations et de la vaccination animale. Bruxelles, 1870; 8°.

Des Moulins, Charles, Fragments zoologiques. Nr. III. Un crinoide tertiaire dans la Gironde. Nr. IV. Sur un Spatangue du miocène supérieur de Saucats etc. Bordeaux, 1872; gr. 8°.

Digitized by Google

Gesellschaft, geographische, in Wien: Mittheilungen. Band XVI (neuer Folge VI), Nr. 10. Wien, 1873; 8°.

— Astronomische, in Leipzig: Vierteljahresschrift. VIII. Jahrgang, 2. Heft. Leipzig, 1873; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 46. Wien, 1873; 4°.

Hauer, Franz Ritter von, Geologische Übersichtskarte der Österreichisch-ungarischen Monarchie. Blätter Nr. IV, VII, VIII, IX, XI und XII, nebst erläuterndem Text. Wien, 1872. Folio & 4°.

Institut Royal Grand-Ducal de Luxembourg: Publications. Section des Sciences naturelles et mathématiques. Tome XIII. Luxembourg, 1873; 8°.

Istituto, R., di studi superiori di Firenze: Memorie del R. Osservatorio ad Arcetri. Tomo I., Nr. 1. Firenze, 1873; 4°.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band VII, Nr. 5—8. Leipzig, 1873; 8°.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 23. Graz, 1873; 4°.

Lehmann, Otto, Revolution der Zahlen, die Seh in Schrift und Sprache eingeführt. Leipzig, 1869; 8°. — I. und II. Beiblatt zu Revolution der Zahlen. Leipzig, 1870 & 1872; 8°. — Logarithmen, gewöhnliche und trigonometrische für die Grundzahl Seh. Leipzig, 1873; 8°.

van der Mensbrugghe, G., Sur la tension superficielle des liquides considérée au point de vue de certains mouvements observés à leur surface. II[d] Mémoire. Bruxelles, 1873; 4°.

Mittheilungen des k. k. technischen und administrativen Militär-Comité. Jahrgang 1873, 7. & 8. Heft. Wien; 8°.

Nature. Nr. 211, Vol. IX. London, 1873; 4°.

Penn, The Monthly. Devoted to Literature, Science, Art and Politics. Vol. IV, Nr. 44. Philadelphia, 1873; gr. 8°.

Regel, E., *Conspectus specierum generis vitis regiones Americae borealis, Chinae borealis et Japoniae habitantium. Petropoli, 1873;* 8°.

Revista de Portugal e Brazil. Nr. 2. Lissabon, 1873; 4°.

Riccardi, Pietro, Intorno ad alcune rare edizioni delle opere astronomiche di Francesco Capuano da Manfredonia. Modena, 1873; 4°.

Digitized by Google

Società Italiana di Antropologia e di Etnologia: Archivio. III° Vol., fasc. 3° e 4°. Firenze, 1873; 8°.

Societät, physikalisch-medicinische, zu Erlangen: Sitzungsberichte. 5. Heft. November 1872 bis August 1873. Erlangen, 1873; 8°.

Société Impériale de Médecine de Constantinople: Gazette médicale d'Orient. XVII° Année, Nrs. 5—7. Constantinople, 1873; 4°.

— Impériale des Naturalistes de Moscou: Bulletin. Année 1873, Tome XLVI, Nr. 2. Moscou; 8°.

Society, The Chemical, of London: Journal. Ser. 2, Vol. X. December 1872; Vol. XI, February—July 1873. London; 8°.

— The Zoological, of London: Transactions. Vol. VIII, Parts 3 & 4. London, 1872 & 1873; 4°. — Proceedings. Index. 1861—70. London, 1872; 8°.

Stadler, Rudolf, Die Wasserversorgung der Stadt Wien in ihrer Vergangenheit und Gegenwart. Denkschrift zur Eröffnung der Hochquellen-Wasserleitung im Jahre 1873. Wien, 1873; 4°.

Verein für Naturkunde zu Zwickau: Jahresbericht. 1871 & 1872. Zwickau, 1872 & 1873; 8°.

Whitley Partners von neuem durchgesehener, illustrirter und beschreibender Catalog von verbesserten, erfolgreichen europäischen und amerikanischen mechanischen Erfindungen etc. Leeds, 1873; 4°.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 46. Wien, 1873; 4°.

Wolf, Rudolf, Astronomische Mittheilungen. XXXIII. Zürich; 8°.

Zepharovich, Victor, Ritter von, Mineralogisches Lexicon für das Kaiserthum Österreich. II. Band. 1858—1872. Wien, 1873; 8°.

Digitized by Google

Über einige Erscheinungen des Ozons, Wasserstoffhyperoxyds und salpetrigsauren Ammoniaks.

Von Heinrich Struve.

In der Sitzung vom 23. Mai d. J. legte Herr E. N. Horsford aus Cambridge der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften eine kleine Notiz vor, die durch die Thatsache der Reduction der Kohlensäure zu Kohlenoxyd durch Eisenphosphat von besonderer Bedeutung und weittragenden Folgerungen war.

Beim Durchlesen dieser Notiz folgerte ich, dass bei einer derartigen Zerlegung der Kohlensäure durchaus ein Auftreten von Ozon stattfinden müsse, was durch den directen Versuch nicht schwer zu beweisen wäre.

Zurückgekehrt von meiner Reise, unternahm ich augenblicklich einige Versuche, die denn auch meine Voraussetzung vollkommen bestätigten.

Um diese Versuche anzustellen, müssen wir zuerst nur festhalten, dass das empfindlichste Reagens auf Ozon unstreitig das Jodkaliumstärkepapier ist. Auf dieses wirkt bei Gegenwart von Kohlensäure in gleicher Weise wie Ozon, auch Wasserstoffhyperoxyd, worüber ich bei einer anderen Gelegenheit schon berichtet habe.

Damit die Jodkaliumreaction des Ozons eintreten kann, sind zwei unumgängliche Bedingungen erforderlich, nämlich die Gegenwart von Wasser und von Licht.

Hängt man einen sogenannten Ozonpapierstreifen in eine Atmosphäre, die man durch eingeführtes Chlorcalcium vollständig trocken halten kann, so tritt nach wochenlanger Einwirkung von Licht, selbst von directem Sonnenlicht, durchaus keine Färbung ein. Sowie aber die das Papier umgebende Luft feucht ist, so findet, zumal bei heller Sonnenbeleuchtung, auch die benannte

Digitized by Google

Einwirkung statt. Bei gewöhnlichem Tageslicht erfolgt langsamer die Reaction und im Dunkeln unterbleibt sie gänzlich.

Wir müssen hieraus schliessen, dass Licht und Wasser durchaus erforderlich sind, um den Sauerstoff der Luft in den activen Zustand überführen zu können.

Selbstverständlich abstrahire ich hier durchaus von den Erscheinungen, wo mit Hilfe der Elektricität der Sauerstoff in Ozon übergeführt wird.

Stellt man nun den von Horsford beschriebenen Versuch nur mit der Abänderung an, dass man in das Glas noch einen Streifen Ozonpapier einführt, so tritt nach einiger Zeit neben der Oxydation des Eisenphosphats auch die bekannte Jodstärke-Reaction ein.

Wurde dieser Versuch derartig abgeändert, dass das Eisenphosphat oder richtiger, das Gemenge von phosphorsaurem Natron und schwefelsaurem Eisenoxydul weggelassen wurde, so dass nur eine feuchte Atmosphäre von Kohlensäure auf das Ozonpapier einwirken konnte, so trat auch hier, wie in den früheren Versuchen, die benannte Reaction ein. Dieses darf nicht verwundern, da Jodkalium bei Gegenwart von Wasser durch Kohlensäure zersetzt wird.

Ob bei diesen Versuchen sich auch Wasserstoffhyperoxyd bildete, blieb unentschieden. Meiner Überzeugung nach müssen sich immer Spuren dieser Verbindung gebildet haben, die sich der Kleinheit des Versuches wegen und der längeren Dauer desselben dem Nachweise entziehen.

Von einer Bildung von salpetrigsaurem Ammoniak kann selbstverständlich bei diesen Versuchen keine Rede sein.

In dieser Hinsicht müssten besondere Versuche ausgeführt werden, die ich schuldig bleibe, nämlich Versuche in Gasgemengen von Stickstoff und Kohlensäure.

Bestätigen diese Versuche wiederum den Ausspruch von Schönbein, dass zu jeder Oxydation erst eine Überführung des Sauerstoffes in den activen Zustand erforderlich ist, so erlaube ich mir, gleichsam als im Zusammenhange mit jenen Erscheinungen, noch folgende Oxydations-Versuche aufzuführen, und dieses zumal noch aus dem Grunde, da durch dieselben die

Digitized by Google

von mir allgemein aufgestellte Behauptung der Zusammengehörigkeit des Ozons, Wasserstoffhyperoxyds und des salpetrigsauren Ammoniaks immer entschiedener hervortritt.

Diese Versuche, als nothwendige Folgen meiner früheren Mittheilungen über diese Erscheinungen, sind von mir im Verlaufe der letzten zwei Jahre ausgeführt worden und zwar unter den mannigfaltigsten Abänderungen, die in den meisten Fällen meine Annahme vollständig bestätigten, doch auch Ausnahmen hervortreten liessen, die einer anderen Deutung bedürfen.

Gibt man in eine flache Schale eine verdünnte Lösung von Pyrogallussäure, stellt dieselbe in eine grössere flache Schale von Glas und setzt sie nach Überdeckung mit einer Glasglocke der directen Einwirkung des Tageslichtes und des Sonnenlichtes aus, so findet bei der gesteigerten Temperatur eine starke Verdunstung des Wassers statt. Wasserdämpfe erheben sich, schlagen sich an den kälteren Wänden der Glasglocke, nämlich an denjenigen, die von der directen Beleuchtung weiter abgewendet sind, wieder nieder und fliessen nach und nach in Form einzelner Tropfen in die untere grosse Glasschale zusammen. Ist dieses eingetreten, so kann man den Versuch unterbrechen, mit einigen Tropfen Wasser die niedergeschlagenen Wasserdämpfe von den Wänden der Glasglocke und aus der Glasschale in ein Becherglas zusammenspülen und darauf unmittelbar dieses Wasser prüfen.

Es reagirt vollständig neutral und mit Hilfe der verschiedenen Reactionen kann man in demselben die Gegenwart von Wasserstoffhyperoxyd und von salpetrigsaurem Ammoniak nachweisen.

Setzt man diesen Versuch ohne Unterbrechung einige Tage hindurch fort, so scheiden sich aus der Lösung der Pyrogallussäure, die eine dunklere Farbe angenommen hat, einige deutliche Krystalle von Purpurogallin ab, das man mit Leichtigkeit durch seine eigenthümliche Reaction mit Ammoniak erkennen kann.

Rascher erreicht man diese Reaction, wenn man von Anfang an der Lösung von Pyrogallussäure kleine Quantitäten von Gummi oder auch von Blutfarbstoff hinzugibt.

Digitized by Google

Die Lösung von Pyrogallussäure kann man auch einfach mit einer Jodkaliumlösung vertauschen. Diese färbt sich nach und nach unter Ausscheidung von Spuren von Jod, während alle anderen Erscheinungen dieselben bleiben.

Unter Anwendung von Lösungen von Bromkalium oder von Chlorkalium oder Chlornatrium treten die beschriebenen Erscheinungen nicht ein.

Mit metallischem Zink lässt sich auch diese Erscheinung beobachten. Man hat nur nöthig, über das Schälchen mit Wasser einige schmale Streifen Zinkblech zu legen und sonst wie oben zu verfahren. Wasserdämpfe erheben sich und unter gleichzeitiger Einwirkung des Wassers, Sauerstoffes und des Lichtes auf's Zink, finden die drei verschiedenen Oxydations-Erscheinungen statt.

Überaus interessant ist dieser Versuch unter Anwendung von Bittermandelöl. Gibt man von diesem Öle ein wenig in die Schale mit Wasser, so findet, wie bekannt, rasch die Bildung von Benzoësäure statt, während sich mit den Wasserdämpfen Spuren von Wasserstoffhyperoxyd und salpetrigsaurem Ammoniak niederschlagen. War das Benzoylaldehyd blausäurehaltig, so lassen sich in den Wasserdämpfen auch Spuren von Blausäure nachweisen.

Hat man im Versuche mit Pyrogallussäure zur Lösung Kalilösung hinzugegeben, so färbt sich, wie bekannt, die Lösung überaus rasch dunkel, welche Färbung nach und nach zunimmt, doch in den Wasserdämpfen lässt sich kein Wasserstoffhyperoxyd, sondern nur salpetrigsaures Ammoniak nachweisen.

Bei verschiedenen Versuchen, wo unter denselben Bedingungen die Entwickelung verschiedener Pflanzen beobachtet wurde, konnte in den Wasserdämpfen nie die Gegenwart von Wasserstoffhyperoxyd, aber immer die von salpetrigsaurem Ammoniak constatirt werden.

Weiter verfolge ich hier nicht die aufgeführten Thatsachen, da es mir nur darauf ankam, darzulegen, dass die von Horsford mitgetheilte Erscheinung durchaus in den Kreis meiner Beobachtungen hineingehört und denselben eine noch weitere Ausdehnung gibt. Diese Ausdehnung werden wir vorzüglich

Digitized by Google

finden in Übertragung dieser Erscheinung auf die im thierischen Organismus und zwar in Sonderheit auf den Blutkreislauf, auf den Blutfarbstoff, in dem wir, ebenso wie im Chlorophyll, Phosphor, Eisen, Kalk antreffen.

Die endgiltige Entscheidung bleibt ferneren Versuchen vorbehalten.

Tiflis, 5. November 1873.

Digitized by Google

Über die beim Zusammentreffen von Aceton, Brom und Silberoxyd entstehenden flüchtigen Fettsäuren.

Von dem c. M. **Eduard Linnemann.**

Die Mittheilungen, welche Herr Emmerling[1] unlängst über die Zersetzung von Monobromaceton mit Silberoxyd machte, erinnerten mich daran, dass in meiner Mappe über diesen Gegenstand gleichfalls noch unveröffentlichte Resultate vorlagen, deren Veröffentlichung einer späteren Zeit vorbehalten war.

Man wird sich erinnern, dass ich vor etwa zehn Jahren[2] nach Zusatz von feuchtem Silberoxyd zu einer Mischung von Aceton und Brom, die Bildung von Ameisensäure, Essigsäure und Propionsäure beobachtet habe.

Damals wurde die Annahme gemacht, dass der Bildung dieser Fettsäuren, die Entstehung eines Additionsproductes zwischen Aceton und Brom, die Existenz eines Bibromacetons vorausgehe.

Die Leichtigkeit, mit welcher sich jedoch eine derartige Substanz unter Abgabe von Bromwasserstoff in Monobromaceton umsetzen konnte, die Möglichkeit der Existenz von zweifachgebromtem Aceton in einer selbst kalt gehaltenen Mischung von Brom und Aceton, liess es indessen nicht unmöglich erscheinen dass die genannten Fettsäuren ein gebromtes Aceton zu ihrer Muttersubstanz haben.

Um Klarheit über diese Frage zu erhalten, habe ich deshalb im Laufe der Zeit die Einwirkung von Silberoxyd und Wasser auf reines Monochloraceton, die Einwirkung von Wasser auf

[1] B. d. d. ch. G. zu Berlin. VI. 22.

[2] Ann. d. Ch. u. Ph. CXXV. 307.

Digitized by Google

reines Dichloraceton, und schliesslich neuerdings die Zersetzung einer Mischung von Brom und Aceton mit Silberoxyd studirt.

Bei Einwirkung von Silberoxyd auf eine wässerige Lösung von Monochloraceton [1], bildete sich ein Silbersalz der Formel: $C_4H_6Ag_2O_5$, welches in ein Kalksalz von der Formel $C_4H_6\ddot{C}aO_5 + H_2O$ übergeführt werden konnte. Die Natur dieser Säure blieb unentschieden.

Bei zehnstündigem Erhitzen von reinem Monochloraceton mit 6—8 Volum Wasser auf 220—230° C., wobei alles Chlor als Salzsäure austritt, bildete sich eine nicht flüchtige Säure, welche nach Entfernung der Salzsäure mit Silberoxyd, des Silbers mit Schwefelwasserstoff, und nach dem Eindunsten über Schwefelsäure, als schwach gelb gefärbte, glasige Masse erhalten wurde.

Diese Versuche blieben bis jetzt im Stadium des Vorversuches, ich behalte mir jedoch die Beendigung derselben bevor, umsomehr, als ich zeigen werde, dass das hiebei entstehende Product verschieden sein muss von den Producten, die unter Mitwirkung von Silberoxyd entstehen können.

Die Versuche über das Verhalten von Dichloraceton gegen Wasser lieferten dagegen so rasch ein greifbares Resultat, dass sie abgerundet bereits der Öffentlichkeit übergeben werden konnten [2]. Es bildet sich hier unter Austausch des Chlors gegen die Hydroxylgruppe gewöhnliche Gährungsmilchsäure.

Bei Wiederholung der Einwirkung von feuchtem Silberoxyd auf eine Mischung von Aceton und Brom, wurde vor Allem erkannt, dass die Menge gebildeter flüchtiger Fettsäuren nur sehr klein ist, und dass somit der Hauptsache nach andere Producte gebildet werden müssen.

Es war meine Absicht, der Auffindung dieser anderweitigen Producte nachzugehen, und dann mit dem Resultate dieser Bemühungen die neuerlich gewonnenen Erfahrungen über die Natur der flüchtigen Fettsäuren bekannt zu geben.

Da ich heute der Meinung zuneige, eine selbst kalt bereitete Mischung von Brom und Aceton verhalte sich feuchtem Silberoxyd gegenüber eher wie Monobromaceton, denn als ein

---

[1] Ann. d. Ch. u. Ph. CXXX 172.
[2] Ann. f. Ch. u. Ph. CLIX. 247.

Digitized by Google

Additionsproduct, Herr Emmerling aber glaubt den Weg gefunden zu haben, das Hauptproduct der Einwirkung von reinem Monobromaceton und Silberoxyd zu isoliren, so werde ich diese Versuche nicht eher wieder aufnehmen, bis die anzuhoffenden Resultate mit reinem Monobromaceton durch Hrn. Emmerling bekannt geworden. Ich glaube aber das neuerliche Resultat der Untersuchung der bei dieser Reaction sich bildenden flüchtigen Fettsäuren einstweilen mittheilen zu sollen.

Die neuerliche Untersuchung dieser flüchtigen Fettsäuren bot diesmal um so mehr Interesse, als mittlerweile Wege gefunden waren, zu entscheiden, ob in einem Salze von der Zusammensetzung des propionsauren Silbers auch wirklich Propionsäure vorhanden sei oder nicht. Das Auftreten von Propionsäure war aber unter meinen früheren diesbezüglichen Mittheilungen jene Angabe, welche am meisten Interesse beanspruchte.

Das Aceton, welches diesmal in Anwendung kam, war völlig rein und aus seiner Verbindung mit saurem schwefeligsaurem Natron abgeschieden, und nachträglich noch fractionirt. Man liess zu je 90 Gr. kalt gehaltenes Aceton langsam 270 Gr. Brom zufliessen, nachdem man zum Aceton eine kleine Menge jener Substanz hinzugefügt, welche beim Erhitzen von Brom und Aceton entsteht und welche Mischung als Anreger für die Vereinigung von Brom und Aceton dient. Hat man eine kleine Menge anregender Substanz zum Aceton gebracht, so verschluckt es von diesem Momente an jeden Tropfen hinzugefügtes Brom sofort unter Entfärbung. Erst gegen Ende der zuzusetzenden Menge Brom entweicht Bromwasserstoff. Man gab nun etwa gleiches Volum Eis und Wasser zum gebildeten Bromaceton, und fügte unter fortwährendem Kühlen in Eiswasser nach und nach das gut gewaschene Oxyd aus 390 Grm. salpetersaurem Silber hinzu. Beim Eintragen des Silberoxydes beobachtet man bis zu Ende die eigenthümliche Erscheinung, dass dasselbe zuerst unter Reduction schwarz wird, und sich erst hierauf in gelbes Bromsilber umwandelt.

Diese, mit grosser Regelmässigkeit eintretende Erscheinung ist von hohem Werthe für die richtige Beurtheilung des Vorganges. Sie weist darauf hin, dass das Product kein einfaches

Digitized by Google

Hydroxylderivat der Muttersubstanz ist, sondern dass zuerst eine Oxydation stattfindet.

Aus dem Reactionsproduct sind die flüchtigen Säuren in nachfolgender Weise abgeschieden worden. Nach 12stündigem Stehen fügte man 4 Litre Wasser hinzu, filtrirte[1], fällte mit Soda, filtrirte vom kohlensauren Silber ab und verdampfte die Lösung des Natronsalzes auf dem Wasserbade. Die hiebei bleibende braune Schmiere wurde in Wasser gelöst, angesäuert, das sich ausscheidende Harz abfiltrirt und die flüchtigen Säuren nach weiterem Zusatz von Schwefelsäure abdestillirt. Da das saure Destillat Brom und Bromwasserstoff enthielt, wurde dasselbe bis zum gänzlichen Ausfallen des Broms mit Silberoxyd versetzt, das Silber mit Soda ausgefällt und die Lösung des Natronsalzes zur Trockne gebracht. Dabei bräunte sich das Salz auch diesmal noch ziemlich stark, und seine Lösung liess beim Ansäuren mit Schwefelsäure auch noch etwas Harz ausfallen. Man musste also nach dem Filtriren das Abdestilliren der flüchtigen Säure noch einmal wiederholen.

Ich erhielt so aus 270 Grm. Aceton nur 18 Grm. trockenes, aber immer noch braun gefärbtes Natronsalz.

Hierauf wurde das Natronsalz bis zur Erschöpfung mit kochendem absolutem Weingeist ausgezogen, wobei nur eine kleine Menge schwefelsaures und kohlensaures Natron als unlöslicher Rückstand blieb.

Als die mit etwas Wasser versetzte alkoholische Lösung an der Luft bis zum Syrup verdunstet war, setzten sich Krystalle von wasserhaltigem essigsaurem Natron ab, die durch Waschen mit etwas Alkohol farblos erhalten wurden.

Nach 14tägigem Stehen an der Luft bei +10° C. zeigten sie nachfolgende Zusammensetzung:

1·7920 Grm. lufttrockenes Salz erst vorsichtig, dann bis zum Schmelzen erhitzt, hinterliessen 1·0765 Grm. trockenen Rückstand.

[1] Äther extrahirte aus dem Silberoxyd keinen beim Verdunsten bleibenden krystallisirenden Körper. Siehe frühere Mittheilung. Ann. d. Ch. u. Ph. Bd. CXXV.

Digitized by Google

Das entspricht 3·99 % Wasser. Essigsaures Natron enthält 3·97 % Wasser.

0·2190 Grm. geschmolzenes Salz lieferten 0·1915 Grm. Na_2SO_4, d. i. 28·31 % Na; essigsaures Natron enthält 28·04 % Na.

Ein aus diesem Natronsalz dargestelltes Silbersalz enthielt 64·43 % Ag insofern: 0·3104 Grm. Salz 0·2000 Grm. Ag hinterliessen. Essigsaures Silber verlangt 64·66 % Ag.

Aus den Natronsalzen der unter genannten Umständen aus Aceton entstehenden Säuren konnte also „essigsaures Natron" direct durch Krystallisation rein abgeschieden werden.

Die Gegenwart der „Ameisensäure" habe ich früher durch Analyse des Bleisalzes nachgewiesen. Die Gegenwart der Ameisensäure im erhaltenen Natronsalze verrieth sich auch diesmal durch die starke Reduction, welche beim Kochen mit Silbersalzen stattfand.

Die starke Bräunung der alkoholischen Mutterlauge vom essigsauren Natron, sowie der Umstand, dass das Natronsalz der flüchtigen Säuren beim Eindampfen sich jedesmal von Neuem bräunte, wies auf das Vorhandensein einer noch anderweitigen, flüchtigen, aber in Form ihres Natronsalzes leicht zersetzbaren Säure hin.

Auf die Isolirung dieser Säure musste zunächst, falls nach Propionsäure gesucht werden sollte, Verzicht geleistet werden; ja man musste geradezu auf die Zerstörung dieses Natronsalzes durch Hitze bedacht sein, da propionsaures Natron durch Schmelzen nicht oder doch nur sehr wenig verändert wird.

Demgemäss wurde die alkoholische Mutterlauge vom essigsauren Natron zur Trockne gebracht und geschmolzen. Dies erfolgte unter Aufblähen und starker Verkohlung. Man zog die Schmelze mit Wasser aus, verdampfte, schmolz den Rückstand und wiederholte das Schmelzen schliesslich zum drittenmal. Das erstarrte Salz stellte eine fast farblose, strahlig krystallinische Masse dar.

Um etwa darin vorhandene Propionsäure zu isoliren, wurde das fein gepulverte Salz zunächst mit etwa 20 Gewichtstheilen absoluten Alkohols ausgekocht. Der in Lösung gegangene Theil α) des Salzes hätte nach dem relativen Löslichkeitsver-

Digitized by Google

mögen von propionsaurem und essigsaurem Natron vorzugsweise Propionsäure, der ungelöste Theil β) vorzugsweise Essigsäure enthalten müssen.

Ich machte nun den Versuch aus dem im Alkohole gelösten Theile α) das für die Propionsäure characteristische basische Bleisalz zu erhalten. Dies misslang jedoch, so dass bestimmt behauptet werden kann, es war keine Propionsäure vorhanden. Als ich die fragliche Säure dagegen schliesslich wieder in Silbersalz verwandelte, hatte dasselbe die Zusammensetzung des essigsauren Silbers. Auch das aus dem im Alkohol ungelöst gebliebenen Natronsalz β) dargestellte Silbersalz hatte die Zusammensetzung des essigsauren Silbers, nachdem in beiden Fällen kleine Mengen vorhandener Ameisensäure durch Kochen mit überschüssigem Silberoxyd zerstört waren.

Die Analyse der Silbersalze ergab folgendes Resultat:

Silbersalz α) 0·1470 Grm. der Krystallisation Nr. 1 gaben 0·0935 Grm. Ag = 63·66% Ag;

0·1940 Grm. der Krystallisation Nr. 2 gaben 0·1250 Grm. Ag = 64·43% Ag;

Silbersalz β) 0·1650 Grm. der Krystallisation Nr. 1 gaben 0·1065 Grm. Ag = 64·54% Ag;

0·3543 Grm. der Krystallisation Nr. 2 gaben 0·2275 Grm. Ag = 64·23% Ag;

0·2174 Grm. der Krystallisation Nr. 3 gaben 0·1400 Grm. Ag = 64·39% Ag.

Ich komme somit zu dem Schlusse, dass beim Behandeln von Bromaceton mit Silberoxyd unter den gegebenen Umständen ausser kleinen Mengen von Ameisensäure und Essigsäure, also den gewöhnlichen Oxydationsproducten des Acetons, andere flüchtige Fettsäuren nicht erhalten wurden. Ich vermag mir vorderhand auch keine Rechenschaft über die Ursache des früher beobachteten Auftretens von propionsaurem Silber zu geben.

Ich werde der Prüfung der bei diesem Processe sich bildenden flüchtigen Säuren, vor Allem um die Natur jener flüchtigen, in Form ihres Natronsalzes so leicht unter Bräunung sich zer-

Digitized by Google

setzenden Säure aufzuklären, bei späterer Gelegenheit nochmals nachgehen, vielleicht, dass sich die in Bezug auf die Bildung der Propionsäure bestehenden Widersprüche dann gleichfalls klären werden.

Der Umstand, dass aus 270 Grm. Aceton nur 18 Grm. trockenes Natronsalz erhalten wurden, stellte aber bei dieser Gelegenheit unzweifelhaft fest, dass bei der erwähnten Zersetzung des Acetons das Hauptproduct der Reaction seither unberücksichtigt geblieben.

Die Versuche des Herrn Emmerling haben nun meine Bemühungen, dieses Hauptproduct zu isoliren, gekreuzt und auch wohl schon überholt.

Dennoch sei es gestattet, hier Einiges bekannt zu geben, was ich bei meinen eigenen Versuchen, das Hauptproduct zu isoliren, seither feststellen konnte.

Das Monochlor und Monobromaceton werden bekanntlich von Manchen, so von L. Henry[1] und auch von A. Emmerling[2] als die Haloidderivate des hypothetischen Brenztraubenalkohols angesprochen:

Brenztraubensäure	Aldehyd?	Alkohol?
CH_3	CH_3	CH_3
|	|	|
CO	CO	CO
|	|	|
$CO.OH$	COH	$CH_2.OH$

Chlorid, zugleich Monochloraceton

$$
\begin{array}{c}
CH_3 \\
| \\
CO \\
| \\
CH_2.Cl
\end{array}
$$

Bei Ersatz des Chlors im Monochloraceton durch die Hydroxylgruppe sollte somit der als Brenztraubenalkohol bezeichnete Körper entstehen.

---

[1] B. d. d. ch. G. 1872. Nr. 18. 966.
[2] B. d. d. ch. G. 1873. Nr. 1. 22.

Digitized by Google

Ich habe aber schon hervorgehoben, dass bei Einwirkung von Monobromaceton auf Silberoxyd zuerst Reduction desselben eintritt und dann erst die Bildung von Bromsilber stattfindet. Es ist somit nicht wahrscheinlich, dass ein einfacher Austausch von Brom gegen Hydroxyl stattfindet. Die Zersetzung ist dagegen am wahrscheinlichsten, als nach folgender successiv verlaufender Gleichung sich abwickelnd anzunehmen:

$$C_3H_5BrO + O - HCl = C_3H_4O_2?$$

Die Zusammensetzung $C_3H_4O_2$ kommt aber unter Anderen auch dem hypothetischen Brenztraubensäurealdehyd zu. Dadurch wäre einerseits die durch Herrn Emmerling beobachtete Bildung einer nicht flüchtigen Säure

$$C_{12}H_{16}O_8 = 4[C_3H_4O_2]$$

leicht zu erklären; andernseits wäre es gewiss, dass das gebildete Brenztraubensäurealdehyd durch das überschüssige Silberoxyd rasch in Brenztraubensäure, und diese wahrscheinlich wieder rasch in jene, amorphe Salze bildende, noch nicht näher bekannte Zerstörungsproducte der Brenztraubensäure umgewandelt würde, deren Vorhandensein das Auffinden eines Hauptreactionsproductes seither vereitelte.

Um die ganze Reaction glatter, einer reinen Hydroxylirung ähnlicher verlaufend zu machen, lag es nahe, ein anderes, weniger stark oxydirendes Oxyd in Anwendung zu bringen. Ich habe aus dem Grunde frisch gefälltes und gut gewaschenes Quecksilberoxyd auf Bromaceton einwirken lassen.

Leider vollzieht sich die Reaction erst bei der Temperatur des kochenden Wasserbades und hiebei findet Reduction statt.

Um die bei dieser Zersetzung aus ziemlich beträchtlichen Mengen Bromaceton erhaltenen Umsetzungsproducte auf das Vorhandensein von Brenztraubensäure, Brenztraubenaldehyd und Brenztraubenalkohol zu prüfen, behandelte ich das Ganze mit reichlichen Mengen von Natriumamalgam, in der Erwartung, vorhandene Brenztraubensäure in die leichter nachweisbare Milchsäure, Brenztraubenaldehyd und Brenztraubenalkohol in den leichter isolirbaren Isopropylglycol überzuführen.

Digitized by Google

Es gelang mir aber leider weder das Vorhandensein von Milchsäure, noch die stattgefundene Bildung eines Glycols festzustellen. Das einzige positive Ergebniss der Untersuchung bestand darin, dass auch hier Essigsäure als Reactionsproduct nachgewiesen und in Form ihres Silbersalzes analysirt werden konnte.

Dieses Resultat entspricht also nicht dem Vorhandensein von Brenztraubensäure, Brenztraubenaldehyd oder Brenztraubenalkohol unter den Zersetzungsproducten des Bromacetons. Die Auffindung des eigentlichen Reactionsproductes bleibt somit der Zukunft überlassen.

Brünn, 8. Nov. 1873.

Digitized by Google

Über die Mitbewegung des Lichtes in bewegten Mitteln.

Von **Carl Puschl**,

Capitular des Benedictiner-Stiftes Seitenstetten.

In meinem Aufsatze im Jännerheft 1873 der Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften erwähnte ich eine von mir schon früher gegebene, in einer grösseren Abhandlung enthaltene Herleitung der Formel Fresnel's, die Grösse der Mitbewegung des Lichtes in einem durchsichtigen bewegten Mittel betreffend. Jene Deduction involvirt von vornherein die Annahme, dass die Geschwindigkeit des Lichtes im bewegten Mittel von derjenigen im ruhenden nur sehr wenig differire, oder was dasselbe ist, dass die Geschwindigkeit der Fortbewegung des Mittels im Vergleich mit der Geschwindigkeit des Lichtes sehr klein sei. Die Lösung der Aufgabe auf Grund der dort gemachten Voraussetzungen kann aber ebensowohl auch ohne diese Beschränkung geschehen, und ich glaube, eine entsprechend modificirte Herleitung der gedachten Formel nebst einigen theoretischen Folgerungen, bei dem erhöhten Interesse, welches dieser Gegenstand in nächster Zukunft wohl gewinnen wird, der k. Akademie hiemit vorlegen zu dürfen.

Gesetzt, es pflanze sich ein Lichtstrahl in einem durchsichtigen (isotropen) Körper fort, während dieser selbst sich mit einer gewissen Geschwindigkeit in der Richtung des Strahles bewege. Indem dabei das Licht in zahllosen Abwechslungen theils durch Atomsubstanz und theils durch Äther geht, wird es nur in den durch Atomsubstanz führenden Stücken seines Weges vom Körper mitbewegt; denn der Äther zwischen den Atomen nimmt, wie wir voraussetzen, an der Translation des Körpers keinen Antheil, und besitzt darin überhaupt die gleiche Beschaffenheit wie im freien Weltraum. Hat auf solche Weise das Licht einen absoluten Weg $= s$ durchlaufen, so wurde es während

Digitized by Google

einer gewissen Zeit T durch Äther und während einer Zeit τ durch Atomsubstanz fortgepflanzt, und hat also den Weg s in der Zeit $T+\tau$ zurückgelegt. Nennen wir die Lichtgeschwindigkeit im bewegten Körper k, so haben wir demnach die Gleichung

$$k = \frac{s}{T+\tau}. \qquad 1)$$

Es sei σ_1 die Summe der vom Lichte auf dem absoluten Wege s durchlaufenen Atomdimensionen und ν der Brechungsindex der Atomsubstanz, nämlich die Zahl, womit man die Geschwindigkeit $\varkappa$ des Lichtes im Äther dividiren muss, um diejenige in ruhender Atomsubstanz zu erhalten, also diese letztere Geschwindigkeit $= \frac{\varkappa}{\nu}$, so haben wir, weil nach dem Gesagten das Licht zu dem Wege σ_1 in Atomsubstanz die Zeit τ braucht,

$$\sigma_1 = \frac{\varkappa\tau}{\nu}. \qquad 2)$$

Während seiner Fortpflanzung in den getroffenen Körperatomen wird das Licht zugleich um deren volle Fortbewegung weiter geführt. Bewegt sich also der gedachte Körper in der Richtung des durch ihn gehenden Lichtstrahles mit der Geschwindigkeit c, so wird dieser von dem absoluten Wege s einen Theil $= c\tau$ vermöge Mitbewegung, also zusammen den Theil $\sigma_1 + c\tau$ in den getroffenen Atomen und folglich im Äther den Rest $= s - \sigma_1 - c\tau$ zurücklegen; und da er letzteren mit der Geschwindigkeit $\varkappa$ in der Zeit T durchläuft, so folgt

$$s - \sigma_1 - c\tau = \varkappa T$$

oder, wenn wir hier für τ seinen Werth aus 2) setzen:

$$s - \left(1 + \frac{\nu c}{\varkappa}\right)\sigma_1 = \varkappa T. \qquad 3)$$

Mit den Gleichungen 2) und 3) erhält man

$$T + \tau = \frac{s - \left(1 + \frac{\nu c}{\varkappa}\right)\sigma_1}{\varkappa} + \frac{\nu\sigma_1}{\varkappa} = \frac{s + \left(\nu - 1 - \frac{\nu c}{\varkappa}\right)\sigma_1}{\varkappa} \qquad 4)$$

Digitized by Google

und somit wird nach 1) die Lichtgeschwindigkeit im bewegten Mittel

$$k = \frac{\varkappa s}{s + \left(\nu - 1 - \frac{\nu c}{\varkappa}\right)\sigma_1}. \qquad 5)$$

In der Zeit $T+\tau$, während welcher das Licht in absoluter Bewegung den Raum s beschreibt, legt der gedachte Körper mit seiner Geschwindigkeit c den Weg $c(T+\tau)$ zurück; dasselbe durchlauft also in relativer Bewegung eine Körperschicht von der Dicke

$$s - c(T+\tau)$$

und trifft darin eine Atommenge, welche sich zu der in einer sonst gleichen Schicht von der Dicke s zu durchlaufenden Atommenge verhält, wie sich die entsprechenden Dicken zu einander verhalten, nämlich wie

$$\left[s - c(T+\tau)\right] : s$$

oder der Gleichung 1) gemäss wie

$$\left(1 - \frac{c}{k}\right) : 1.$$

Demnach ist, wenn wir jene Summe von Atomdimensionen, welche ein Lichtstrahl innerhalb einer ruhenden Körperschicht von der Dicke s durchlaufen würde, mit σ bezeichnen, die Summe der im bewegten Körper auf dem absoluten Lichtwege s durchlaufenen Atomdimensionen

$$\sigma_1 = \left(1 - \frac{c}{k}\right)\sigma \qquad 6)$$

und diesen Werth von σ_1 in der Gleichung 5) einsetzend, erhält man:

$$k = \frac{\varkappa s}{s + \left(\nu - 1 - \frac{\nu c}{\varkappa}\right)\left(1 - \frac{c}{k}\right)\sigma},$$

woraus nach entsprechender Transformation zur Bestimmung der Geschwindigkeit k des Lichtes im bewegten Mittel folgt:

Digitized by Google

$$k = \frac{\varkappa\left[1+\left(\nu-1-\frac{\nu c}{\varkappa}\right)\frac{\sigma c}{s\varkappa}\right]}{1+\left(\nu-1-\frac{\nu c}{\varkappa}\right)\frac{\sigma}{s}}. \tag{7}$$

Die unbekannte, von der Beschaffenheit der Atomsubstanz jedes Körpers abhängige Zahl ν (der Brechungsindex dieser Substanz) kann aus der vorstehenden Gleichung eliminirt werden. Für $c = 0$ nämlich geht die Lichtgeschwindigkeit k in diejenige bei ruhendem Mittel, also in $\frac{\varkappa}{n}$ über, wenn n den Brechungsindex des ruhenden Mittels bedeutet; setzen wir also in obiger Gleichung $c = 0$ und $k = \frac{\varkappa}{n}$, so ergibt sich aus derselben

$$n = 1 + \frac{(\nu-1)\sigma}{s}$$

und wir haben zur Bestimmung von ν die Formel:

$$\nu = 1 + (n-1)\frac{s}{\sigma}. \tag{8}$$

Nach Wegschaffung von ν erscheint in dem Ausdrucke für k als von der Beschaffenheit der Atome abhängig noch σ, d. h. die Summe der Atomdimensionen, welche auf eine im Körper gezogen gedachte Linie von der Länge s entfallen. Denken wir uns die ganze in einer Körperschicht von der Dicke s und von beliebigem constanten Querschnitte enthaltene Atommasse ohne Veränderung ihres Gesammtvolums zu einer continuirlichen Atomschicht von gleichem Querschnitte zusammengedrängt, so ist σ die Dicke dieser Schicht und der Bruch $\frac{\sigma}{s}$ stellt zugleich das Verhältniss des ganzen von den Atomen eingenommenen Raumes zu dem sie enthaltenden Körpervolumen vor. In dieser Beziehung nun ist für keinen Körper auch nur angenähert etwas bekannt; man wird daher vielleicht umgekehrt in Zukunft aus der experimentell bestimmten Lichtgeschwindigkeit in bewegten Körpern auf die Grösse des von ihren Atomen eingenommenen Raumes schliessen.

Digitized by Google

Beschränken wir uns jetzt auf den in der Wirklichkeit allein vorkommenden Fall, wo die Geschwindigkeit des bewegten Körpers im Vergleich mit der Geschwindigkeit des Lichtes im Äther sehr klein und daher $\frac{c}{\varkappa}$ ein sehr kleiner Bruch ist. Wir können dann in der Gleichung 7) jenes Glied, welches nach Auflösung der Klammern im Zähler mit dem Factor $\frac{c^2}{\varkappa^2}$ behaftet erscheint, als verschwindend klein vernachlässigen, wodurch wir erhalten

$$k = \frac{\varkappa\left[1+(\nu-1)\frac{\sigma c}{s\varkappa}\right]}{1+\left(\nu-1-\frac{\nu c}{\varkappa}\right)\frac{\sigma}{s}},$$

oder nach Einsetzung des obigen Werthes von ν:

$$k = \frac{\varkappa\left[1+(n-1)\frac{c}{\varkappa}\right]}{n-\left(n-1+\frac{\sigma}{s}\right)\frac{c}{\varkappa}}. \qquad 9)$$

Dividiren wir den Zähler des rechts stehenden Bruches durch seinen Nenner, so kommt mit Weglassung der höheren Potenzen von $\frac{c}{\varkappa}$:

$$k = \frac{\varkappa}{n} + \left(\frac{n-1}{n} + \frac{n-1+\frac{\sigma}{s}}{n^2}\right)c = \frac{\varkappa}{n} + \frac{n^2-1+\frac{\sigma}{s}}{n^2}.c. \qquad 10)$$

Da $\frac{\varkappa}{n}$ die Geschwindigkeit des Lichtes im ruhenden Körper ist, so folgt hieraus als Grösse der Mitbewegung des Lichtes in dem mit der Geschwindigkeit c in gleicher Richtung bewegten Körper

$$\frac{n^2-1+\frac{\sigma}{s}}{n^2}.c$$

Digitized by Google

und daher als Coëfficient der Mitbewegung

$$\frac{n^2-1+\frac{\sigma}{s}}{n^2}. \qquad 11)$$

Fresnel schloss aus der Beobachtung Arago's, wonach die Bewegung der Erde auf die Ablenkung des Sternlichtes durch ein brechendes Prisma keinen Einfluss ausübt, dass man als Coëfficienten der Mitbewegung des Lichtes

$$\frac{n^2-1}{n^2} \qquad 12)$$

annehmen müsse, und diese Folgerung ist wohl gegenwärtig, namentlich neuestens durch die eingehenden Untersuchungen[1] Ketteler's, endgiltig festgestellt. In den so empirisch ermittelten Mitbewegungscoëfficienten geht der von uns rein theoretisch abgeleitete über, sobald der Bruch $\frac{\sigma}{s}$ gegen den Werth n^2-1 verschwindend klein wird. Unsere Theorie erklärt demnach die Grösse der Mitbewegung des Lichtes in bewegten Mitteln unter der Annahme, dass die Atome eines Körpers mit ihrer Substanz immer nur einen kleinen Theil des sie enthaltenden Körpervolumens ausfüllen. Ich glaube nicht, dass diese Annahme irgendwie gegen die Wahrscheinlichkeit verstösst. Man braucht jedoch, indem der Bruch $\frac{\sigma}{s}$ proportional dem Cubus eines Atomdurchmessers wechselt, die gegenseitigen Abstände der Atome nicht sehr vielmal grösser zu denken, als einen Atomdurchmesser, um es erklärlich zu finden, dass ein Einfluss dieses Verhältnisses auf die Grösse der Mitbewegung sich bisher aus der bezüglichen Erfahrung nicht ergab. Zwar fand Fizeau bei seinem berühmten Versuche mit bewegtem Wasser einen merklich grösseren Mitbewegungscoëfficienten $\left(=\frac{1}{2}\right)$, als man nach

[1] Astronomische Undulationstheorie oder die Lehre von der Aberration des Lichtes; von E. Ketteler, Bonn, 1873.

Digitized by Google

dem entsprechenden Brechungsindex $\left(\text{nahe} = \frac{4}{3}\right)$ der Formel Fresnel's gemäss erwarten sollte; dass aber hieraus nach der Formel 11) bereits auf einen merklichen Einfluss von $\frac{\sigma}{s}$ bei Berechnung der Lichtgeschwindigkeit in bewegtem Wasser geschlossen werden dürfe, wage ich nicht zu vermuthen.

Mit der Folgerung, dass die Mitbewegung jeder Lichtgattung in einem bewegten Körper (den Bruch $\frac{\sigma}{s}$ als verschwindend vorausgesetzt) blos durch den für ihre Fortpflanzungsrichtung in demselben geltenden Brechungsindex nach der Formel $\frac{n^2-1}{n^2}$ bestimmt sei, erklärt unsere Theorie auch vollständig, dass weder der ordinäre noch der extraordinäre Strahl in einem anisotropen Körper durch dessen Bewegung eine Veränderung seiner Ablenkung erfährt [1]; eine Thatsache, mit welcher, wie mit dem ähnlich negativen Resultate bezüglich verschiedener Farbengattungen, die von Fresnel aufgestellte Vermuthung einer partiellen Mitbewegung oder Entrainirung des Äthers sich kaum vereinigen liesse.

Nach unserer Voraussetzung ist jedes Atom eines durchsichtigen Körpers ein lichtfortpflanzendes Mittel, so gut wie der Äther selbst. Die Geschwindigkeit, mit welcher sich das Licht in der Masse eines Atoms fortpflanzt, hängt von dessen specifischer Elasticität ab, welche jedenfalls sehr gross, und zwar viel grösser als die irgend eines Körpers ist. Da man über die Bedingungen dieser Atomelasticität nichts weiss, kann man es für möglich halten, dass es Atome gebe, in denen das Licht noch schneller als im Äther fortgepflanzt werde. Für solche Atome wäre $\nu < 1$ und daher $\nu - 1$ ein negativer echter Bruch; da nun nach dem Vorigen $\frac{\sigma}{s}$ für alle Körper nur ein kleiner Bruch zu sein scheint, so wird dann umsomehr der Werth von

---

[1] A. a O. S. 158.

Digitized by Google

$\frac{(\nu-1)\sigma}{s}$ als gegen die Einheit verschwindend anzunehmen und daher nach der Gleichung

$$n = 1 + \frac{(\nu-1)\sigma}{s}$$

der Brechungsindex n des bezüglichen Körpers doch nicht merklich kleiner als die Einheit ausfallen, d. h. es kann keinen Körper geben, dessen Brechungsindex für irgend eine Lichtgattung erheblich unter die Einheit herabginge, oder welcher das Licht noch merklich schneller fortpflanzte als der Äther. Durch die Theilnahme der Atome an der Fortpflanzung des Lichtes kann also dasselbe in verschiedenen Körpern in einem mehr oder minder hohen Grade verzögert, aber in keinem Falle wesentlich beschleunigt werden.

Bezeichnet d die Dichte eines Körpers und δ die Dichte seiner als sämmtlich gleich augenommenen Atome, so ist nach dem Obigen

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{d}{\delta}$$

und hiermit folgt aus der eben erwähnten Relation:

$$\frac{n-1}{d} = \frac{\nu-1}{\delta}.$$

Diese Gleichung drückt aus, dass das specifische Brechungsvermögen $\frac{n-1}{d}$ eines Körpers von seiner Dichte unabhängig ist, so lange wenigstens, als nicht etwa mit dieser zugleich die Beschaffenheit seiner Atome selbst, nämlich die Elasticität und Dichte ihrer Substanz, sich verändert. Der Erfahrung zufolge ist das specifische Brechungsvermögen fester und flüssiger Körper bei Änderungen ihrer Dichte nicht vollkommen, sondern nur mehr oder weniger angenähert constant. Dies zwingt uns bereits, die gewöhnliche Vorstellung einer absoluten Unveränderlichkeit der Atome aufzugeben, und anzunehmen, dass die Körperatome bei hinreichend kleinen Distanzen gewisse Wirkungen auf einander ausüben, durch welche

Digitized by Google

ihre innere Beschaffenheit selbst einigermassen modificirt wird, und es wird sonach auf die Art und Grösse dieser Modificationen der Atomsubstanz aus den beobachteten Veränderungen des specifischen Brechungsvermögens der Körper zu schliessen sein. Unserer Theorie zufolge werden verschiedene Dichtigkeitszustände eines und desselben Körpers sich nicht blos durch die ungleich dichte Aggregation seiner Atome, sondern einigermassen auch durch die innere Beschaffenheit ihrer Substanz unterscheiden; und da auf der inneren Beschaffenheit der Atomsubstanz fast alle (namentlich die optischen, thermischen und chemischen) Eigenschaften der bezüglichen Körper beruhen, so wird es begreiflich, dass diese Eigenschaften, insbesondere das Ausstrahlungs- und Absorptionsvermögen und die chemische Wirksamkeit der Stoffe, mit der Temperatur und dem äusseren Drucke mehr oder weniger veränderlich sind.

Dem Gesagten entspricht es vollkommen, dass feste Körper, welche nach verschiedenen Richtungen ungleichen Druck erleiden, ein nach denselben Richtungen ungleiches specifisches Brechungsvermögen besitzen; es wird nämlich in solchen Körpern die innere Beschaffenheit der Atome nach verschiedenen Dimensionen ungleich modificirt sein. Ähnlich, wie im genannten Falle, wechselt das specifische Brechungsvermögen im Allgemeinen mit der Richtung in den krystallisirten Körpern; unsere Theorie verlangt also, dass die Atome solcher Krystalle nach ihren verschiedenen Dimensionen ungleich beschaffen und selbst schon kleine, gleich orientirte Krystalle sind. Keineswegs folgt daraus aber, dass die Atome dieser Körper auch in deren amorphen Zuständen schon als eben solche, nur ungleich orientirte Krystalle betrachtet werden müssen; denn es ist sehr wohl möglich, dass sie eine nach verschiedenen Richtungen ungleiche Modification ihrer Substanz selbst erst bei der Krystallisation der bezüglichen Körper annehmen und bei dem Übergange derselben in einen amorphen Zustand auch wieder verlieren. Den Begriff einer unveränderlichen Beschaffenheit der Atome haben wir ohnehin soeben fallen gelassen.

Das specifische Brechungsvermögen von Flüssigkeitsgemischen, wie dasjenige von Auflösungen fester Körper in Flüssigkeiten, weicht ebenfalls von dem aus den specifischen Brechungs-

Digitized by Google

vermögen der Bestandtheile berechneten um etwas ab. In noch höherem Grade gilt dieses im Allgemeinen von chemischen Verbindungen. Blosse Stellungs- oder Gruppirungsänderungen der Atome können nach unserer Theorie diese Thatsache nicht erklären, und ich schliesse daher wieder, dass, wie die gleichartigen, auch die ungleichartigen Atome bei hinreichender Annäherung gewisse ihre innere Beschaffenheit modificirende Einflüsse auf einander ausüben, deren Wirkung bei grosser Energie so weit gehen mag, dass die innere Structur der bezüglichen Atome eine Grenze ihrer Stabilität überschreitet und die Substanz derselben (unter Entwicklung oder Bindung von Wärme) einen neuen (allotropen) stabilen Zustand annimmt. Das ganz verschiedene optische und thermische Ausstrahlungs- und Absorptionsvermögen einer chemischen Verbindung in Vergleich mit demjenigen eines gleich zusammengesetzten Gemenges kann diese Auffassung nur begünstigen. Die Vorstellung, welche man sich von einer chemischen Verbindung machen muss, wird dann freilich eine von der bisher geläufigen sehr verschiedene; während man nämlich sonst das Wesen der chemischen Verbindungen in der Gruppirung der als unveränderlich gedachten Atome sucht, läge es nach dem Gesagten in den inneren Veränderungen, deren selbst die Substanz der Atome einer jeden Art unter den modificirenden Einflüssen der Substanzen anders gearteter Atome noch fähig ist.

Nach unserer Theorie müssen die Atome eines bewegten Körpers durch den Äther hingleiten, ohne diesen merklich in ihre Bewegung hineinzuziehen. Es ist deswegen nicht wahrscheinlich, dass die Atome durch ihre gleichfalls translatorischen Bewegungen, welche sie im Innern eines Körpers, sei es in geschlossenen oder in nicht geschlossenen Bahnen, ausführen, unmittelbar jene wellenförmige Ätherbewegung erzeugen sollten, welche wir als Licht und Wärme auch von den durch blos mechanische Einwirkung erhitzten Körpern ausgehend finden. Der Ursprung der Ätherwellen ist in solchem Falle vielmehr, glaube ich, folgender: Wenn je zwei Atome eines Körpers in ihren Bahnen sich hinreichend nahe kommen, üben sie auf einander, wie wir bereits angenommen haben, eine ihre innere Structur modificirende Wirkung aus; eine solche, bei der

Digitized by Google

Annäherung zweier Atome erzeugte und bei ihrem Auseinandergehen wieder verschwindende Modification der inneren Structur derselben ist aber nichts anderes, als eine vorübergehende Erschütterung ihrer Substanz, mit der Wirkung eines gegenseitig ausgeübten Stosses vergleichbar. Die so erschütterte Atomsubstanz schwingt dann in den Perioden, in welchen sie bei der specifischen Elasticität und den Dimensionen der bezüglichen Atome, dann auch bei der Art und Vehemenz jener Impulse und bei der Gesammtwirkung aller solchen Störungen, zu schwingen geneigt ist, und erregt dadurch im angrenzenden Äther Wellen von den gleichen Perioden.

Digitized by Google

SITZUNGSBERICHTE

DER

KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHE CLASSE.

LXVIII. Band.

ZWEITE ABTHEILUNG.

10.

Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

Digitized by Google

Digitized by Google

XXVIII. SITZUNG VOM 4. DECEMBER 1873.

Der Präsident theilt mit, dass Se. Majestät der Kaiser die Deputation der Akademie zur Beglückwünschung aus Anlass von Allerhöchstdessen 25jährigen Regierungs - Jubelfeier am 1. December zu empfangen, die Adresse huldvoll entgegenzunehmen und die Akademie Allerhöchstseines fortgesetzten Schutzes zu versichern geruht haben.

Herr Dr. A. Dohrn in Neapel dankt, mit Schreiben vom 26. November, für die Betheilung der von ihm gegründeten „Zoologischen Station" daselbst mit den Sitzungsberichten der Classe.

Herr Prof. Dr. E. Mach in Prag übersendet einen zweiten Nachtrag zu seiner Abhandlung über den Gleichgewichtssinn.

Derselbe übermittelt ferner eine für den Anzeiger bestimmte vorläufige Notiz „über die Schallgeschwindigkeit in Gasgemengen," vom Herrn Dr. V. Dvořák.

Herr Anton Krichenbauer, k. k. Gymnasial-Director in Znaim, übersendet ein handschriftliches Werk, betitelt: „Homer als eine Quelle für Kosmologie. Ein Beitrag zur Untersuchung sowohl über das Werden und das Alter der homerischen Gesänge als auch über die kosmischen Verhältnisse in der Natur jener Zeit."

Herr Aug. Prinz zu Vilimov in Böhmen übermittelt eine Abhandlung unter dem Titel: „Die Rechnung des Grossen und Kleinen mittelst der Primtafeln" nebst einer „Parallele der Primrechnung zu den Logarithmen".

Digitized by Google

Herr Prof. Dr. V. v. Lang legt eine Abhandlung des Herrn Dr. Fr. Exner, d. Z. in Strassburg, vor: betitelt: „Bestimmung der Temperatur, bei welcher das Wasser ein Maximum seiner Dichtigkeit hat".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Academy of Natural Sciences of Philadelphia: Proceedings. 1872, Parts I—III. Philadelphia; 8°.

Accademia delle Scienze dell' Istituto di Bologna: Memorie. Serie III. Tomo II, Fasc. 2—4; Tomo III, Fasc. 1—2. Bologna, 1872 & 1873; 4°. — Rendiconto. Anno accademico 1872—73. Bologna, 1873; 8°.

American Association for the Advancement of Science: Proceedings. XXth Meeting, held at Indianopolis, Indiana, August 1871. Cambridge, 1872; 8°.

Annalen der Chemie und Pharmacie von Wöhler, Kopp, Erlenmeyer & Volhard, N. R. Band 93, Heft 1—3. Leipzig & Heidelberg, 1873; 8°.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 33—34. Wien, 1873; 8°.

Astronomische Nachrichten. Nr. 1964—1965. (Bd. 82. 20—21.) Kiel, 1873; 4°.

Ateneo Veneto: Atti. Serie II. Vol. IX. 1871—72; Vol. X, punt. 1—3. 1872—73. Venezia, 1873; 8°.

Bibliothèque Universelle & Revue Suisse: Archives des sciences physiques et naturelles. N. P. Tome XLVIIIe. Nr. 190. Genève, Lausanne, Paris, 1873; 8°.

California Academy of Sciences: Proceedings. Vol. IV, Part. 5. 1872. San Francisco, 1873; 8°.

Comitato, R., Geologico d'Italia: Bollettino. Anno 1873. Nr. 9 & 10. Firenze; 4°.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nrs. 18—20. Paris, 1873; 4°.

Gesellschaft, österr., für Meteorologie: VIII. Band, Nr. 22—23. Wien, 1873; 4°.

Digitized by Google

Gesellschaft, Deutsche, für Natur- und Völkerkunde Ostasiens: Mittheilungen. 2. Heft. Juli 1873. Yokohama; 4⁰.

— physikal.-medicin., in Würzburg: Verhandlungen. N. F. V. Band, 2. & 3. Heft. Würzburg, 1873; 8⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 47—48. Wien, 1873; 4⁰.

Hinrichs, Gustavus, The School Laboratory of Physical Science. Vol. I, Nr. 1; Vol. II, Nr. 1. Iowa-City, Iowa, 1871 & 1872; 8⁰. — The Elements of Physics. Davenport, Iowa, Leipzig, 1870; 8⁰. — The Elements of Chemistry and Mineralogy. Davenport, Iowa, Leipzig, 1870; 8⁰. — The Method of quantitative Induction in Physical Science. Davenport, Iowa, Leipzig, 1872; 8⁰. — Biographical Sketch of Wilhelm von Haidinger. Davenport, Iowa, 1872; 8⁰.

Istituto, R., Veneto di Scienze, Lettere ed Arti: Atti. Tomo II, Serie IVᵃ, Disp. 7ᵃ—8ᵃ. Venezia, 1872—73; 8⁰.

Journal für praktische Chemie, von H. Kolbe. N. F. Band VII, 9. & 10. Heft. Leipzig, 1873; 8⁰.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 24. Graz, 1873; 4⁰.

Mittheilungen, Mineralogische, gesammelt von G. Tschermak. Jahrgang 1873, Heft 3. Wien; 4⁰.

— aus J. Perthes' geographischer Anstalt. 19. Band, 1873, Heft XI. Gotha; 4⁰.

Nature. Nrs. 212—213, Vol. IX. London, 1873; 4⁰.

Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberti in Moncalieri: Bullettino meteorologico. Vol. VIII, Nr. 6. Torino, 1873; 4⁰.

Reichsanstalt, k. k. geologische: Jahrbuch. Jahrgang 1873. XXIII. Band, Nr. 3. Wien; 4⁰. — Verhandlungen. Jahrgang 1873, Nr. 12—14. Wien; 4⁰.

Reichsforstverein, österr.: Österr. Monatsschrift für Forstwesen. XXIII. Band, Jahrg. 1873, December-Heft. Wien; 8⁰.

Revista de Portugal e Brazil. Nr. 3. Lissabon, 1873; 4⁰.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger.“ IIIᵉ Année, 2ᵉ Série, Nrs. 20—22. Paris, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

Société Nationale des Sciences naturelles de Cherbourg: Mémoires. Tome XVII (2e Série, Tome VII). Paris & Cherbourg, 1873; 8o. — Catalogue de la Bibliothèque de la Société. IIe Partie, 1re Livraison. Cherbourg, 1873; 8o.

— Botanique de France: Bulletin. Tome XXe. 1873. Comptes rendus des séances. 2. Paris, 1873; 8o.

Society, The American Philosophical: Proceedings. Vol. XII, Nrs. 88—89. Philadelphia, 1872; 8o.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 47—48. Wien. 1873; 4o.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXV. Jahrgang, 14. Heft. Wien, 1873; 4o.

Digitized by Google

Bestimmung der Temperatur, bei welcher das Wasser ein Maximum seiner Dichtigkeit hat.

Von F. Exner.

Es hatte die vorliegende Arbeit ursprünglich den Zweck einer längeren, in Gemeinschaft mit Herrn Prof. Kundt auszuführenden Untersuchung als Ausgangspunkt zu dienen; da letztere bisher aus mancherlei Ursachen unterbleiben musste, mag es gerechtfertigt erscheinen, wenn ich vorläufig die nach einer neuen Methode ausgeführte genaue Bestimmung der Temperatur, bei welcher das Wasser ein Maximum seiner Dichte hat, im Nachfolgenden mittheile.

Die bisher in Anwendung gebrachten Methoden zur Bestimmung dieser Temperatur, und die mit denselben erhaltenen Resultate waren in Kürze die folgenden:

I. Das von De Luc zuerst angewendete Princip des Wasserthermometers, wobei also das Wasser selbst seine Volumsänderung bei Änderung der Temperatur anzeigt; diese Methode, deren Schwierigkeit hauptsächlich in der Bestimmung der cubischen Ausdehnung des Thermometergefässes besteht, wurde ausser von De Luc selbst, auch noch von Depretz [1], in etwas geänderter Form (Dilatometer) von Kopp [2], von Plücker und Geissler [3] (compensirtes Wasserthermometer), von Pierre [4], von Neumann [5] zur Untersuchung des Meerwassers, und von Rossetti [6], ebenfalls mit einigen Modificationen, benützt. Die

---

[1] Ann. d. Chem. et d. Phys. (1) LXX.
[2] Pogg. Ann. LXXII.
[3] Pogg. Ann. LXXXVI.
[4] Ann. d. Chem. et d. Phys. (3) XIII.
[5] Pogg. Ann. CXIII.
[6] Pogg. Ann. Erg. B. V.

Digitized by Google

Resultate, welche Depretz nach dieser Methode als Mittel aus zahlreichen Versuchsreihen erhielt, lagen zwischen 3°96 und 4°02; Kopp erhielt als Mittel 4°08, Plücker und Geissler 3°80, Pierre 3°46—4°04 und Rossetti 4°07.

II. Hallström [1] versuchte das Dichtigkeitsmaximum des Wassers direct durch die Ermittlung des specifischen Gewichtes desselben durch die hydrostatische Wage zu bestimmen; die Resultate, welche er nach dieser Methode erhielt, lagen zwischen den Grenzen von 3°40—4°85. Auch Ermann [2] bediente sich bei seinen Untersuchungen über das fragliche Dichtigkeitsmaximum des Meerwassers derselben Methode, nur dass er hierzu nicht die hydrostatische Wage, sondern das Aräometer verwendete.

III. Die dritte Methode endlich gründete sich auf die Beobachtung der Strömungen, welche in einem mit Wasser gefüllten cylindrischen Gefässe auftreten, wenn dasselbe von einer Temperatur oberhalb der des Dichtigkeitsmaximums in einem Raume sich selbst überlassen erkaltet, dessen Temperatur einige Grade unter Null ist, oder wenn man den Process in umgekehrter Ordnung durch Erwärmen vor sich gehen lässt.

Rumford [3] war der Erste, welcher sich dieser Methode bediente, und zwar in der Weise, dass ein Gefäss mit Wasser von 0° von oben her erwärmt wurde; indem nun die wärmeren Schichten zu Boden sinken, so lange ihre Temperatur noch unter der des Dichtigkeitsmaximums ist, später aber obenauf schwimmen, so wird am Boden des Gefässes die Temperatur einige Zeit constant bleiben; dies ist die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums. Hope [4] verfeinerte diese Methode in der Weise, dass er oben und unten im Gefässe je ein Thermometer anbrachte und deren Gang beobachtete; zeigten die beiden Thermometer gleiche Temperatur, dann war die gesammte Wassermasse auf dem Maximum ihrer Dichte. Ganz dasselbe Verfahren

---

[1] Pogg. Ann. I.
[2] Pogg. Ann. XII, XLI, CI.
[3] Phil. Tr. 1792.
[4] Tr. Edinb. Soc. V, 1805.

Digitized by Google

schlugen Tralles [1], Eckstrand [2] und Depretz [3] ein, nur dass letzterer die Temperatur der verschiedenen Wasserschichten nicht an zwei, sondern an vier Thermometern beobachtete; auf diese Versuche von Depretz, welche wohl als die umfassendsten und genauesten der bisherigen angesehen werden können, wird im Folgenden noch Gelegenheit sein, zurückzukommen. Joule und Playfair [4] schliesslich änderten die Methode dahin ab, dass sie nicht die Temperatur der einzelnen Wasserschichten, sondern auf passende Weise die Geschwindigkeit der Strömungen bestimmten; die Temperatur der Wassermasse für die Geschwindigkeit $=0$ ist dann die Temperatur des Maximums der Dichte.

Nach dieser dritten Methode wurden die folgenden Resultate erhalten:

Rumford erhielt 3°47—4°38; Hope 3°33—4°16; Tralles 4°35 im Mittel; Eckstrand 3°6—3°9; Depretz als schliessliches Mittel aus zahlreichen einzelnen Reihen 4°00, Joule und Playfair erhielten als Mittel 3°945.

Man sieht leicht, dass die angeführten Resultate — obwohl hier durchaus nicht alle, sondern nur die zuverlässigsten und sorgfältigsten Bestimmungen in Betracht gezogen wurden — keineswegs eine genügende Übereinstimmung darbieten; es schwanken die erhaltenen Resultate nicht weniger als zwischen den Grenzen von $1^1/_2$ Graden. Und nicht nur zwischen den Resultaten der verschiedenen Beobachter stellen sich derartige Differenzen ein, sondern es stimmen auch die von ein und demselben Beobachter erhaltenen Werthe unter einander in den meisten Fällen nur sehr annähernd überein. Nur Depretz erhielt Werthe, welche im Allgemeinen sehr gut mit einander stimmten, es war daher von Interesse, auf dessen Methode näher einzugehen und sie selbst durch sorgfältige Versuche zu prüfen. Es wurde schon oben erwähnt, dass sich Depretz bei seinen Versuchen eines cylindrischen Gefässes bediente, durch

[1] Gilb. Ann. XXVII.

[2] Diss. acad. 1819.

[3] Ann. d. Ch. et d. Ph. LXX.

[4] Pogg. Ann. LXXI.

Digitized by Google

dessen Wandungen vier Thermometer so in das Innere eingeführt wurden, dass sie mit ihren Gefässen sämmtlich in der Axe desselben und von einander gleich weit ab sich befanden. Wurde das Gefäss mit Wasser von ungefähr 0°—1° Temperatur gefüllt und dann in einem Raume von gewöhnlicher Zimmertemperatur so aufgestellt, dass die Luft ringsherum frei circuliren konnte, so bestand der Versuch darin, von Minute zu Minute die Stände der vier Thermometer gleichzeitig zu notiren, und zwar so lange bis das ganze Gefäss eine Temperatur von 5°—6° angenommen hatte. Trägt man dann die vier den Thermometerangaben entsprechenden Curven graphisch auf, so sollten sie sich, wenn der Versuch vollkommen exact ginge, sämmtlich in einem Punkte schneiden, dessen Temperatur dann die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers wäre. Selbstverständlich wurde der Versuch auch umgekehrt gemacht, indem das Gefäss mit Wasser von einer Temperatur von ungefähr 5°—6° gefüllt und dann im Freien bei einer Temperatur unter 0° erkalten lassen wurde; der Durchschnittspunkt der vier Curven müsste dann derselben Temperatur entsprechen, wie im ersten Fall. Depretz fand nun, dass sich die vier beobachteten Curven keineswegs in einem Punkte schnitten, sondern vielmehr in Folge zahlreicher Knickungen oft 12—15 solcher Durchschnittspunkte, die einander allerdings ziemlich nahe lagen, aufwiesen. Um nun den wahren Punkt zu finden, verfuhr Depretz auf folgende Weise: Er nahm 1. das Mittel aus allen Temperaturen, bei welchen die Curven plötzlich ihre Richtung änderten, 2. das Mittel aus allen Durchschnittspunkten, 3. construirte er aus den vier beobachteten Curven eine mittlere und nahm alle Punkte, in denen diese Mittelcurve die vier primären schnitt, 4. endlich nahm er das Mittel aus diesen drei Resultaten. Es ist klar, dass, wenn man die Versuche auf diese Weise berechnet, die schliesslichen Resultate nicht viel von einander differiren können. Es erschienen daher diese Resultate als kein genügender Beweis für die Brauchbarkeit der Methode, weshalb ich Depretz's Versuche vorerst genau nach seinen Angaben wiederholte.

Ich bediente mich bei diesen Versuchen eines Gefässes von ungefähr denselben Dimensionen, wie sie Depretz anwen-

Digitized by Google

dete, und versah dasselbe in der angegebenen Weise mit vier feinen Thermometern, von denen das oberste und unterste, auf welche es ja zumeist ankömmt, Normal-Thermometer von Baudin waren. Die Curven, welche auf diese Weise erhalten wurden, verliefen im Allgemeinen mit denselben Unregelmässigkeiten, wie sie schon Depretz beobachtete, indem sie sich nicht in einem, sondern in zahlreichen Punkten schnitten. Es schien mir dies hauptsächlich auch mit dem Umstande zusammenzuhängen, dass die Thermometer, wenn sie auch noch so empfindlich sind, jedenfalls stets in ihren Angaben merklich zurückbleiben; diese Vermuthung bestätigte sich auch vollkommen durch die verschiedenen Resultate, welche man erhält, je nachdem man den Versuch durch Abkühlung oder durch Erwärmung macht. Im ersten Falle wird das Mittel aus allen Durchschnittspunkten eine zu hohe, im letzteren dagegen eine zu niedere Temperatur aufweisen. Dies ist auch in der That und zwar in sehr merklicher Weise der Fall; einige Beispiele werden dies klar machen. Indem ich nur die wirklichen Durchschnittspunkte der Curven als giltig ansah, ohne die plötzlichen Wendungen in jeder einzelnen derselben zu berücksichtigen, ergaben sich z. B. bei einem Erwärmungsversuche folgende Temperaturen der sieben Durchschnittspunkte: 3°35, 3°40, 3°50, 3°55, 3°65, 3°67, 3°87; im Mittel = 3°570.

Ein anderer Erwärmungsversuch ergab für seine 17 Durchschnittspunkte die Temperaturen: 3°10, 3°15, 3°25, 3°35, 3°35, 3°35, 3°35, 3°45, 3°15, 3°25, 3°45, 3°70, 3°75, 3°65, 3°20, 3°30, 3°90, im Mittel = 3°394.

Ein Abkühlungsversuch ergab dagegen die Temperaturen: 4°20, 4°25, 4°25, 4°20, 4°40, 4°45, 4°50, 4°25, im Mittel = 4°312.

Ganz ähnliche Zahlen ergaben vier weitere Versuche, einer mit Erwärmung und drei mit Abkühlung, so zwar, dass aus diesen sieben Bestimmungen sich die Resultate ergaben:

Erwärmung	Abkühlung
3°570	4°312
3 394	4 795
3 455	4 806
	4 362

Digitized by Google

Diese Zahlen lassen deutlich das Nachbleiben der Thermometer, selbst wenn dieselben sehr empfindlich sind, erkennen. Könnte man annehmen, dass alle Thermometer und unter allen Umständen gleichmässig zurückbleiben, so würde das Mittel aus den Abkühlungs- und Erwärmungsversuchen der wahren Temperatur entsprechen; allein das Nichtübereinstimmen der Erwärmungsversuche einerseits und der Abkühlungsversuche andererseits unter einander zeigt schon, dass diese Annahme durchaus nicht gestattet ist. Um diesen Übelstand des Nachbleibens der Thermometer zu vermeiden, beabsichtigte ich, dieselben durch Thermoelemente von geeigneter Construction zu ersetzen.

Schon Zöppritz [1] hatte bei seinen Untersuchungen über das Verhalten des Meerwassers in der Nähe des Gefrierpunktes Thermoelemente zu Temperaturbestimmungen verwendet; doch konnte seine Methode für den vorliegenden Fall nicht in Anwendung kommen, weil sie weder hinreichende Genauigkeit darbietet, noch ein genügend rasches Experimentiren erlaubt. Ich änderte daher die Depretz'sche Methode in der Weise ab, dass ich anstatt der Thermometer oben und unten in das Versuchsgefäss je ein Thermoelement einführte und dieselben mit einem empfindlichen Galvanometer zu einem geschlossenen Stromkreise verband. Bei dieser Anordnung des Versuches wird das Galvanometer zu Beginn desselben einen Ausschlag nach der einen oder nach der anderen Richtung vom Nullpunkte anzeigen, entsprechend der Temperaturdifferenz zwischen den oberen und unteren Wasserschichten im Gefässe, dieser Ausschlag wird sich im Laufe des Versuches vermindern, auf Null sinken in dem Momente, wo die Temperatur oben und unten gleich, das Wasser also auf dem Maximum seiner Dichte ist, und dann nach der entgegengesetzten Seite zu beständig wachsen. Dieser Gang des Galvanometers ist ein sehr regelmässiger und es handelt sich nur darum, in dem Momente, in welchem es seinen Nullpunkt passirt, die Temperatur der Wassermasse zu bestimmen.

---

[1] Pogg. Ann. Erg. Bd. V.

Digitized by Google

Hierzu wendete ich die folgende Methode an. Es ward ein zweiter geschlossener Kreis aus zwei Thermoelementen und einem Galvanometer so gebildet, dass sich das eine Thermoelement desselben gleichfalls im Versuchsgefässe, und zwar möglichst nahe dem unteren oder dem oberen Thermoelemente, gleichgiltig welchem, des ersten Schliessungskreises befand; das zweite Thermoelement befand sich ausserhalb des Versuchsgefässes, in einem zweiten Gefäss, dessen Einrichtung weiter unten beschrieben werden soll, und konnte in demselben während der Dauer des Versuches auf einer beliebigen aber constanten Temperatur, in der Nähe von $+4°$, gehalten werden. Die Temperatur selbst wurde an einem mit dem Thermoelemente verbundenen Thermometer abgelesen. Es wurden nun beide Galvanometer gleichzeitig beobachtet — natürlich von zwei Beobachtern — und der Ausschlag des zweiten Galvanometers, welches das Thermoelement von constanter Temperatur in seinem Schliessungskreise enthielt, in dem Momente notirt, in welchem das erste durch seinen Nullpunkt ging, das Wasser im Versuchsgefässe also die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums hatte. Dieser Ausschlag ist aber die Folge von der Temperaturdifferenz, welche die beiden Thermoelemente, das im Gefässe befindliche und das von constanter Temperatur, haben; er wäre gleich Null, wenn die constante Temperatur so regulirt wäre, dass sie genau gleich wäre der Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers. Ist sie aber während eines Versuches niedriger oder höher als dieselbe, so wird dem entsprechend auch der notirte Ausschlag des zweiten Galvanometers im positiven oder negativen Sinne ausfallen. Richtet man nun die Versuche so ein, dass man mit der constanten Temperatur bald ober-, bald unterhalb der gesuchten Temperatur des Dichtigkeitsmaximums ist, so lässt sich aus den auf diese Weise erhaltenen, bald positiven, bald negativen Ausschlägen des zweiten Galvanometers die gesuchte Temperatur selbst leicht ermitteln. Trägt man nämlich als Abscissen die Temperaturen, als Ordinaten die zugehörigen Ausschläge des zweiten Galvanometers auf, so erhält man eben so viele Punkte einer Curve, als man Versuche anstellt, und es werden diese Punkte entweder ober- oder unterhalb der Ab-

Digitized by Google

scissenaxe liegen, je nachdem die Ausschläge des zweiten Galvanometers positiv oder negativ, die constante Temperatur des einen Thermoelementes also höher oder niedriger als die Temperatur des Dichtigkeitsmaximums war. Die so erhaltene Curve wird offenbar eine gerade Linie sein müssen, denn da die verschiedenen constanten Temperaturen, die im Laufe der Versuche überhaupt angewendet wurden, stets innerhalb des Intervalles von 3°—5° lagen, so können auch die dadurch erzeugten Thermoströme und die Ausschläge des zweiten Galvanometers den jeweiligen Temperaturdifferenzen der beiden Thermoelemente proportional gesetzt werden. Es müssten also, wenn die Versuche vollkommen exact gingen, sämmtliche Punkte auf derselben Geraden liegen; diejenige Temperatur nun, welche dem Durchschnittspunkte dieser Geraden mit der Abscissenaxe entspricht, wäre offenbar die gesuchte, denn für diesen Punkt ist ja die Ordinate, mithin der Ausschlag des zweiten Galvanometers, gleich Null, d. h. könnte man die eine Thermostelle gerade auf dieser Temperatur constant halten, so würde das zweite Galvanometer in dem Momente, wo das erste seine Ruhelage passirt, ebenfalls auf seinem Nullpunkte sein, was beweist, dass in diesem Momente die Temperatur im Versuchsgefässe gleich ist der constanten Temperatur. Letztere wäre somit die Temperatur, bei welcher das Wasser ein Maximum seiner Dichte besitzt.

Bei Ausführung der Versuche nach dieser im Principe sehr einfachen Methode war das Hauptaugenmerk besonders auf zwei Dinge zu richten. Erstens musste dafür gesorgt werden, dass die verwendeten Thermoelemente ihrem Zwecke, nämlich das Zurückbleiben ihrer Angaben zu verhüten, entsprächen, und zweitens musste eine geeignete Vorrichtung ersonnen werden, um das eine Thermoelement stets auf einer beliebigen constanten Temperatur zwischen 3° und 5° zu halten. Was die erste der beiden Schwierigkeiten anlangt, so war dieselbe leicht zu beheben; ich bediente mich als Thermoelemente je einer Löthstelle von 0·5 Mm. dickem Platin- und Eisendraht, welche an ihren Enden, bevor sie aneinander gelöthet wurden, flach gehämmert und nach dem Löthen zu einer feinen Spitze zugeschnitten wurden. Wie die nachfolgend mitgetheilten Beob-

Digitized by Google

achtungen zeigen werden, entsprachen diese Thermoelemente vollkommen ihrem Zwecke.

Was zweitens die Herstellung eines Gefässes mit beliebiger constanter Temperatur anlangt, so wurde dieselbe, allerdings nicht ohne vorausgegangene Schwierigkeiten, schliesslich auf folgende Weise vollkommen erreicht. In ein kugelförmiges Glasgefäss von 60 Mm. Durchmesser und engem Halse ward durch einen fest schliessenden Kork ein feines Geissler'sches Thermometer mit sehr kleinem Gefässe und Theilung in $^1/_{10}$ Grade, dessen Correction vorher sorgfältig ermittelt war, mit seinem Gefässe bis möglichst in die Mitte der Kugel eingeführt und gleichzeitig mit demselben das Thermoelement, welches für die constante Temperatur bestimmt war; auch wurde dafür gesorgt, dass die Löthstelle hierbei unmittelbar an das Gefäss des Thermometers zu liegen kam. Um diese Kugel kam nun ein cylindrisches Glasgefäss von 100 Mm. Durchmesser und 140 Mm. Höhe, und um dieses wieder ein zweites solches von 170 Mm. Höhe und 180 Mm. Durchmesser. Diese drei Gefässe waren mit Luft gefüllt und nach oben so an einen gemeinschaftlichen Deckel von Zinkblech befestigt, dass sie concentrisch in einander stacken, ohne sich irgend zu berühren. In dem Raume zwischen den beiden cylindrischen Glasgefässen war eine Spirale aus dünnem Neusilberdraht, um das innere Gefäss kreisend, so angebracht, dass sie, ohne die eine oder die andere Wand zu berühren, vollkommen frei hing, nur befestigt an den Deckel, durch welchen ihre beiden Enden isolirt hindurch geleitet waren. Es wurde dann dieser Deckel, der selbst wieder ein flaches Gefäss von 50 Mm. Höhe darstellte, mit den daran befestigten drei Glasgefässen auf ein viertes, noch weiteres und mit schmelzendem Eise gefülltes Gefäss möglichst dicht aufgesetzt und von oben gleichfalls mit schmelzendem Eise gefüllt. Es waren somit die drei an dem Deckel befestigten Glasgefässe allseitig von Eis umgeben, aus dem nur die beiden Drähte des Thermoelementes, die Enden der Neusilberspirale und die Thermometerscala, durch eine Blechdülle vor der unmittelbaren Berührung mit dem umgebenden Eise geschützt, herausragten. Es konnte nun die Neusilberspirale durch einen galvanischen Strom erwärmt, und so die Temperatur im inner-

Digitized by Google

sten, kugelförmigen Gefässe leicht auf jede beliebige Temperatur in der Nähe von 4° gebracht werden, indem man die Intensität des erwärmenden Stromes passend variirte. Bei den Dimensionen, welche ich in Anwendung brachte, genügten zwei Bunsen'sche Elemente mittlerer Grösse zur Herstellung einer constanten Temperatur. Es ist hierbei unbedingt nothwendig, die Dimensionen des Apparates nicht zu klein zu wählen, weil sonst locale Erwärmungen des Glases nicht zu vermeiden sind; desgleichen ist die Einschaltung eines zweiten Glasgefässes zwischen der Drahtspirale und der Kugel, welche Thermometer und Thermoelement enthält, unbedingt nothwendig, weil es sonst niemals gelingt, in dem unteren und oberen Theile des letzteren gleiche Temperatur herzustellen. Dass dies aber bei der vorliegenden Anordnung erreicht wird, davon konnte man sich leicht durch ein Auf- und Niederschieben des Thermometers in der Kugel überzeugen; es zeigen hierbei alle Theile derselben vollkommen gleiche Temperatur. Man ist auf diese Weise im Stande, die Temperatur so zu reguliren, dass der mit einem Fernrohre abgelesene Thermometerstand sich während einer halben Stunde um nichts merkliches ändert.

Nachdem so für die Herstellung einer beliebigen constanten Temperatur die geeignete Form gefunden war, hatte die Ausführung der Versuche weiter keine Schwierigkeiten, und es mögen die Resultate derselben im Nachfolgenden Platz finden.

Es wurden die Versuche theils im Winter 1869/70 in Zürich, theils im Winter 1871/72 in Würzburg angestellt; die Galvanometer, welche dabei in Verwendung kamen, waren bei den in Zürich ausgeführten Beobachtungen ein Instrument von Meyerstein und eines von Sauerwald; in Würzburg verwendete ich ein Siemen'sches Universalinstrument und ein Sauerwald'sches Galvanometer nach Magnus' Construction. Es braucht wohl nicht besonders bemerkt zu werden, dass sämmtliche Galvanometer mit Spiegelablesung versehen waren; was die Empfindlichkeit derselben anlangt, so war diese bei fünf verschiedenen Beobachtungsreihen eine verschiedene. Als mittleres Mass derselben mag gelten, dass bei den angewendeten Thermoelementen und einer Entfernung von etwa vier Metern des Fernrohres mit Scala vom Spiegel, für eine Temperaturdiffe-

Digitized by Google

renz von 0·1 Grad ein Ausschlag von 300—500 Scalatheilen (Millimeterscala) erhalten wurde.

Es wurde schon oben erwähnt, dass, wenn man die nach dieser Beobachtungsmethode erhaltenen Resultate graphisch darstellen würde, jedem Versuche ein Punkt entspräche — wobei die Galvanometerausschläge als Ordinaten, die constanten Temperaturen als Abscissen genommen sind — und es müssten bei vollkommener Präcision der Versuche diese Punkte sämmtlich in einer Geraden liegen; die Abscisse des Durchschnittspunktes dieser Geraden mit der Abscissenaxe wäre dann die gesuchte Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers.

Es ist natürlich, dass die Punkte nicht wirklich alle genau in einer Geraden lagen, wenn auch mit sehr geringen Abweichungen davon, und es musste daher zur Ermittlung des Resultates durch die gegebenen Punkte nach den Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung die wahrscheinlichste Gerade gelegt, und ihr Durchschnittspunkt mit der Abscissenaxe als das gesuchte Resultat angesehen werden.

Es liefern die angestellten Versuche im Ganzen fünf von einander getrennte Beobachtungsreihen, indem nur solche Punkte als zu ein und derselben Reihe gehörig angesehen werden können, bei deren Festlegung die Constanten der Galvanometer ungeändert geblieben waren; diesen fünf Reihen entsprechen die nach obiger Weise erhaltenen Werthe:

Reihe	I	(Zürich),	2	Punkte:	3°950
„	II	„	8	„	3 953
„	III	(Würzburg),	7	„	3 929
„	IV	„	6	„	3 957
„	V	„	4	„	3 942.

Man sieht, dass diese Werthe, an ganz verschiedenen Orten und mit verschiedenen Instrumenten erhalten, also jedenfalls frei von einem constanten Fehler des Apparates, sehr gut mit einander stimmen; gibt man den einzelnen Resultaten Gewichte proportional der Anzahl Punkte der entsprechenden Beobachtungsreihe, so erhält man das schliessliche Resultat 3°945 als die Temperatur, bei welcher das Wasser ein Maximum seiner Dichte erreicht.

Digitized by Google

Um schon während der Versuche über die Brauchbarkeit und Genauigkeit der Methode einigermassen einen Uberblick zu bekommen, hatte ich ein graphisches Verfahren eingeschlagen, indem ich von zu ein und derselben Beobachtungsreihe gehörigen Punkten je einen unterhalb der Abscissenaxe mit einem oberhalb derselben gelegenen durch eine gerade Linie verband und den Durchschnittspunkt derselben mit der Abscissenaxe, resp. die diesem Durchschnittspunkte zugehörige Temperatur als einzelnes Resultat betrachtete. Auf diese Weise ergaben sich aus den fünf Beobachtungsreihen 41 solcher einzelner Resultate, die der Übersichtlichkeit wegen hier nach ihrer Grösse geordnet folgen mögen:

3°885	3°935	*3°951
3·890	3·935	*3·952
3·905	3·935	3·955
3·915	*3·939	3·955
3·915	3·940	3·957
3·918	3·940	3·958
3·920	3·940	3·958
3·920	3·942	*3·959
3·922	3·942	*3·960
3·923	3·944	3·960
*3·925	3·945	3·962
3·925	3·948	3·966
3·930	3·948	*3·967
3·931	3·950	

Die grösste Abweichung dieser einzelnen Werthe unter einander beträgt nur 0°082, was jedenfalls im Vergleich mit all den früher angewendeten Methoden eine sehr befriedigende Genauigkeit zu nennen ist.

Die mit * bezeichneten Resultate wurden durch Abkühlungsversuche erhalten; man sieht, dass sie, innerhalb der Grenzen der Methode überhaupt, nicht erheblich von den übrigen, durch Erwärmungsversuche erhaltenen, abweichen, das Nachbleiben der Thermoelemente also in vollkommen genügender Weise vermieden war.

Digitized by Google

Von all den Resultaten, welche frühere Beobachter nach anderen Methoden erhielten, stimmt mit den hier gefundenen am besten die Angabe von Joule und Playfair; dieselben fanden als Temperatur des Dichtigkeitsmaximums des Wassers 3°945, also genau den aus den vorliegenden Versuchen hervorgehenden Werth; es unterliegt wohl kaum einem Zweifel, dass dieser Werth mit grosser Annäherung der Wirklichkeit entspricht.

Digitized by Google

XXIX. SITZUNG VOM 11. DECEMBER 1873.

Der Secretär theilt mit, dass Herr Professor Schmarda an die Stelle des verstorbenen Professors v. Reuss in die Adria-Commission eingetreten ist.

Derselbe legt ferner folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Zur Lehre vom Lichtsinne. II. Mittheilung: Über simultanen Lichtcontrast", vom Herrn Prof. Dr. Ew. Hering in Prag.

„Zur Geschichte des Arbeitsbegriffes", vom Herrn Prof. Dr. E. Mach in Prag.

„Über die Entstehungsweise der Kundt'schen Staubfiguren", vom Herrn Dr. V. Dvořák in Prag, eingesendet von Herrn Prof. Mach.

„Über die Untersalpetersäure und die Constitution der salpetrigsauren Salze." Vorläufige Notiz, vom Herrn Dr. Rud. Günsberg, Prof. an der k. k. technischen Akademie in Lemberg.

Herr Rud. Hoernes überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Geologischer Bau der Insel Samothrake".

An Druckschriften wurden vorgelegt:

American Chimist. Vol. IV, Nr. 5. Philadelphia, 1873; 4°.

Baeyer, J. J., Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—1866. Leipzig, 1873; 4°.

Bericht, Dritter, der ständigen Commission für die Adria, betreffend die Jahre 1870 (für meteorologische Beobachtungen) und 1870—1872 (für maritime Beobachtungen). Wien, 1873; 4°.

— des k. k. techn. & administrat. Militär-Comité: Siehe Mittheilungen.

Digitized by Google

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nr. 21. Paris, 1873; 4°.

Egleston, Thomas, Catalogue of Minerals, with their Formulae and Crystalline Systems. 2d Edition. New York, 1871; 8°.

Gesellschaft der Wissenschaften, königl. böhmische: Sitzungsberichte. 1873. Nr. 6. Prag; 8°.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 49. Wien, 1873; 4°.

Haeckel, Ernst, Zur Morphologie der Infusorien. Leipzig, 1873; 8°.

Landwirthschafts-Gesellschaft, k. k., in Wien: Verhandlungen und Mittheilungen. Jahrgang 1873, Nr. 14. Wien; 8°.

Mach, E., Optisch-akustische Versuche. Die spectrale und stroboskopische Untersuchung tönender Körper. Prag, 1873; 8°.
— Zur Theorie des Gehörorgans. (Zweiter unveränderter Abdruck aus dem 48. Bande der Sitzungsberichte der k. Akademie der Wissenschaften in Wien. Mathem.-naturw. Classe.) Prag, 1872; 8°.

Mittheilungen des k. k. techn. & administr. Militär-Comité. Jahrgang 1873, 9. & 10. Heft, nebst „Bericht über die Thätigkeit und die Leistungen desselben im Jahre 1872. Wien, 1873; 8°.

Nature. Nr. 214. Vol. IX. London, 1873; 4°.

Naval Observatory, The United States: Astronomical and Meteorological Observations made during the Year 1870. Washington 1873; 4°. — Washington Observations for 1870. Appendix III & IV. Washington, 1872; 4°. — Washington Observations for 1871. Appendix II & III. Washington 1872 & 1873; 4°.

Pittei, Costantino, Ricordo del Prof. G. B. Donati. Firenze, 1873; 8°.

Reden, gehalten bei der feierl. Inauguration des für das Schuljahr 1873/4 gewählten Rectors der k. k. technischen Hochschule Dr. Victor Pierre am 10. October 1873. Wien, 1873; 8°.

Report of the Commissioner of Agriculture for the Year 1871. Washington, 1872; 8°.

Digitized by Google

Report Annual, of the Commissioner of Patents for the Year 1869 (III Vols.), 1870 (II Vols.), 1871 (II Vols.). Washington, 1871—1872; 8⁰.

Reports, Monthly, of the Department of Agriculture for the Year 1872. Washington, 1873; 8⁰.

„Revue politique et littéraire“ et „Revue scientifique de la France et de l'étranger.“ III[e] Année, 2[me] Série, Nr. 23. Paris, 1873; 4⁰.

Ross, A. M., The Canadian Ornithologist: A Monthly Record of Information relating to Canadian Ornithology. Vol. I, Nr. 1. Toronto, 1873; 8⁰.

Smithsonian Institution: Smithsonian Contributions to Knowledge. Vol. XVIII. City of Washington, 1873; 4⁰.

Société Géologique de France: Bulletin. 2[me] Série. Tome XXIX, Nr. 8. Paris, 1872; 8⁰.

Society, The Royal Geographical, of London: Journal. Vol. XLII. 1872. London; 8⁰. — Proceedings. Vol. XVII, Nrs. 3—5. London, 1873; 8⁰.

Surgeon General's Office: The Medical and Surgical History of the War of the Rebellion (1861—65). (2 Vols.) Washington, 1870; 4⁰.

War Department of the United States of North America: Daily Bulletin of Weather-Reports, Signal-Service United States Army, for the Month of September, 1872. Washington, 1873; 4⁰.

Wechniakoff, Théodore, Troisième section des recherches sur les conditions anthropologiques de la production scientifique et esthétique. Paris, 1873; 8⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 49. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

Zur Geschichte des Arbeitbegriffes.

Von **E. Mach.**

1.

Bevor Galilei den Grund zur modernen Dynamik legte, indem er die bekannte Abhängigkeit der Endgeschwindigkeit von der Fallzeit annahm und diese Annahme durch das Experiment prüfte, beschäftigte er sich mit einem andern Gedanken. Er versuchte, durch die Annahme, dass die Endgeschwindigkeit proportional dem Fallraum sei, sich über die Fallphänomene Aufklärung zu verschaffen. Hiebei verwickelte er sich durch Fehlschlüsse in Widersprüche und gab die ganze Annahme auf.

Dieser Umstand, welcher in historischen Darstellungen immer nur leichthin berührt wird, scheint mir nun von der höchsten Wichtigkeit, indem er über die ganze heutige Stellung des Arbeitbegriffes zu den übrigen dynamischen Begriffen Aufschluss gibt.

Nachdem die erwähnte Annahme aufgestellt ist, heisst es bei Galilei, de motu naturaliter accelerato:

„Salv. E pur son tanto false, e impossibili, quanto che il moto si faccia in un instante. Ed eccovene chiarissima dimostrazione. Quando le velocità hanno la medesima proporzione, che gli spazj passati, o da passarsi, tali spazj vengono passati in tempi eguali; se dunque le velocità, colle quali il cadente passò lo spazio di quattro braccia, furon doppie delle velocità, colle quali passò le due prime braccia (siccome lo spazio è doppio dello spazio) adunque i tempi di tali passaggi sono eguali; ma passare il medesimo mobile le quattro braccia, e le due nell'istesso tempo non può aver luogo fuor che nel moto instantaneo; ma noi vediamo, che il grave cadente fa suo moto in tempo, ed in minore passa le due braccia, che le quattro; adunque è falso, che la velocità sua cresca come lo spazio."

Digitized by Google

Die Fehlschlüsse liegen hier klar zu Tage. Galilei nimmt an, dass die Wegelemente den Zeitelementen proportional seien und kommt so zu der Behauptung, dass, wenn dem doppelten Fallraume die doppelte Endgeschwindigkeit entspricht, dieser in derselben Zeit zurückgelegt sein müsse wie der einfache Fallraum, dass also ungleiche Fallräume in derselben Zeit zurückgelegt werden und folglich, weil wir uns die Fallbewegung beliebig fortgesetzt denken können, in gar keiner Zeit zurückgelegt werden.

Integrationen im Kopfe waren natürlich Galilei nicht geläufig und er musste bei dem Fehlen aller Methode nothwendig irren, sowie die Verhältnisse etwas complicirter waren. Nennen wir s den Weg, t die Zeit, so lautet die Galilei-sche Annahme in unserer heutigen Sprache $\frac{ds}{dt} = as$, woraus folgt $s = Ae^{at}$, wobei a eine Erfahrungs- und A eine Integrationsconstante wäre. Dies ist eine ganz andere Folgerung, als diejenige, welche Galilei gezogen hat. Sie passt allerdings zur Erfahrung nicht und Galilei hätte wahrscheinlich Anstoss daran genommen, dass für $t = o$ doch s von o verschieden sein muss, wenn überhaupt Bewegung eintreten soll. Allein sich selbst widerspricht die Galilei'sche Annahme keineswegs.

Nehmen wir an, Kepler hätte sich dieselbe Frage gestellt. Kepler war eine ganz andere Natur. Er hätte, wenn die Annahme $\frac{ds}{dt} = as$ nicht gepasst hätte, eine Unzahl anderer, darunter wahrscheinlich auch die richtige $\frac{ds}{dt} = a\sqrt{s}$ gemacht und damit würde die ganze Dynamik einen andern Entwicklungsgang genommen haben. Galilei griff immer nur nach dem Einfachsten, was bei Kepler nicht der Fall war.

Meiner Ansicht nach hat nun diesem geringfügigen historischen Umstand der Arbeitbegriff die Mühe zu danken, mit welcher er sich nur sehr allmälig zu seiner gegenwärtigen Bedeutung emporarbeiten konnte. In der That musste nach diesem Zufall die Beziehung $v = gt$ als die ursprüngliche, die Gleichung $s = \frac{gt^2}{2}$ als die nächste, und $gs = \frac{v^2}{2}$ als eine entferntere Folgerung erscheinen.

Digitized by Google

Die ersteren Beziehungen führen aber nach Einführung der Massen und Kräfte zu den Sätzen $mv = pt$ und $ms = \frac{pt^2}{2}$, die letztere aber zu $ps = \frac{mv^2}{2}$. Nothwendig mussten also die Begriffe Kraft und Bewegungsquantität ursprünglicher scheinen als die Begriffe Arbeit und lebendige Kraft.

Kein Wunder also, dass überall wo der Arbeitbegriff auftrat, man immer versuchte denselben durch die historisch älteren Begriffe zu ersetzen. Der ganze Streit der Leibnitzianer und Cartesianer, welcher erst durch D'Alembert einigermassen geschlichtet wurde, findet darin seine volle Erklärung.

Unbefangen betrachtet, hat man genau dasselbe Recht, nach der Abhängigkeit von Endgeschwindigkeit und Zeit, wie nach der Abhängigkeit von Endgeschwindigkeit und Weg zu fragen und die Frage durch das Experiment zu beantworten. Die eine Frage führt zu dem Erfahrungssatze: Gegebene gegenüberstehende Körper ertheilen sich in gegebenen Zeiten gewisse Geschwindigkeitszuwüchse. Die andere lehrt: Gegebene gegenüberstehende Körper ertheilen sich für bestimmte gegenseitige Verschiebungen gewisse Geschwindigkeitszuwüchse. Beides ist gleich berechtigt und kann als gleich ursprünglich angesehen werden.

Dass dies richtig ist, beweist J. R. Mayer, eine von den Einflüssen der Schule freie moderne Galilei'sche Natur, welcher in der That den letzteren Weg selbstständig eingeschlagen und dadurch eine Erweiterung der Wissenschaft hervorgerufen hat, wie sie auf dem Weg der Schule erst später, umständlicher, und nicht in gleicher Vollständigkeit eingetreten ist. Mayer fehlt nur darin, dass er seinen Weg für den einzig richtigen hält.

Von Galilei ab theilt sich der Strom mechanischer Erkenntnisse in zwei Arme. Der eine findet seine Fortsetzung in Huyghens, der andere in Newton. Ausserdem lässt sich noch ein dritter Arm, der über Descartes geht, unterscheiden. Letzterer verliert sich aber sehr bald im Sande, wenigstens ist er überall wo er mit den beiden andern zusammentrifft, von sehr untergeordneter Bedeutung. Nach Huyghens und Newton

Digitized by Google

aber geht aus dem Zusammenfliessen der beiden ersterwähnten Ströme, deren Unabhängigkeit nun nicht mehr unterschieden wird, mannigfache Verwirrung hervor. Doch lassen sich die Elemente beider immer noch auffinden und wir sehen z. B. wie in neuerer Zeit die Galilei-Huyghens'schen Anschauungen von der Poncelet'schen, die Galilei-Newton'schen von der Poinsot'schen Schule mit Vorliebe cultivirt werden.

2.

Betrachten wir zuerst Newton. Bei Newton finden wir drei Grundgesetze der Dynamik, den Satz der Trägheit, den Satz der Zusammensetzung der Bewegungen und der Kräfte, und endlich den Satz der Gleichheit von Druck und Gegendruck. Die beiden erstern Sätze rühren von Galilei her und lassen sich in die eine Bemerkung zusammenfassen, dass die Körper sich von einander unabhängige Beschleunigungen ertheilen. Der Satz der Gegenwirkung ist von Huyghens zwar anticipirt, aber nirgends so klar und allgemein formulirt wie bei Newton.

Die Hauptleistung Newton's besteht also in der klaren Aufstellung des Gegenwirkungsprincipes, welches nöthig wurde, sobald man von den dynamischen Phänomenen einer einzigen Masse zu jenen eines Systems von Massen übergehen wollte.

Dasselbe lautet:

„Lex III. Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in partes contrarias dirigi."

In dem darauf folgenden Scholium führt Newton Wallis, Wren und Huyghens als Vorgänger an und erwähnt, dass Wren durch den Zusammenstoss von Pendeln den Satz bewiesen habe. Newton selbst zeigt durch den Versuch, dass zwei auf Wasser nebeneinander schwimmende Gefässe, von welchen das eine einen Magnet, das andere ein Stück Eisen enthält, sich durch ihre Gegenwirkung nicht bewegen, und überlegt, dass irgend zwei sich anziehende Körper, zwischen welche ein Hinderniss gelegt wird, einen festen aus eigenem Antriebe nach irgend einer Richtung bewegten Körper vorstellen würden, wenn das Gegenwirkungsprincip nicht bestünde. Auch

Digitized by Google

die Erde könnte man sich durch irgend eine Ebene getheilt denken und sie müsste sich bei aufgehobenem Gegenwirkungsprincip nach irgend einer Richtung aus freiem Antrieb bewegen. Das Fehlen des Gegenwirkungsprincipes wäre also mit vollständiger Regellosigkeit identisch.

Man sieht aber leicht, dass das Gegenwirkungsprincip, so wie bisher ausgesprochen, rein statischer Natur ist und dass sich dynamisch gar nichts damit anfangen lässt. Dazu war noch ein anderer Begriff nöthig, dessen Bildung sich einstweilen vollzogen hatte. Hievon schweigen merkwürdiger Weise die historischen Darstellungen.

Galilei dachte nicht daran, dass Masse und Gewicht verschiedene Dinge seien. Auch Huyghens setzt in allen Betrachtungen die Gewichte statt der Massen, so z. B. bei der Aufsuchung des Schwingungsmittelpunktes. Auch in der Schrift „de percussione“ sagt Huyghens immer „corpus majus“ und „corpus minus“, wenn er die grössere oder kleinere Masse meint. — Die Bildung des Massebegriffs war erst möglich, als man bemerkte, dass derselbe Körper verschiedene Beschleunigungen durch die Schwere erfahren kann. Den Anlass hiezu boten zunächst die Pendelbeobachtungen von Richer (1671—1673), aus welchen Huyghens sofort die richtigen Schlüsse zog, und die Übertragung der dynamischen Gesetze auf die Himmelskörper. Die Wichtigkeit des ersten Punktes sehen wir daraus, dass Newton durch eigene Beobachtungen an Pendeln aus verschiedenem Material die Proportionalität zwischen Masse und Gewicht an demselben Orte der Erde nachgewiesen hat. (Principia. Sect. VI de motu et resistentia corporum funependulorum.) Auch bei Joh. Bernoulli tritt eine deutliche Trennung von Masse und Gewicht in der „meditatio de natura centri oscillationis“ (Opera omnia. Lausannae et Genevae. T. II. p. 168) auf und gründet sich auf die Bemerkung, dass derselbe Körper verschiedene Schwerebeschleunigungen annehmen könne.

Wenn auch bei der Art der Newton'schen Darstellung nicht genau der Weg nachgewiesen werden kann, auf dem Newton zum Massenbegriff gelangt ist, wenn er auch mehr metaphysisch als physikalisch die Masse als „quantitas materiae“ definirt, so ist es doch unzweifelhaft, dass Newton den

Digitized by Google

wahren Massebegriff hat und ihn überall in der heute gebräuchlichen Art anwendet.

Die wahre Definition der Masse als eines vom zufälligen Gewichte verschiedenen bewegungsbestimmenden Merkmals des Körpers, sowie eine Annahme, welche der Newton'schen Exposition stillschweigend als Grundlage untergeschoben zu sein scheint, habe ich bereits anderwärts angegeben. Setzt man zwei Körper *A* und *B* einander gegenüber, welche sich die Beschleunigungen φ und beziehungsweise φ' ertheilen, so kann man *A* als Einheit wählend die Masse von *B* durch $-\frac{\varphi}{\varphi'}$ definiren. Ferner nimmt man an, dass zwei Körper, die sich zu einem dritten Körper als gleiche Massen verhalten, in Bezug auf beliebige Kräfte es auch untereinander thun.

Es lässt sich nämlich nachweisen, dass, wenn es überhaupt ein solches bewegungsbestimmendes Merkmal (Masse) gibt, dies nur von der angegebenen Art sein kann, wenn nicht vollständige Gesetzlosigkeit herrschen soll. Eine ganz analoge Erkenntniss ist die Erkenntniss der chemischen Äquivalente, der Spannungsreihe der Nichtelektrolythen u. s. w. Alles dies sind Erkenntnisse von gleichem Grade der Evidenz, weshalb es keinen sonderlichen Sinn hat, die einen auf die andern zurückführen zu wollen.

Eine Erweiterung hat der Massenbegriff erfahren durch die Huyghens'sche Entdeckung des Trägheitsmomentes, welches aber bei Huyghens wie erwähnt, noch nicht ganz klar ist, und erst von Euler mit dem Namen „momentum inertiae" belegt wurde. Euler selbst hat wieder die Gleichung für das Centralellipsoid gefunden, die aber erst Poinsot lesen gelehrt hat, nachdem schon von Segner vor Euler die sogenannten Hauptaxen entdeckt waren. Diese Entwicklung des Massenbegriffs ist für uns hier weniger wichtig.

Der hier gegebene Massenbegriff macht aber das Gegenwirkungsprincip unnöthig, welches auch ohne den Massenbegriff nichts zu verrichten vermag und daher in der Dynamik nur eine Scheinfunction hat.

Dass es Massen gibt, die sich von einander unabhängige Beschleunigungen ertheilen, ist die Haupt-

Digitized by Google

erkenntniss der Galilei-Newton'schen Epoche. Sie ist das Werk des Genie's, das Übrige ist Sache der bedächtigen Arbeit.

Die erwähnte Einsicht genügt nun auch wirklich, um alle Aufgaben über freie Massen und Systeme irgend wie verbundener Massen im Princip zu lösen, wenn man nur hinreichend ins Detail der Verbindungen eingeht. Man benöthigt hiezu gar kein weiteres Hilfsprincip mehr. Wirklich hat Poinsot viele Aufgaben auf diese Weise gelöst.[1]

---

[1] Poinsot, Theorie générale de l'équilibre et du mouvement des systèmes. Éléments de statique. 10me édition. Paris 1861. p. 263.

Poinsot, La manière de ramener à la dynamique des corps libres, celle des corps qu'on suppose genés par des obstacles fixes. (Journal de Liouville, 2e Serie, T. IV. 1859.

Ich erlaube mir selbst ein Beispiel anzuführen, nach dessen Analogie sich jeder gegebene Fall behandeln lässt.

Denken wir uns ein gleichschenkliges Dreieck. Die Höhe sei a, und b die Länge der beiden gleichen Schenkel. An den Enden der Grundlinie denken wir uns die Massen M und m, am Scheitel ebenfalls die Masse m. Die Massen brauchen keine Molecüle zu sein. Es genügt, wenn sie von so geringer Ausdehnung sind, dass wir die Relativbewegung ihrer Theile vernachlässigen können. Die Masse M nehmen wir als sehr gross gegen m an.

Nehmen wir nun an, m am Scheitel erhielte senkrecht zur Grundlinie die Beschleunigung f und zwar vom Schwerpunkt des Dreieckes weg. Dann wird sofort eine kleine Entfernungsänderung von m, m, M eintreten was nach der Richtung der gleichen Dreiecksschenkel eine Beschleunigung s der Scheitelmasse zur Folge hat, welche daher nur die Beschleunigung $f - 2s\frac{a}{b}$ erhält. Die Beschleunigung $s\frac{m}{M}$ überträgt sich auf M, verschwindet aber wegen der Grösse von M.

Die Masse m an der Grundlinie erfährt ebenfalls die Beschleunigung s nach der Richtung von b, welche in σ gegen M und in $\varphi = s.\frac{a}{b}$ parallel f zerlegt werden kann. Erstere Componente bewirkt eine kleine Annäherung an M.

Beim ersten Angreifen von f steigert sich also s fortwährend, und diese Steigerung hört auf, wenn das Ganze in Drehung um M gerathen ist, weil dann der Grund zu weiteren Zerrungen wegfällt, wenn also vorausgesetzt, dass $\frac{a}{b}$ sehr klein ist

$$s\,.\,\frac{a}{b} = 2\left(f - 2s\,.\,\frac{a}{b}\right)$$

Digitized by Google

3.

Neben diesem Wege, auf welchem sich ein vollständiges System der Dynamik entwickelt, hat Huyghens noch einen andern Weg zur Lösung derselben Probleme entdeckt. Galilei hat schon als Hypothese angenommen, dass ein Körper vermöge der erlangten Fallgeschwindigkeit ebenso hoch steigt als er herabgefallen ist. Indem Huyghens (im horologium oscillatorium) den Satz dahin verallgemeinerte, dass der Schwerpunkt eines Systems vermöge der erlangten Fallgeschwindigkeiten ebenso hoch steigt als er herabgefallen ist, gelangte er zu dem Satz von der Äquivalenz von Arbeit und lebendiger Kraft. Die Namen für seine Rechnungsausdrücke sind freilich erst viel später hinzugekommen.

Dieses Huyghens'sche Arbeitsprincip ist nun allgemein mit Misstrauen aufgenommen worden. Man hat sich damit begnügt, die glänzenden Resultate zu acceptiren; die Ableitung derselben durch eine andere zu ersetzen, ist man stets bemüht gewesen. An dem Princip ist auch, nachdem Johann und Daniel-Bernoulli dasselbe erweitert hatten, immer mehr die Fruchtbarkeit als die Evidenz geschätzt worden.

Wir sehen, dass immer die Galilei-Newton'schen Sätze ihrer grössern Einfachheit und scheinbar grössern Evidenz wegen den Galilei-Huyghens'schen vorgezogen werden. Zur Anwendung der letzteren zwingt überhaupt nur die Noth in jenen Fällen, in welchen die Anwendung der erstern wegen der zu mühsamen Detailbetrachtung unmöglich wird. So in der Theorie der Flüssigkeitsbewegung bei Johann und Daniel Bernoulli.

Betrachten wir aber die Sache genau, so kommt dem Huyghens'schen Princip dieselbe Einfachheit und Evidenz zu, wie den früher erwähnten Sätzen. Dass (bei einem Körper) die

---

woraus also für die Beschleunigungen der Massen an der Grundlinie und am Scheitel $\frac{2f}{5}$ und $\frac{f}{5}$ folgt. Dies ist dasselbe, was jedes andere Princip der Mechanik liefert.

Digitized by Google

Geschwindigkeit durch die Fallzeit oder dass sie durch den Fallraum bestimmt sei, ist eine gleich natürliche und einfache Annahme. Die Form des Gesetzes muss in beiden Fällen durch die Erfahrung gegeben werden. Dass also $pt = mv$ oder $ps = \frac{mv^2}{2}$, ist beides als Ausgangspunkt gleich gut.

Übergeht man nun zu mehreren Massen, so bedarf man in beiden Fällen eines Schrittes von wieder ganz gleichem Grade der Sicherheit. Das Newton'sche Gegenwirkungsprincip oder der Massenbegriff rechtfertigen sich dadurch, dass mit dem Aufgeben derselben alle Regel aufhören würde. Das Gleiche ist bei dem Huyghens'schen Arbeitsprincip der Fall. Geben wir den Satz $ps + p's' + \cdots = \frac{mv^2}{2} + \frac{m_1 v_1^2}{2} + \cdots$ auf, so können schwere Körper durch ihr eigenes Gewicht höher steigen, kurz es hört alle Regel der Erscheinungen auf.

Natürlich hätten sich beide Gedankenkreise viel unabhängiger von einander entwickeln können. Da sie beide fortwährend mit einander in Berührung waren, so ist es kein Wunder, dass sie ineinander geflossen sind und der Huyghens'sche weniger abgeschlossen erscheint.

Newton reicht mit den Kräften und Massen vollständig aus. Huyghens würde mit der Arbeit, der Masse und der lebendigen Kraft ebenfalls ausreichen. Da er aber den Massenbegriff noch nicht vollkommen hat, so muss derselbe bei den spätern Anwendungen dem andern Kreise entlehnt werden. Doch hätte dies auch vermieden werden können. Ist bei Newton das Massenverhältniss definirt durch das negative umgekehrte Verhältniss der durch dieselbe Kraft erzeugten Geschwindigkeiten, so würde es bei Huyghens consequent durch das umgekehrte Verhältniss der durch dieselbe Arbeit erzeugten Geschwindigkeitsquadrate definirt.

Beide Gedankenkreise betrachten die Abhängigkeit ganz verschiedener Momente derselben Erscheinung.

Die Newton'sche Betrachtung ist insofern vollständiger, als sie über die Bewegung jeder Masse Aufschluss gibt; dafür muss sie aber auch sehr ins Detail gehen. Die Huyghens'sche gibt eine Regel für das ganze System. Sie ist nur bequem, aber

Digitized by Google

dann sehr bequem, wenn die Geschwindigkeitsverhältnisse der Massen ohnehin schon bekannt sind.

Hat man die Überzeugung, dass die in ein Naturgesetz zusammengefassten Erscheinungsmerkmale richtig gewählt sind, was die Erfahrung lehren muss, und kann man nachweisen, dass das Gegentheil des Gesetzes Gesetzlosigkeit wäre, so hat das Naturgesetz die grösste Vertrauenswürdigkeit erreicht, die es erreichen kann.

4.

Hält man die Erkenntniss, dass die lebendige Kraft durch die Arbeit bestimmt sei, für ebenso ursprünglich, wie jene, dass die Bewegungsgrösse durch die Kraft und die Zeit der Wirkung bestimmt sei, so können viele Sätze der Mechanik deducirt werden, ohne dass man den Kraftbegriff anwendet. Die Deduction wird ausserdem äusserst einfach.

Fehlt für den Übergang eines Systems in alle unendlich nahen Nachbarlagen die Arbeit, das Bestimmende der lebendigen Kraft, so entsteht eine solche lebendige Kraft nicht und das System bleibt im Gleichgewicht. Dies ist der einfachste Ausdruck des Princips der virtuellen Geschwindigkeit. Das D'Alembert'sche Princip in der Lagrange'schen Fassung sagt, dass die Verbindungen keine Arbeit leisten. Natürlich ist bei beiden Sätzen die von der Zerrung der Verbindungen herrührende Verschiebung absichtlich ignorirt. Dies geht natürlich nicht mehr an, wenn die Verbindungen von der Zeit abhängen, weil dann die Veränderungen der Verbindungen nur durch Arbeiten hervorgebracht werden können, welche man also auch nicht ignoriren darf.

Man kann zwar von keiner Wissenschaft erwarten, dass sie ihren historischen Boden verlässt, wohl aber, dass sie, sobald sie zu historischem Bewusstsein gelangt, gleichberechtigte Wege auch als solche anerkennt.[1]

---

[1] Vergl. Mach, die Geschichte und die Wurzel des Satzes von der Erhaltung der Arbeit. Prag, Calve, 1872.

Digitized by Google

Über die Entstehungsweise der Kundt'schen Staubfiguren.

Von Dr. V. Dvořák.

(Mit 4 Holzschnitten.)

Um die Entstehung der Kundt'schen Staubrippen zu erklären, hat Stefan [1] eine ungleiche Beweglichkeit der einzelnen Staubtheile nach verschiedenen Richtungen angenommen; dieser Annahme zufolge könnten jedoch unmöglich Schichten in dem Staube entstehen, sondern blos eine einzige Staubanhäufung an jedem Ende der den Staub enthaltenden Röhre.

Übrigens sei hier gleich anfangs erwähnt, dass nie Schichten im Staube entstehen, so lange derselbe in der Flüssigkeit oder in der Luft frei schwebt; sie treten erst dann auf, wenn sich der Staub am Boden der Röhre gelagert hat und heben sich dann vom Boden aus in die Höhe. Auch kann man in einem schweren Dampf, wie schon Kundt [2] bemerkt, keine Schichten durch Tönen erzeugen; ich versuchte ebenfalls erfolglos an Natriumdampf, wobei die Luft in der tönenden, das Natrium enthaltenden Glasröhre bald gar nicht, bald mehr oder weniger verdünnt war.

Diese beiden Thatsachen lassen die Annahme Reitlinger's [3], dass die Schichten in Geissler'schen Röhren auf dieselbe Art entstehen, wie die von Abria beobachteten, als eine gewagte erscheinen.

---

[1] Sitzungsberichte 1872, V.

[2] Poggendorff's Annalen 1866, p. 517. Möglichst dicker Salmiaknebel verschwand beim Tönen und der Salmiak setzte sich in den Knotenpunkten ab.

[3] Sitzungsberichte 1863, p. 368.

Digitized by Google

Um die Kundt'schen Schichten zu erklären, genügen zwei Thatsachen; die erste ist, dass der Staub in einer Röhre immer ziemlich ungleichförmig vertheilt ist; so hat besonders die Kieselsäure eine besondere Tendenz, sich zu kleinen Flocken und Häufchen zusammenzuballen, selbst wenn man die Röhre noch so sehr hin und her wendet und schüttelt. Kundt erwähnt ebenfalls, dass es nur dann gelinge, mit Sand Rippen zu bilden, wenn derselbe ungleichförmig, mit grösseren Körnern und mit Staub vermischt sei.

Zweitens bemerkt man, dass die Staubtheilchen (sowohl im Wasser als in der Luft) um so kleinere Excursionen machen, je näher sie an der Röhrenwand liegen, ohne Zweifel zufolge der Reibung.

Fängt nun die Luft oder das Wasser zu schwingen an, so werden blos an denjenigen Stellen, wo der Staub locker genug liegt, die Staubtheile mitschwingen, während sie an den übrigen Stellen in Ruhe bleiben. Die schwingenden Staubtheile gerathen aber, wenn Stellen mit ruhenden Staubhäufchen nahe genug sind, in den Bereich derselben und bleiben in den Häufchen meistentheils hängen. Die bestehenden Unregelmässigkeiten werden dadurch sofort vergrössert und alsbald treten unregelmässig vertheilte Rippen auf.

Je stärker nun die Impulse des Mittels sind, in dem sich der Staub befindet, desto weniger Stellen werden sich finden, wo der Staub ruhig liegen bleibt; der Abstand der Rippen wird also im Mittel grösser werden; darum sind auch in verdünnter Luft die Rippenabstände verhältnissmässig kleiner als in dichterer; ebenso sind die Rippenabstände im Schwingungsbauche grösser, als nahe beim Knoten.

Ist die Bewegung des schwingenden Mittels so heftig, dass an keiner Stelle der Staub liegen bleibt (ausser etwa im Knoten), so erfüllt der aufgewirbelte Staub gleichmässig die Röhre, was auch ein Versuch von Neumann [1] bestätigt.

An den Stellen, wo mehr Staub den Boden der Röhre bedeckt, hat die Bildung einer Rippe weniger Wahrscheinlichkeit, da die vorhandenen Unregelmässigkeiten nur dann erhalten und

---

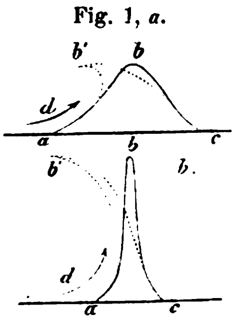
[1] Sitzungsberichte 1870, p. 222.

Digitized by Google

vergrössert werden, wenn sie verhältnissmässig gross sind; der Staub aber, der auf einer Staubunterlage ruht, liegt fast überall sehr locker und wird die Bewegung des Mittels leichter mitmachen als ein solcher, der unmittelbar an der Röhrenwand aufliegt. Nach den Versuchen von Kundt und Neumann ist auch der Abstand der Schichten an den Stellen, wo mehr Staub liegt, grösser.

Denken wir uns eine kleine Rippe so nahe bei einer grossen, dass ihr Abstand kleiner ist, als die Excursionen der den Gipfel der Rippe bildenden Staubtheile. Diese Excursionen sind gewöhnlich nicht viel kleiner als die des Mittels, während weiter gegen die Basis der Rippe, wie die Erfahrung zeigt, die Excursionen rasch abnehmen; die Basis selbst ist stets ruhend. Es werden sich nun die schwingenden Staubtheile von dem Gipfel der kleineren Rippe in der grossen Rippe verfangen, denn der Gipfel der grösseren Rippe liegt höher als der der kleineren. Von der grossen Rippe zur kleineren werden aber fast keine Staubtheile hinzukommen und die kleinere Rippe wird demnach bald verschwinden. Es werden sich daher zwei Rippen, deren Abstand etwas kleiner ist als die Amplitude der oberen schwingenden Staubtheile nicht lange halten können, sondern die eine wird in die andere übergehen. Man sieht deshalb, wenn man z. B. eine Pfeife nur ganz kurz anbläst, dass die Rippen beträchtlich dicht liegen, während bei anhaltend fortgesetztem Blasen der Rippenabstand immer breiter wird, weil sich immer mehr Rippen verlieren.

Es bleibt nur noch zu erklären, wie so sich aus den Rippen verticale Staubwände erheben. Wie zuvor erwähnt wurde, schwingen die Staubtheilchen am Gipfel einer Rippe mit beträchtlich grösseren Amplituden als die etwas tiefer gelegenen; es hat also die Rippe *abc* (Fig. 1, *a*) während der grössten Excursion nach links beiläufig den Querschnitt *abc*; geht nun die Excursion des schwingenden Mittels nach rechts, so staut sich das Mittel an dem unteren unbeweglichen Theil der Rippe bei *d*, dies



hat bei Luft eine kleine Verdichtung zur Folge, welche sich nach oben ausgleicht und einigen Staubtheilen eine kleine Bewegungscomponente nach aufwärts ertheilt; bei Wasser entsteht eine kleine Strömung nach aufwärts. Da sich der Vorgang sehr rasch wiederholt, so werden die Staubtheile nicht Zeit haben, so weit herabzusinken, als sie jedesmal gehoben werden, und die ganze Rippe wird sich heben. Noch besser einleuchtend ist diese Wirkung der Stauung dann, wenn die Rippe schon höher ist (Fig. 1, *b*); die Schichte hat (wie auch die Beobachtung lehrt) während der grössten Excursion den Querschnitt *a b′ c*; man sieht leicht, wie durch die Stauung des Mediums bei *d* der obere überhängende Theil der Rippe eine Bewegungscomponente nach aufwärts erhält.

Fig. 2.



Kundt hat in cylindrischen, mit Lycopodium bestaubten Röhren mehrere Arten von Staubfiguren beobachtet. In Fig. 2 erklärt sich der Staubring[1] auf folgende Art: Um die Knotenstelle *k* herum am Boden der Röhre ist die Luftbewegung zu schwach, um den Staub zu bewegen; doch ist sie noch stark genug, um den Staub von oben und von den Seiten theilweise hinabzuwerfen, denn hier kommt den Luftimpulsen noch die eigene Schwere des Staubes zu Hilfe. In dem Querschnitte, der den Knoten enthält, rückt der Staub von den Seitenwänden hinab bis *a* und *a′*, und bleibt dort ruhig liegen. Nehmen wir einen anderen tiefer gelegenen Punkt *b*, so ist dort die Neigung der cylindrischen Röhrenwand kleiner; es wird daher eine etwas grössere Kraft dazu gehören, um den Staub von der Röhrenwand abzuschütteln: dieses tritt also etwas weiter vom Knoten ein, wo die Luftexcursionen schon grösser sind, etwa bei *c*. Man sieht auf diese Art leicht, dass die Grenze, bis zu welcher der Staub von den Wänden der Röhre abgeschüttelt werden kann,

[1] Dieser hat bei *d* niemals solche Rippen, deren Richtung zu den Parallelrippen der Röhre senkrecht steht, wie es bei Kundt in seiner ersten Abhandlung, dann bei Tyndall („der Schall") besonders in der deutschen Ausgabe gezeichnet ist, in der zweiten Abhandlung von Kundt (Pogg. Ann. 1866, Taf. X, Fig. 5) ist am Staubring keine Rippung mehr gezeichnet.

Digitized by Google

einen im allgemeinen elliptischen Ring bilden wird, jedoch nur in dem Fall, dass das Pulver nur ganz wenig an der Röhrenwand haftet, so dass seine eigene Schwere gegen seine Adhäsion nicht zu vernachlässigen ist, denn sonst hätte die Neigung der Röhrenwand auf das Haften des Pulvers an derselben keinen Einfluss.

Fig. 3.

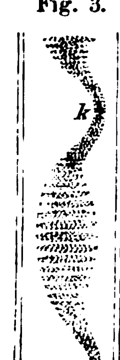


Fig. 3, die ebenfalls Kundt als eine besondere Art von Staubfiguren anführt, reducirt sich auf (Fig. 2) und entsteht, wie ich mich überzeugt habe, dann, wenn der Staub in der Röhre einseitig vertheilt ist.

Fig. 4.

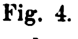




Fig. 5 bildet sich dann, wenn die Luftbewegung zu heftig ist; der Staub wird aufgewirbelt und bleibt, sobald er auf einen Knoten kommt, dort liegen.

Es gibt noch andere Modificationen bei Staubfiguren, die sich auf ähnliche Art wie die angeführten erklären lassen. Kundt spricht die Ansicht aus, dass die von ihm an Flammen beobachteten Schichten den Staubrippen analog sind; nach den Untersuchungen des Hrn. Prof. E. Mach [1] über die Flammen in Pfeifen ist natürlich an diese Analogie nicht mehr zu denken.

Schliesslich will ich noch bemerken, dass man mit kleinen Schroten im Wasser auch eine Art Rippen erzeugen kann. Ich gab in eine mit Wasser gefüllte Röhre von rechteckigem Querschnitte auf den oberen horizontal gestellten Boden so viel kleine Schrote, dass etwa ein Drittel der Bodenfläche mit ihnen bedeckt war; die Schrote waren sehr schön gleichmässig und kugelförmig. Die nach aufwärts gerichteten Enden der Röhre waren rund und mit verstöpselten Stücken von einem dicken Kautschukschlauche versehen; oben war die Röhre durch Glas verschlossen. Durch taktmässiges Drücken des einen Schlauchstückes gerieth das Wasser und die Schrote, wo sie nicht dicht zusammenlagen, in Oscillation; die Stellen, wo die Schrote dicht lagen, bildeten die Grundlage für die Rippenbildung. Mit einiger Übung erhält man zuweilen ziemlich regelmässige Schichten.

---

[1] Optisch-akustische Versuche. Prag 1873. Calve.

Digitized by Google

Auch erhielt ich in einer mit Wasser gefüllten Glasröhre, die durch Reiben mit einem nassen Tuch zum Tönen gebracht wurde, Rippen, zuweilen von einer solchen Feinheit, dass sie kaum mit freiem Auge von einander zu unterscheiden waren. Zur Erzeugung der Schichten wurde aufgeweichtes Schiesspulver angewandt, welches jede Art von Schichten, selbst die feinsten besonders gut zu zeigen vermag.

Sämmtliche Versuche wurden im physikalischen Laboratorium der Prager Universität ausgeführt.

Digitized by Google

XXX. SITZUNG VOM 18. DECEMBER 1873.

Der Präsident gibt Nachricht von dem am 14. December erfolgten Ableben des ausländischen correspondirenden Mitgliedes, des Herrn Louis Agassiz.

Sämmtliche Anwesende geben ihr Beileid durch Erheben von den Sitzen kund.

Der Secretär legt folgende eingesendete Abhandlungen vor:

„Zur Lehre vom Lichtsinne. III. Mittheilung: Über simultane Lichtinduction und über successiven Contrast", vom Herrn Prof. Dr. Ew. Hering in Prag.

„Über Reflexe auf die Athmung, welche bei der Zufuhr einiger flüchtiger Substanzen zu den unterhalb des Kehlkopfes gelegenen Luftwegen ausgelöst werden", vom Herrn Prof. Dr. Ph. Knoll in Prag.

„Untersuchungen über Tasthaare". III., vom Herrn M. J. Dietl, Assistenten am physiologischen Institute in Innsbruck.

„Über die Construction der einander eingeschriebenen Linien zweiter Ordnung. II. Den Kegelschnitten eingeschriebene Kreise", vom Herrn Prof. Rud. Niemtschik in Wien.

Herr Dr. Leop. Jos. Fitzinger überreicht eine Abhandlung, betitelt: „Die Gattungen der Familie der Hirsche *(Cervi)* nach ihrer natürlichen Verwandtschaft."

Herr Prof. Dr. S. L. Schenk legt eine Abhandlung: „Die Eier von *raja quadrimaculata* (Bonap.) innerhalb der Eileiter", vor.

Herr Dr. J. Nowak übergibt eine von ihm gemeinschaftlich mit Herrn Dr. Kratschmer verfasste Abhandlung: „Uber die Phosphorsäure als Reagens auf Alkaloide".

Digitized by Google

An Druckschriften wurden vorgelegt:

Accademia, R., delle Scienze di Torino: Atti. Vol. VIII. Disp. 1ª—6ª. Torino, 1872/3; 8⁰.

Alpen-Verein, österr.: Jahrbuch. 9. Band. Wien, 1873; 8⁰.

Anales del Observatorio de marina de San Fernando. Seccion 2ª. Observaciones meteorológicas. Año 1871. San Fernando; 4⁰.

Annalen der Chemie & Pharmacie, von Wöhler, Kopp, Erlenmeyer & Volhard. N. R. Band 94, Heft 1 & 2. Leipzig & Heidelberg, 1873; 8⁰.

Apotheker-Verein, allgem. österr.: Zeitschrift (nebst Anzeigen-Blatt). 11. Jahrgang, Nr. 35. Wien, 1873; 8⁰.

Arbeiten des kais. botan. Gartens zu St. Petersburg. Band II, 2. Lieferung. St. Petersburg, 1873; 8⁰. (Russisch.)

Astronomische Nachrichten. Nr. 1966—1968 (Bd. 82. 22—24.) Kiel, 1873; 4⁰.

Bericht über die Verhandlungen des internationalen Meteorologen-Congresses zu Wien. (2.—16. Sept. 1873). Wien, 1873; 4⁰.

Bořický, Em., Petrographische Studien an den Basaltgesteinen Böhmens. (Die Arbeiten der geologischen Abtheilung der Landesdurchforschung von Böhmen. II. Theil.) Prag, 1873; 4⁰.

Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences. Tome LXXVII, Nr. 22. Paris, 1873; 4⁰.

Gewerbe-Verein, n.-ö.: Wochenschrift. XXXIV. Jahrgang, Nr. 50. Wien, 1873; 4⁰.

Ilyenkow, P. A., Notice sur la composition chimique du Tschernozème. St.-Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Jena, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1872/3. 4⁰ & 8⁰.

Landbote, Der steirische. 6. Jahrgang, Nr. 25. Graz, 1873; 4⁰.

Moniteur scientifique du D^teur^ Quesneville. 384ᵉ Livraison. Paris, 1873; 4⁰.

Museums-Verein in Bregenz: XIII. Rechenschafts-Bericht. Bregenz, 1873; 4⁰.

Nature. Nr. 215, Vol. IX. London, 1873; 4⁰.

Regel, E., *Descriptiones plantarum novarum in regionibus Turkestanicis a cl. viris Fedjenko, Korobkow, Kuschakewicz et Krause collectis etc. Petropoli, 1873; 8⁰.*

Digitized by Google

Revista de Portugal e Brazil. Nr. 4. Novembro de 1873. Lisboa; 4⁰.

„Revue politique et littéraire" et „Revue scientifique de la France et de l'étranger". III[e] Année, 2[me] Série, Nr. 24. Paris, 1873; 4⁰.

Schultz, Alexandre, Notice sur les pêcheries et la chasse aux phoques dans la Mer Blanche, l'Océan Glacial et la Mer Caspienne. St.-Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Società degli Spettroscopisti Italiani: Memorie. 1873. Disp. 7[a] & 8[a]. Palermo; 4⁰.

Société de Médecine et de Chirurgie de Bordeaux: Mémoires et Bulletins. 1873, 1[er] & 2[me] Fascicules. Bordeaux; 8⁰.

Society, The Royal, of London: Philosophical Transactions for the Year 1872. Vol. 162, Part II. London; 4⁰. — Proceedings. Vol. XXI, Nrs. 139—145. London, 1872—73; 8⁰. — List of Members. November 1872. 4⁰.

Socoloff, Nicolas, Analyses de quelques espèces de champignons comestibles. St.-Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Soudakévicz, Théodore, Notice sur le progrès de la pisciculture en Russie. St.-Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Tübingen, Universität: Akademische Gelegenheitsschriften aus dem Jahre 1871/2. 4⁰ & 8⁰.

Werekha, P. N., Notice sur les forêts et leurs produits en rapport avec la superficie totale du territoire et avec la population. St.-Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Weschniakoff, W., Notice sur l'état actuel de l'industrie domestique en Russie. St.-Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Wiener Medizin. Wochenschrift. XXIII. Jahrgang, Nr. 50. Wien, 1873; 4⁰.

Yermolow, Al. S., Recherches sur les gisements de phosphate de chaux fossile en Russie. St -Pétersbourg, 1873; 4⁰.

Zaviziano, Costantino, Corografia preistorica. Appendice al II[do] volume sugli avvenimenti preistorici. Napoli, 1873; 8⁰.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- & Architekten-Vereins. XXIV. Jahrgang. 15. Heft. Wien, 1873; 4⁰.

Digitized by Google

Über die Untersalpetersäure und die Constitution der salpetrigsauren Salze.

Von Dr. **Rudolf Günsberg,**

Professor der chemischen Technologie an der k. k. technischen Akademie in Lemberg.

Vorläufige Notiz.

(Vorgelegt in der Sitzung am 11. December 1873.)

Bei dem Umstande, dass Stickoxyd, Salpetrigesäure und Salpetersäure so leicht in Untersalpetersäure übergehen, dass die Untersalpetersäure in bestimmten Formen krystallisirt, in der Hitze am beständigsten sich zeigt, und mit organischen Radicalen an die Stelle der Elemente: Chlor, Brom, Jod, Wasserstoff, in Verbindung tritt, muss es doch als höchst auffallend erscheinen, dass die Untersalpetersäure zu den Metallen gar keine Verwandtschaft zeigen und ihr die Fähigkeit, mit den Metallen Verbindungen einzugehen, gänzlich mangeln sollte.

Die Thatsache, dass bei dem Zusammenbringen der Untersalpetersäure mit Metalloxyden in wässeriger Lösung Gemenge von Nitraten und Nitriten gebildet werden, hat noch bis jetzt keine Aufklärung gefunden, und die ausgezeichneten Chemiker, welche sich mit dem Studium der Verbindungen des Stickstoffes mit dem Sauerstoff befasst haben, waren auch deshalb in Bezug auf die Constitution der Untersalpetersäure völlig im Unklaren. Berzelius bezeichnete diesen Körper zuerst als salpetrige Salpetersäure, später als salpetersaures Stickoxyd; Fritzsche als salpetersaure Salpetrigesäure; Peligot suchte die Existenz untersalpetersaurer Salze nachzuweisen, und Exner [1] glaubte bewiesen zu haben, dass die Untersalpetersäure, deren Molekül als N_2O_4 angenommen wird, ein intermediäres Anhydrid der Salpetersäure und salpetrigen Säure sei.

Nach einem eingehenden Studium und einer sorgfältigen Zusammenstellung aller bis jetzt in Bezug auf die Bildungs-

[1] Sitzungsberichte der Akademie. Bd. 65, S. 120.

Digitized by Google

weise und die Eigenschaften der Untersalpetersäure, salpetrigen Säure und der Nitrite bekannten Thatsachen war es mir nicht möglich, den Grund einzusehen, welcher die gegenwärtig herrschende Ansicht über die Constitution der Untersalpetersäure und der Nitrite rechtfertigen könnte. Die einzige Thatsache, welche zu einer solchen Auffassung Veranlassung gab, ist offenbar die Existenz des Salpetrigsäure-Anhydrids, welches von Fritzsche [1] und in neuerer Zeit von Hasenbach [2] dargestellt und dessen Zusammensetzung N_2O_3 gefunden wurde. So weit jedoch meine Versuche mit dieser Verbindung, welche ich sowohl nach der Methode von Fritzsche, als der von Hasenbach dargestellt habe, schon bis jetzt reichen, erscheint es mir höchst zweifelhaft, dass diese Verbindung wirklich Salpetrigsäure-Anhydrid sei.

Die blaue Flüssigkeit, welche nach der Methode von Fritzsche oder von Hasenbach erhalten wird, besitzt keine einzige Eigenschaft, welche sie als ein Säure-Anhydrid besonders charakterisiren könnte. Die charakteristische Eigenschaft der Anhydride, mit Wasser sich zu einer Säure umzusetzen, scheint Fritzsche's blaue Verbindung nicht zu besitzen, bei niederer Temperatur sinkt diese Flüssigkeit in Wasser zu Boden, ohne dass irgend eine Umsetzung mit dem Wasser sichtbar wäre; bei dem gelindesten Erwärmen findet schon Zersetzung in Stickoxyd und Untersalpetersäure statt. In sehr viel stark abgekühltem Wasser löst sich diese Verbindung mit blauer Farbe auf, indessen berechtigt diese Erscheinung keineswegs zu der Annahme, dass sich dabei ein Säurehydrat bildet; vielmehr scheint hier eine einfache Lösung stattzufinden, für welche Annahme gerade auch die blaue Farbe dieser Lösung spricht, denn da die Nitrite farblose Verbindungen sind, so dürfte auch das Anhydrid bei seiner Umsetzung mit Wasser zu einer Hydrosäure wenn nicht ganz, so doch wenigstens theilweise sich entfärben.

Als ich mit der blauen Flüssigkeit von Fritsche bei niederer Temperatur fein vertheiltes Silber zusammenbrachte, erhielt

---

[1] Journ. f. prakt. Chemie. Bd. 53, S. 86.

[2] Journ. f. prakt. Chemie. Bd. 112 (n. F. 4), S. 7.

Digitized by Google

ich bei 0° einen Rückstand, aus welchem kochendes Wasser Silbernitrit auszog, eine Erscheinung, welche mit den Eigenschaften der Säure-Anhydride nicht gut in Einklang zu bringen ist.

Alle Erscheinungen, welche bis jetzt bei der Bildung und den Umsetzungen der Oxydationsstufen des Stickstoffes unter einander mit Wasser und mit Metalloxyden, beobachtet wurden, lassen sich jedoch vollkommen erklären und in Einklang bringen, wenn man das Atomcomplex NO_2 in allen Fällen consequent als ein einwerthiges Element wirken lässt, und ihm dabei ein ähnliches Verhalten zugesteht, wie es die Elemente Chlor, Brom und Jod zeigen. Das Atomcomplex NO_2, welches sich mit organischen Radicalen zu Nitronverbindungen vereinigt, geht auch mit Metallen analoge Verbindungen ein; diese Verbindungen sind die jetzt als Nitrite bezeichneten Körper. Diese Verbindungen sind nicht vom Typus Wasser, sondern vom Typus Wasserstoff abzuleiten. Die rationelle Formel der salpetrigsauren Salze wäre nicht $\left.\begin{matrix}NO\\M\end{matrix}\right|O$, sondern $\left.\begin{matrix}NO_2\\M\end{matrix}\right|$, analog den Verbindungen $\left.\begin{matrix}Cl\\M\end{matrix}\right|$, $\left.\begin{matrix}Br\\M\end{matrix}\right|$, $\left.\begin{matrix}J\\M\end{matrix}\right|$, $\left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right|$, zu schreiben.

Wird Chlor in eine wässerige Lösung von Ätzkali geleitet, so entsteht ein Gemenge von Kaliumchlorid $\left.\begin{matrix}K\\Cl\end{matrix}\right|$ und Kaliumhypochlorid $\left.\begin{matrix}K\\Cl\end{matrix}\right|O$; beim Einleiten von Untersalpetersäure in eine wässerige Kalilösung bildet sich ganz analog ein Gemenge von $\left.\begin{matrix}K\\NO_2\end{matrix}\right| + \left.\begin{matrix}K\\NO_2\end{matrix}\right|O$.

Chlor, Brom, und Jod verwandeln sich in wässeriger Lösung durch die Einwirkung des Lichtes in Wasserstoffsäuren; Chlor- und Bromwasserstoffsäure sind in wässeriger Lösung an der Luft beständig, Jodwasserstoffsäure dagegen zersetzt sich durch die Einwirkung des Sauerstoffes an der Luft unter Abscheidung von Jod. Diese Zersetzbarkeit zeigt natürlich in viel höherem Grade das Atomcomplex NO_2, welches Sauerstoff in verhältnissmässig schwach gebundenem Zustande in sich enthält. Aus diesem Grunde kann die Nitrowasserstoffsäure $\left.\begin{matrix}NO_2\\H\end{matrix}\right|$ unter gewöhnlichen Umständen nicht bestehen.

Digitized by Google

Den Vorgang bei der Zersetzung der Untersalpetersäure durch Wasser macht Fritzsche durch die Gleichung $2NO_4 + 5HO = HONO_5 + 4HO + NO_3$ anschaulich, und schreibt deshalb vor, zur Darstellung des Salpetrigsäure-Anhydrids zu 92 Theilen Untersalpetersäure 45 Theile Wasser bei —20° C. zuzusetzen, wobei jedoch unerklärt bleibt, welche Rolle die vier Atomgewichte Wasser spielen. Viel wahrscheinlicher besteht dieser Vorgang nach meiner Ansicht analog dem Vorgange bei der Bildung und Zersetzung der Jodwasserstoffsäure aus zwei aufeinander folgenden chemischen Processen nach folgenden Gleichungen:

$$\text{I.}\quad \left.\begin{matrix}NO_2\\NO_2\end{matrix}\right| + \left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right|O = \left.\begin{matrix}NO_2\\H\end{matrix}\right|O + \left.\begin{matrix}NO_2\\H\end{matrix}\right|.$$

$$\text{II.}\quad 2\left.\begin{matrix}NO_2\\H\end{matrix}\right| = \left.\begin{matrix}NO_2\\NO\end{matrix}\right| + \left.\begin{matrix}H\\H\end{matrix}\right|O.$$

Diese Verbindung der Untersalpetersäure mit Stickoxyd ist nach meiner Ansicht die von Fritzsche und Hasenbach dargestellte als Salpetrigsäure-Anhydrid betrachtete indigblaue Flüssigkeit. Die Löslichkeit und der Bestand dieser Verbindung in einer verdünnten Salpetersäure scheint ausser von der Temperatur noch von dem Verhältniss des Wassers zur Salpetersäure abhängig zu sein; dadurch erklärt sich die Thatsache, dass Fritzsche zur Bildung und Abschneidung seiner blauen Flüssigkeit durch Zersetzung der Untersalpetersäure mit Wasser, das Verhältniss von 45 Theilen Wasser auf 92 Theile Untersalpetersäure als das beste fand.

Eben so leicht lässt sich die sonst auffallende Erscheinung erklären, warum beim Einleiten von Stickoxyd in Salpetersäure eine Säure von 1·25 spec. Gew. blau, eine von 1·35 grün und eine Säure von 1·45 spec. Gew. gelb gefärbt wird.

Hasenbach hat durch Leiten von Untersalpetersäuredampf mit Stickoxyd, Chlor, und Brom, durch eine erhitzte Verbrennungsröhre die entsprechenden Verbindungen N_2O_3, NO_2Cl, NO_2Br dargestellt; während nun Hasenbach die letzteren Verbindungen als eine Addition von Chlor und Brom mit Untersalpetersäure bezeichnet [1], ist nicht einzusehen, warum nicht

[1] Journal f. prakt. Chemie. Bd. 112, S. 11.

Digitized by Google

auch die blaue Flüssigkeit als eine Verbindung von Stickoxyd mit Untersalpetersäure anzusehen ist. Dass Stickoxyd dergleichen Verbindungen einzugehen vermag, beweisen die Arbeiten von Landolt[1], welcher durch Einleiten von Stickoxyd in stark abgekühltes Brom so lange als es absorbirt wurde, die Verbindung NOBr erhielt. Die blaue Verbindung zersetzt sich leicht gleich der Verbindung NOBr unter Entwicklung von NO, wobei doch viel wahrscheinlicher ein blosses Zerfallen der losen Verbindung in ihre Bestandtheile als eine Änderung in der Lage der Atome der einzelnen Bestandtheile anzunehmen ist.

Ebenso wie mit Stickoxyd geht Untersalpetersäure unter gewissen Umständen auch mit dem zweiwerthigen Atomcomplex $S''O_2$ eine Verbindung ein. Beim Durchleiten von schwefliger Säure mit Untersalpetersäuredampf durch eine erhitzte Verbrennungsröhre erhielt Hasenbach die längst bekannte Verbindung $NO_2 2SO_3 (O=8)$. Die rationelle Formel dieser Verbindung dürfte $\left.\begin{matrix}(NO_2)_2\\ S''O_2\end{matrix}\right| + SO_3$ sein, was um so wahrscheinlicher ist, als auch eine Verbindung von $\left.\begin{matrix}Cl\\ K\end{matrix}\right|$ mit SO_3 bereits längst bekannt ist. Die Zersetzung dieser Verbindung durch Wasser in Schwefelsäure, Untersalpetersäure und Stickoxyd ist dann leicht erklärlich und geschieht nach folgendem Schema:

$$\left.\begin{matrix}(NO_2)_2\\ S''O_2\end{matrix}\right| + SO_3 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + NO_2 + NO.$$

Aus den bis jetzt bekannten Untersuchungen über die Untersalpetersäure geht hervor, dass die Molecularformel derselben N_2O_4 sein muss, nach der gegenwärtig herrschenden Ansicht muss daher die Untersalpetersäure als ein gemischtes Anhydrid der Salpetersäure und salpetrigen Säure betrachtet werden, was Exner in seiner oben citirten Abhandlung dadurch bewiesen zu haben glaubt, dass er bei der Einwirkung des sogenannten Salpetersäurechlorids auf Silbernitrit Untersalpetersäure erhalten hat. Diese Reaction scheint mir vielmehr als Beweis zu dienen, dass sowohl die Untersalpetersäure als die Nitrite dasselbe Radical NO_2' in sich enthalten. Das Molecül

[1] Annalen der Chem. u. Pharm. Bd. 116, S. 177.



der Untersalpetersäure muss natürlich $\left.\begin{matrix}NO_2\\NO_2\end{matrix}\right|$ sein, wie das des Chlors $\left.\begin{matrix}Cl\\Cl\end{matrix}\right|$ ist; die Formel des Silbernitrits ist $\left.\begin{matrix}NO_2\\Ag\end{matrix}\right|$ analog dem $\left.\begin{matrix}Cl\\Ag\end{matrix}\right|$; die natürliche Folge davon ist, dass $\left.\begin{matrix}NO_2\\Cl\end{matrix}\right| + \left.\begin{matrix}Ag\\NO_2\end{matrix}\right| = \left.\begin{matrix}Ag\\Cl\end{matrix}\right| + \begin{matrix}NO_2\\NO_2\end{matrix}$ und bei dieser Reaction daher Untersalpetersäure erhalten wird.

Die grosse Anzahl von unbekannten Verbindungen, welche Weltzien in seiner Abhandlung über die Sauerstoffverbindungen des Stickstoffes [1] anzunehmen sich veranlasst fand, reduciren sich auf wenige, wenn man in den Nitraten und Nitriten dasselbe Radical NO_2 annimmt.

Ich habe die, wie mir scheint, bis jetzt noch unbekannte Thatsache beobachtet, dass beim behutsamen Erhitzen von Silbernitrit sich anfangs reines Stickoxydgas entwickelt, während Silbernitrat unter gleichzeitiger theilweiser Abscheidung von metallischem Silber sich bildet; erst beim stärkeren Erhitzen fängt sich das Nitrat zu zersetzen an, und man erhält in der abgekühlten Condensationsröhre Untersalpetersäure. Diese Thatsache, dass Silbernitrit eben so leicht in Nitrat sich verwandelt, wie die Nitrate durch blosses Erhitzen in Nitrite übergehen, scheint mir sehr dafür zu sprechen, dass in diesen zwei Reihen von Verbindungen nicht zwei verschiedene Radicale NO_2 und NO, sondern ein und dasselbe Radical NO_2 enthalten ist. $\left.\begin{matrix}NO_2\\K\end{matrix}\right|O$ zerfällt beim Erhitzen in $\left.\begin{matrix}NO_2\\K\end{matrix}\right| + O$; $2\left.\begin{matrix}NO_2\\Ag\end{matrix}\right|$ geben beim gelinden Erhitzen $\left.\begin{matrix}NO_2\\Ag\end{matrix}\right|O + Ag + NO$.

Die Entstehung von Nitroverbindungen der Fettreihe durch die Einwirkung von Silbernitrit auf die Jodüre dieser Gruppe, wie es V. Mayer [2] dargethan hat, kann ebenfalls als Stütze der hier ausgesprochenen Ansicht über die Constitution der salpetrigsauren Salze dienen. Das Einzige, was dagegen zu sprechen scheint, ist die Existenz der salpetrigsauren Äther, welche nach Mayer auch bei der Einwirkung von $AgNO_2$ auf C_2H_5J theilweise in geringer Menge neben Nitroäthan sich

[1] Annalen der Chem. u. Pharm. Bd. 115, S. 226.

[2] Berliner Berichte. Bd. 5.

Digitized by Google

bildet, indessen ist die wahre Constitution dieser Verbindungen keineswegs noch festgestellt, und sind in dieser Richtung erst Versuche anzustellen, mit welchen ich eben beschäftigt bin.

So weit meine bereits begonnenen Arbeiten in dieser Richtung reichen, finde ich mich zu der Hoffnung berechtigt, dass ich zur Bekräftigung der hier ausgesprochenen Ansicht positive Beweise zu liefern im Stande sein werde, deren Veröffentlichung ich mir daher vorbehalte.

Digitized by Google

Über die Construction der einander eingeschriebenen Linien zweiter Ordnung.

Von Prof. **R. Niemtschik.**

(Mit 1 Tafel.)

II. Den Kegelschnitten eingeschriebene Kreise [1].

Da die Mittelpunkte aller Kreise, welche einem Kegelschnitte eingeschrieben werden können, in einer Axe desselben liegen, so ist der einzuschreibende Kreis bestimmt, wenn noch eine Bedingung gegeben ist.

In der vorliegenden Abhandlung werden alle jene Fälle erörtert, in welchen entweder

der Mittelpunkt, oder
der Halbmesser, oder
ein Punkt der Peripherie, oder endlich
eine Tangente des Kreises gegeben ist.

1. In Fig. 1 soll der Ellipse *abcd*, deren Axen *ab*, *cd* sind, aus dem Punkte *o* ein Kreis eingeschrieben werden.

a) Man betrachte die Ellipse *abcd* als einen Meridian und *ab* als Hauptaxe des Ellipsoides *F*, den Kreis als horizontale Projection eines ebenen Schnittes *e* von *F* und *ab* auch als Projectionsaxe.

Die Ebene des Schnittes *e* steht senkrecht auf der verticalen Projectionsebene. Die parallel zu *e* durch den Mittelpunkt *m* gelegte Ebene schneidet das Ellipsoid nach einer der *e* ähnlichen Ellipse *E*, deren horizontale Projection der über *cd* als Durchmesser beschriebene Kreis *cdh* und deren verticale Projection die Gerade *g'mh'* vorstellt.

---

[1] Siehe Sitzb. II. Abth. März- und November-Heft 1873.

Digitized by Google

Die verticale Projection von e bildet eine zu $g'h'$ parallele Sehne $u'v'$, deren Mittelpunkt o' also die verticale Projection des Mittelpunktes o ist.

Nun stellt der $g'h'$ conjungirte Durchmesser $i'k'$ den geometrischen Ort der verticalen Projectionen der Mittelpunkte aller zu e parallelen Schnitte des Ellipsoides dar; folglich ist in dem Durchmesser $i'k'$ auch der Mittelpunkt o' enthalten.

Hiernach hat man zuerst den Durchmesser $i'k'$ zu bestimmen, dann $oo' \perp ab$, $u'o'v' \parallel g'h'$, $u'u$ oder $v'v \perp a\,b$ zu ziehen und den Kreis $ouxy$ zu beschreiben.

Die Berührungspunkte x, y des Kreises mit der Ellipse ergeben sich als Durchschnitte der beiden Linien mit der zu ab senkrechten Trace xny der Ebene e.

Da aber die Punkte x, y als Durchschnitte der Geraden xny mit der Ellipse erhalten werden können, und da der Kreis oxy durch den Mittelpunkt o und einen der Punkte x, y bestimmt ist; so bedarf es für den vorliegenden Zweck der Darstellung der Punkte u', v', u, v nicht.

Ist die Ellipse $abcd$ nicht gezeichnet, so können die Punkte g', h', i', k' und x, y auf bekannte Weise, etwa vermittelst der über ab und cd als Durchmesser beschriebenen Kreise gefunden werden.

Aus der in Fig. 2 enthaltenen Construction, in welcher $i_1mh_1 = 90°$, $qh' \parallel ri' \parallel ab$, $mk' = mi'$ ist, findet man:

$$\triangle\, i_1fm \cong mhh_1,$$

$$hh' = \frac{mq}{mh_1}\sqrt{\overline{mh}_1^2 - \overline{mh}^2} = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - b^2},$$

$$tg.\ hmh' = \frac{hh'}{mh} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a},$$

$$fm = mf_1 = hh_1 = \sqrt{\overline{mh}_1^2 - \overline{mh}^2} = \sqrt{a^2 - b^2}.$$

Demnach schliesst die verticale Projection $g'h'$ des Schnittes e mit der Projectionsaxe ab, also auch die Ebene e mit der horizontalen Projectionsebene einen Winkel ein, dessen Tangente gleich $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$ ist, und bilden die Brennpunkte f, f_1 der Ellipse

Digitized by Google

abcd die horizontalen Projectionen der Endpunkte i', k' des $g'h'$ conjungirten Durchmessers.

b) Eine noch einfachere Lösung ergibt sich, wenn die Ellipse *abcd*, Fig. 3 und der Kreis *oxy* als Schnitte der Horizontalebene, beziehungsweise mit einem Rotationscylinder und einer von diesem Cylinder umhüllten Kugel betrachtet werden. — *ab* sei die Projectionsaxe.

Die Gerade *ab* stellt die horizontale Projection und die Tangente mo' des aus *a* mit dem Halbmesser $b = mc$ beschriebenen Kreises die verticale Projection der Cylinderaxe dar.

o, o' sind die Projectionen des Mittelpunktes der Kugel $oo' \perp ab$.

Der Halbmesser r des eingeschriebenen Kreises *oxy* ist gleich der einen Kathete des Dreieckes, dessen andere oo' und dessen Hypothenuse der Halbmesser b der Kugel ist; es ist also

$$r = \sqrt{b^2 - \overline{oo'}^2}.$$

Wird $o'n \perp mo'$ und $xny \perp ab$ gezogen, so ist $o'n$ die Vertical- und xy die Horizontaltrace der Ebene des Berührungskreises des Cylinders und der Kugel. Dieser Berührungskreis schneidet die horizontale Projectionsebene in den Punkten x, y, in welchen die Ellipse von dem eingeschriebenen Kreise *oxy* berührt wird. $o'u = o'v = mc = b$.

2. Der Ellipse *abcd*, Fig. 1 und 3, soll ein Kreis mit dem Halbmesser r eingeschrieben werden.

a) Nachdem die conjungirten Durchmesser $g'h'$, $i'k'$ unter der im Artik. 1 angegebenen Voraussetzung dargestellt sind, mache man $ml = r$ und ziehe die Geraden $ll' \perp ab$, $l'u' \parallel i'k'$, $u'v' \parallel g'h'$ und $o'o \perp ab$.

$u'v'$ stellt nun die verticale Projection einer Ellipse e dar, deren horizontale Projection ein der Ellipse *abcd* eingeschriebener Kreis *oxy* vom Halbmesser r ist.

Dass durch die Übertragung der Strecke mo nach mo_1 der Mittelpunkt o_1 eines zweiten eingeschriebenen Kreises vom Halbmesser r erhalten wird, ist selbstverständlich.

Digitized by Google

b) Aus der im Art. 1 unter *b* besprochenen Construction folgt:

$$o'o = \sqrt{\overline{o'u}^2 - \overline{ou}^2} = \sqrt{b^2 - r^2}.$$

Es handelt sich also nur darum, in der Cylinderaxe mo' Fig. 3 einen Punkt o' zu bestimmen, welcher von der Geraden ab den Abstand $\sqrt{b^2-r^2}$ hat, dann $o'o \perp ab$ zu ziehen und aus o einen Kreis oxy mit dem Halbmesser r zu beschreiben.

3. **Es soll der Ellipse *abcd*, Fig. 3 und 4, ein Kreis eingeschrieben werden, in dessen Peripherie der gegebene Punkt *p* enthalten ist.**

Diese Aufgabe wird ebenfalls auf zwei verschiedene Arten, und zwar unter den im Art. 1 *a* und *b* bezüglich der Ellipse *abcd* und des eingeschriebenen Kreises gemachten Voraussetzungen gelöst.

Wir bestimmen in Fig. 4 aus der Horizontal-Projection p und der Kreuzriss-Projection π die Vertical-Projection p' des auf dem Ellipsoide F gelegenen Punktes P. — $wpt \perp ab$, $p\pi \parallel ab$, $t\pi = tw$, $tp' = p\pi$, — und ziehen die Vertical-Projection $u'np'v'$ der Ellipse e, deren Horizontal-Projection der durch p zu beschreibende Berührungskreis pxy ist. — $mh = mc$, $hh' \parallel cd$, $u'np'v' \parallel mh'$, $xny \perp ab$.

Der zweite eingeschriebene Kreis px_1y_1 erscheint aber als Horizontal-Projection der Ellipse e_1 von F, deren Ebene mit der Zeichnungsfläche denselben Winkel wie die Ebene von e einschliesst und sie in der Geraden $x_1n_1y_1$ schneidet. Daher ist $\sphericalangle p'n_1t = p'nt$ und $tn_1 = tn$.

Liegt p in der Axe ab, so fällt p' in die Peripherie der Ellipse *abcd*.

b) Aus dem Art. 1 *b* folgt:

$$o't = \sqrt{\overline{mc}^2 - \overline{pt}^2}.$$

Da nun in Fig. 3 mc und pt bekannt sind, so kann zuerst o' und dann der Mittelpunkt o des Kreises pxy gefunden werden. Der Mittelpunkt o_1 des zweiten Kreises px_1y_1 ist o_1. — $to'_1 = to'$, $o'_1o_1 \parallel cd$, $o'n \parallel o'_1n_1 \perp mo'$.

Digitized by Google

4. Der Ellipse *abcd*, Fig. 5, sollen Kreise eingeschrieben werden, welche die gegebene Gerade *qu* berühren.

Wir schreiben der Ellipse *abcd* einen beliebigen Kreis, etwa *mct*, ein und ziehen an denselben die zu *qu* parallele Tangente *vw*.

Nun betrachten wir die Ellipse *abcd* als einen Hauptschnitt des sonst beliebigen Ellipsoides *F*, den gesuchten sowie den Kreis *mct* als horizontale Projectionen der parallelen Ellipsen *e*, *E* von *F* und *qu*, *vw* als horizontale Projectionen der parallelen Tangenten *Zh*, Th_1 von *e* und *E*.

Zh, Th_1 sind zugleich Tangenten der ähnlichen Ellipsen (oder Kreise) *qZu*, *vTw*, welche als Durchschnitte des Ellipsoides mit den zu der Zeichnungsfläche senkrechten Ebenen *qZu*, *vTw*, erhalten werden.

Die Kegelfläche, welche die Ellipsen *qZu*, *vTw* als Leitlinien und den Schnittpunkt *s* der Geraden *qv*, *uw* als Scheitel hat, wird von der durch die Tangenten *Zh*, Th_1 gelegten Ebene längs der Kante *sTZ* berührt und diese Kante schneidet die Tangente *Zh* in dem Punkte *Z*, in welchem letztere die Ellipse *e* berührt, weshalb die Projection *z* von *Z* wieder Berührungspunkt der Geraden *zh* oder *qu* mit dem gesuchten Kreise ist.

Wenn man also die Gerade *stz* und dann $zo \perp qu$ zieht, so ergibt sich *o* als Mittelpunkt des die Gerade *qu* im Punkte *z* berührenden Kreises *zxy*.

Es ist leicht einzusehen, dass

$$\frac{qz}{uq} = \frac{vt}{vw}$$

ist.

Hiernach kann *z* auch ohne Benützung des Punktes *s* gefunden werden.

Durch einen gleichen Vorgang kann vermittelst der zu *qu* parallelen zweiten Tangente v_1w_1 des Kreises *mct* der Berührungspunkt z_1 der Tangente *qu* und der Mittelpunkt o_1 des der Ellipse *abcd* eingeschriebenen Kreises $o_1x_1y_1$ bestimmt werden.

Man findet wieder:

$$\frac{uz_1}{uq} = \frac{v_1t_1}{v_1w_1}.$$

Digitized by Google

Nun ist aber $v_1 t_1 = vt$ und $v_1 w_1 = vw$, folglich auch:

$$uz_1 = qz$$

und

$$\frac{uz_1}{uq} = \frac{vt}{vw}.$$

Daher schneiden sich auch die Geraden qw, vu und tz_1 in einem und demselben Punkte s_1. Dieser Punkt kann nun zur Bestimmung von z_1 und z angewendet werden.

So ist auch leicht einzusehen, dass der geometrische Ort der Berührungspunkte aller der Ellipse $abcd$ eingeschriebenen Kreise mit unter sich parallelen Sehnen der $abcd$ eine Ellipse tzz_1 ist, welche $abcd$ in den Endpunkten des, jenen Sehnen conjungirten Durchmessers berührt.

Die Ellipse tzz_1 ist die Projection der congruenten Ellipsen $TZ\bar{Z}_1$ und $\bar{T}ZZ_1$ des Ellipsoides F, deren Ebenen also sich längs des genannten Durchmessers schneiden und mit der Zeichnungsfläche gleiche Winkel einschliessen.

5. In Fig. 6 soll der Parabel afx, deren Scheitel a und deren Brennpunkt f ist, aus dem gegebenen Punkte o ein Kreis eingeschrieben werden.

Macht man $on = 2 . af$ und zieht senkrecht zu af die Gerade xny, bis sie die Parabel schneidet, so bilden die Durchschnitte x, y die Berührungspunkte der Parabel mit dem verlangten Kreise und daher kann dieser gezogen werden.

Ist aber die Parabel nicht gezeichnet, so kann man die Punkte x, y als Durchschnitte der Geraden xy und des aus dem Brennpunkte f mit dem Halbmesser fo beschriebenen Kreises $foxy$ bestimmen.

Eine andere, der im Art. 1 unter b angeführten analoge Construction für die einer Parabel eingeschriebenen Kreise ergibt sich, wenn die Parabel und der einzuschreibende Kreis als Durchschnitte der Zeichnungsfläche, beziehungsweise mit einem Rotationskegel und einer von diesem Kegel umhüllten Kugel betrachtet werden.

Digitized by Google

6. In Fig. 6 ist a der Scheitel und f der Brennpunkt einer Parabel afx, welcher ein Kreis vom Halbmesser r eingeschrieben werden soll.

Weil die Berührungspunkte x, y von der Axe af den Abstand $\sqrt{r^2-p^2}$ haben, so können sie sowie der Mittelpunkt o des einzuschreibenden Kreises oxy auch ohne Zeichnung der Parabel gefunden werden.

Man zeichne das rechtwinkelige Dreieck yno Fig. 6 a, in welchem $no = p$ und $yo = r$ ist, bestimme den Durchschnittspunkt t der zu yo senkrechten Geraden yt mit der verlängerten no und übertrage $\frac{tn}{2}$ in die Fig. 6 nach an. Ferner mache man in Fig. 6 $no = p$, $xny \perp af$ und beschreibe aus o den Kreis oxy mit dem Halbmesser r.

7. Der Parabel afx, Fig. 7, sollen Kreise eingeschrieben werden, in deren Peripherie ein gegebener Punkt p enthalten ist.

Diese Aufgabe kann auf ähnliche Weise wie jene in Fig. 4 gelöst werden, wenn man die gesuchten Kreise als horizontale Projectionen der ebenen Schnitte e, e_1 des durch Drehung der Parabel afx erzeugt gedachten Paraboloides F betrachtet.

Als Projectionsaxe ist die Gerade af zu wählen.

Da die Mittelpunkte der verticalen Projectionen der Schnitte e, e_1 in dem Durchmesser $i'k'$ liegen, dessen Endpunkt i' der Ordinate des Brennpunktes f entspricht, und da die genannten verticalen Projectionen dem Durchmesser $i'k'$ conjungirte Sehnen sind, so haben letztere gegen die Axe der Parabel, sowie die Ebenen e, e_1 gegen die Zeichnungsfläche die Neigung von 45°. Daher hat man $tn = tn_1 = tp' = p\pi$, $no = n_1o_1 = p$ zu machen und aus o, o_1 die Kreise oxy, $o_1x_1y_1$, wie oxy in Fig. 6 zu beschreiben.

Digitized by Google

8. Die Berührungspunkte z, z_1 und die Mittelpunkte o, o_1 der der Parabel afx Fig. 8 einzuschreibenden Kreise können auf ähnliche Weise wie in Fig. 5 bestimmt werden.

Es besteht wieder die Proportion:

$$rt : vw = qz : qu$$

und ist auch

$$uz_1 = qz.$$

Die Berührungspunkte t, z, z_1.. aller der Parabel eingeschriebenen Kreise mit parallelen Sehnen qu, vw.. liegen in einer Parabel, welche die gegebene in dem Endpunkte des jenen Sehnen conjungirten Durchmessers berührt. Dieser Durchmesser ist offenbar zugleich die Trace der Ebenen der Parabeln $TZ\bar{Z}_1$ und $T\bar{Z}Z_1$ des Paraboloides, deren Projection die Parabel tzz_1 vorstellt.

9. Der Hyperbel abx, Fig. 10, deren Scheitel ab und deren Asymptoten mg, ml sind, soll aus o ein Kreis eingeschrieben werden.

Es ist vortheilhaft, diese Aufgabe unter der Annahme durchzuführen, dass die Hyperbel und der zu construirende Kreis Schnitte eines Rotationskegels und einer von diesem umhüllten Kugel mit der Zeichnungsfläche darstellen.

Die Horizontal-Projection ab der Rotationsaxe sei auch die Projectionsaxe. Die Vertical-Projection von ab bildet also die Gerade do', wenn $ad \parallel mg$ und $do' \parallel ab$ ist.

Die Asymptoten mg, ml sind zugleich die Horizontal-Umrisse des Kegels und der dieselben berührende Kreis, dessen Mittelpunkt o, ist der Horizontal-Umriss der umhüllten Kugel. Der Halbmesser ρ der Kugel ist daher gleich der zu mg senkrechten Strecke og und der Halbmesser des einzuschreibenden Kreises

$$r = \sqrt{\rho^2 - \overline{oo'}^2}.$$

Wo der Kreis oxy die horizontale Projection des Berührungskreises des Kegels und der Kugel, d. i. die zu ab senkrechte Gerade gnl schneidet, dort liegen die Berührungspunkte x, y der Hyperbel mit jenem Kreise.

Digitized by Google

10. In Fig. 9 liegt der Mittelpunkt o des der Hyperbel abx einzuschreibenden Kreises in der Verlängerung der imaginären Axe.

In diesem Falle denke man sich die Hyperbel und den Kreis als Schnitte eines windschiefen Rotations-Hyperboloides und einer von diesem umhüllten Kugel mit der Zeichnungsfläche, die Asymptoten also als horizontale Projectionen der von der Zeichnungsfläche im Abstande gleich ma befindlichen Erzeugenden des Hyperboloides.

Da der Mittelpunkt o der Kugel in der Zeichnungsfläche liegt und der Halbmesser r derselben gleich der Entfernung des Punktes o von jeder der vorhin genannten Erzeugenden ist, so ergibt sich

$$r = \sqrt{\overline{og}^2 + \overline{ma}^2},$$

wenn nämlich $og \perp mg$ gezogen ist.

Die Gerade xgy, welche senkrecht zu cd steht, ist die horizontale Projection des Berührungskreises des Hyperboloides und der Kugel und deshalb sind x, y Berührungspunkte der Hyperbel abx und des Kreises oxy.

Die im Vorstehenden behandelten Aufgaben über die einer Hyperbel einzuschreibenden Kreise können selbstverständlich auch auf ähnliche Weise wie die analogen Aufgaben im Art. 1 gelöst werden.

Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, dass die in den Art. 1, 5, 9 und im laufenden Artikel entwickelten Constructionen auch zur Darstellung der Normalen eines Kegelschnittes, welche durch in den Axen desselben oder in deren Verlängerung gegebene Punkte gezogen werden sollen, eine Anwendung finden können.

11. Es sollen die in der Richtung der reellen Axe ab enthaltenen Mittelpunkte o, o_1 der einer Hyperbel abx, Fig. 10, einzuschreibenden Kreise vom Halbmesser r gefunden werden.

Aus der im Art. 9 angegebenen Gleichung:

$$r = \sqrt{\rho^2 - \overline{o'o}^2}$$

Digitized by Google

erhält man:

$$\rho = \sqrt{r^2 + \overline{o'o}^2}$$

d. i. also der Abstand jedes der Mittelpunkte o, o_1 der Kreise oxy und $o_1x_1y_1$ von den Asymptoten mg, ml.

12. Es sollen die Mittelpunkte o, o_1 der Kreise vom Halbmesser r, welche beide Äste der Hyperbel abx, Fig. 9, berühren, bestimmt werden.

Aus der im Art. 10 aufgestellten Gleichung:

$$r = \sqrt{\overline{og}^2 + \overline{ma}^2}$$

ergibt sich

$$og = \sqrt{r^2 - \overline{ma}^2}$$

als Abstand jedes der Mittelpunkte o, o_1 der Kreise oxy und $o_1x_1x_1$ von den Asymptoten mg, ml.

In den Fig. 11 und 12 sind die Fälle gelöst, wenn die Kreise oxy, $o_1x_1y_1$ beide Äste der Hyperbel abx berühren sollen und beziehungsweise der Punkt p der Peripherie, oder die Tangente qu gegeben ist.

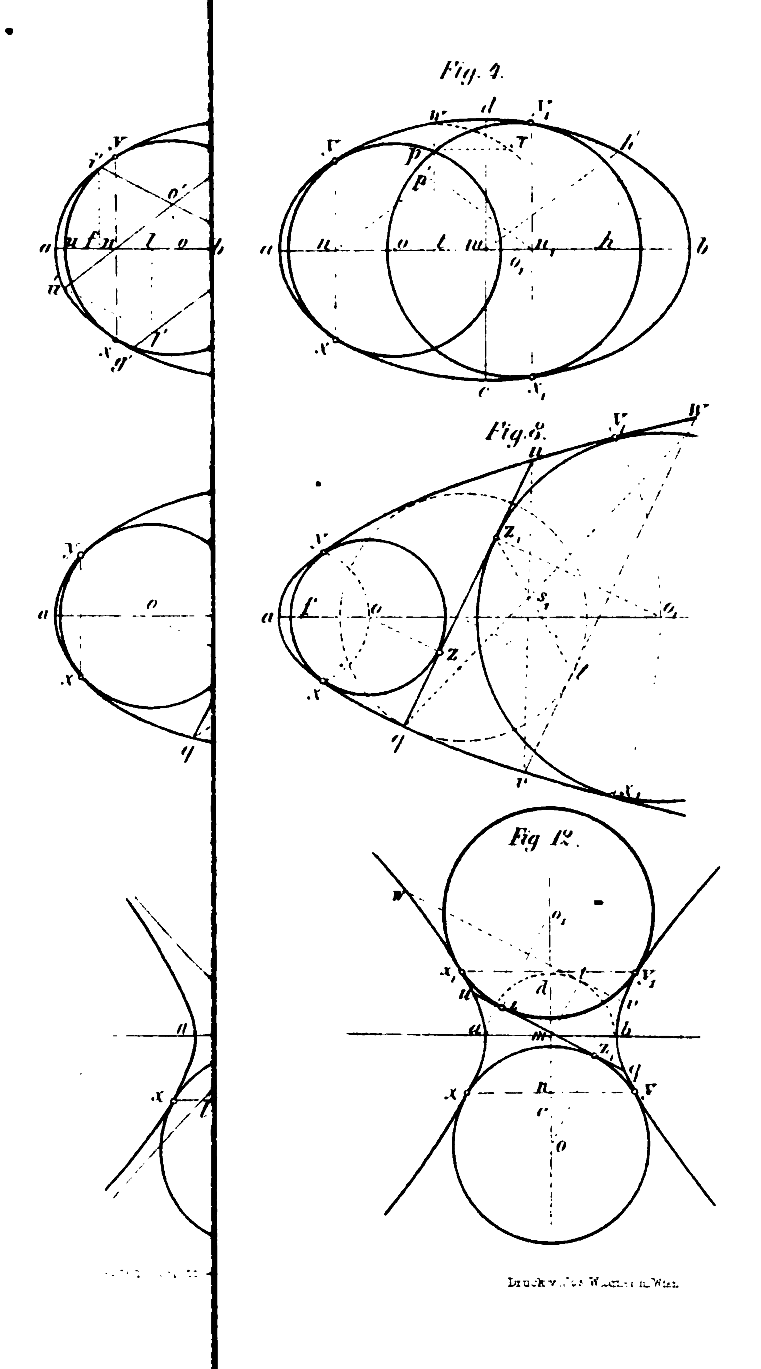
Diese Kreise wurden als horizontale Projectionen ebener Schnitte des Rotations-Hyperboloides dargestellt, welches die Hyperbel abx zum Meridian und die Gerade cd zur Hauptaxe hat. Als Projectionsaxe wurde cd benützt.

In den Fällen, wenn die einem Aste der Hyperbel abx einzuschreibenden Kreise oxy, $o_1x_1y_1$ beziehungsweise einen Punkt p in der Peripherie enthalten, oder eine Gerade qu berühren sollen, sind die Kreise als Projectionen ebener Schnitte eines Hyperboloides zu betrachten, welches die Hyperbel abx zum Hauptschnitte hat, und ist die Gerade ab als Projectionsaxe anzunehmen.

Der geometrische Ort der Berührungspunkte aller einer Hyperbel abx eingeschriebenen Kreise mit parallelen Geraden ist eine Hyperbel tzz_1, welche abx in den Endpunkten des zur Richtung jener Geraden conjungirten Durchmessers D berührt. Dieselbe ist die Projection der Hyperbeln $TZ\overline{Z}_1$ und $\overline{T}\overline{Z}Z_1$, welche als Durchschnitte des betreffenden Hyperboloides mit den gegen die Zeichnungsfläche gleich geneigten Ebenen TD und $\overline{T}D$ erhalten werden.

Digitized by Google

R. Niemtschi | II.



Druck v. Jos. Wagner in Wien.

Digitized by Google

Um den raschen Fortschritten der medicinischen Wissenschaften und dem grossen ärztlichen Lese-Publicum Rechnung zu tragen, hat die mathem.-naturwissenschaftliche Classe der kais. Akademie der Wissenschaften beschlossen, vom Jahrgange 1872 an die in ihren Sitzungsberichten veröffentlichten Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin in eine besondere Abtheilung zu vereinigen und von dieser eine erhöhte Auflage in den Buchhandel zu bringen.

Die Sitzungsberichte der math.-naturw. Classe werden daher vom Jahre 1872 (Band LXV) an in folgenden **drei** gesonderten **Abtheilungen** erscheinen, welche auch einzeln bezogen werden können:

I. Abtheilung: Enthält die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mineralogie, Botanik, Zoologie, Geologie und Paläontologie.

II. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Mathematik, Physik, Chemie, Mechanik, Meteorologie und Astronomie.

III. Abtheilung: Die Abhandlungen aus dem Gebiete der Physiologie, Anatomie und theoretischen Medicin.

Von der I. und II. Abtheilung werden jährlich 5—7 und von der III. 3—4 Hefte erscheinen.

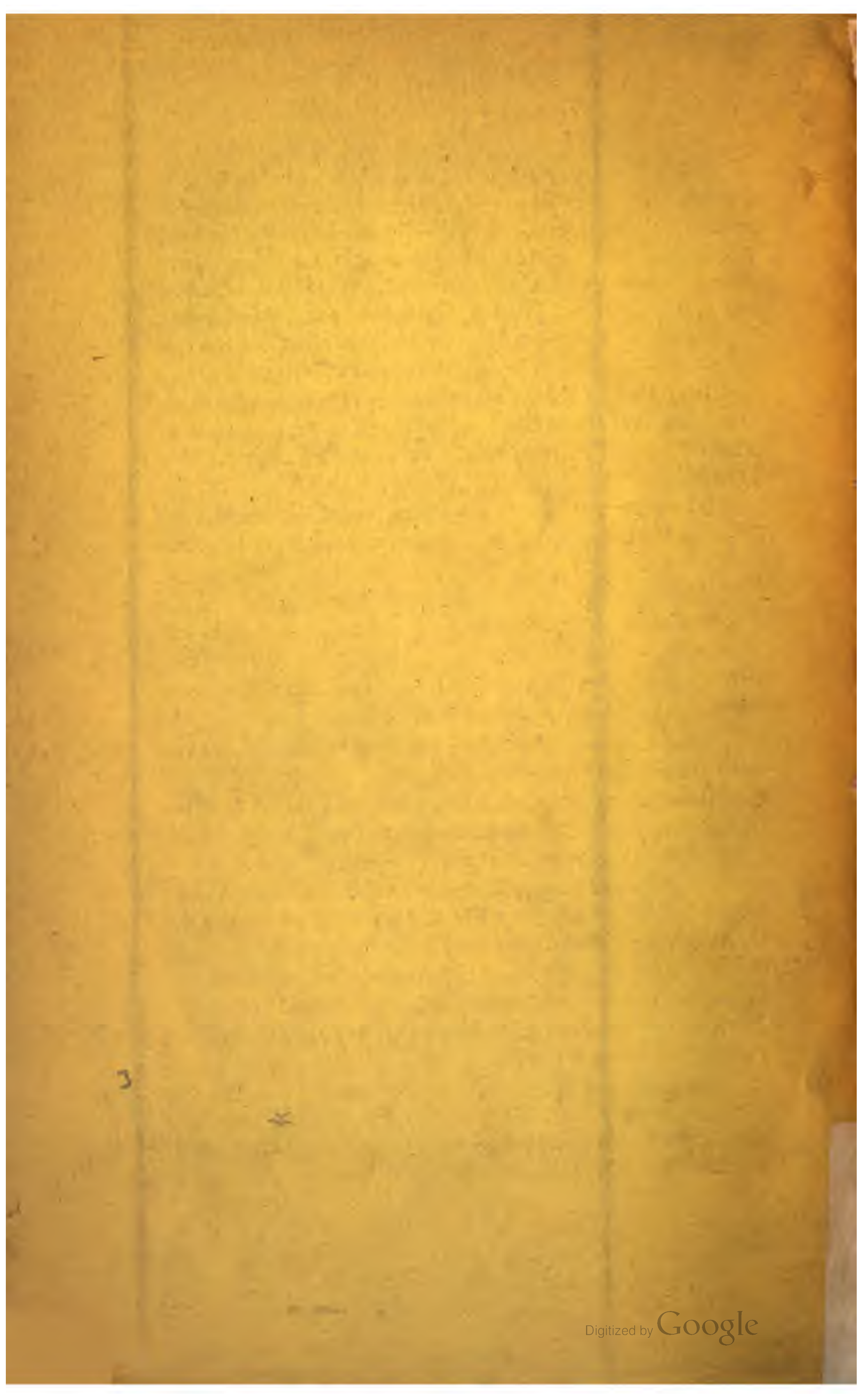
Dem Berichte über jede Sitzung geht eine Übersicht aller in derselben vorgelegten Abhandlungen und das Verzeichniss der eingelangten Druckschriften voran.

Der Preis des ganzen Jahrganges sämmtlicher drei Abtheilungen beträgt 24 fl., jener der I. Abtheilung 10 fl., der der II. Abtheilung 8 fl. und jener der III. Abtheilung 6 fl.

Von allen in den Sitzungsberichten erscheinenden Abhandlungen kommen Separatabdrücke in den Buchhandel und können durch die akademische Buchhandlung Karl Gerold's Sohn (Wien, Postgasse 6) bezogen werden.

Der akademische Anzeiger, welcher nur Original-Auszüge, oder, wo diese fehlen, die Titel der vorgelegten Abhandlung enthält, wird wie bisher, 8 Tage nach jeder Sitzung ausgegeben. Der Preis des Jahrganges ist 1 fl. 50 kr.

Digitized by Google



Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

3 2044 093 294 981

Digitized by Google

